

2018年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标 I）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

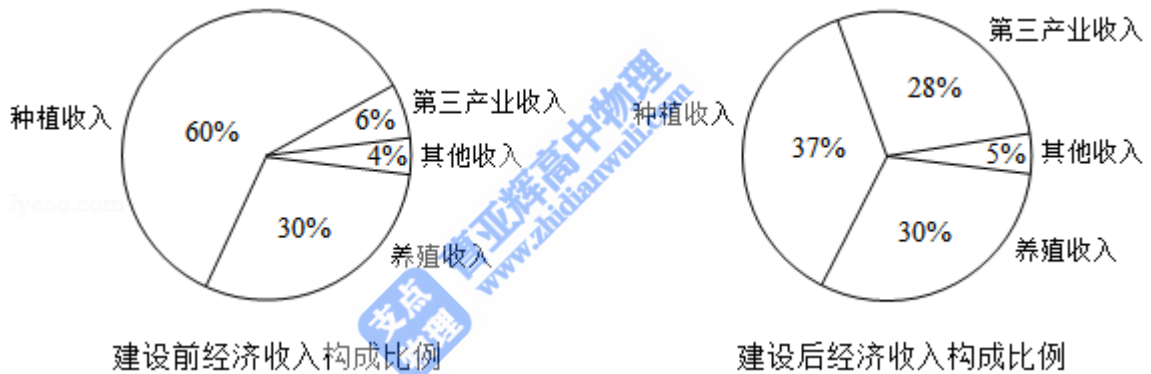
1. (5分) 设 $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$, 则 $|z| =$ ()

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

2. (5分) 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 > 0\}$, 则 $C_{\mathbb{R}}A =$ ()

- A. $\{x | -1 < x < 2\}$ B. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$ C. $\{x | x < -1\} \cup \{x | x > 2\}$
D. $\{x | x \leq -1\} \cup \{x | x \geq 2\}$

3. (5分) 某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番。为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：



则下面结论中不正确的是 ()

- A. 新农村建设后，种植收入减少
B. 新农村建设后，其他收入增加了一倍以上
C. 新农村建设后，养殖收入增加了一倍
D. 新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

4. (5分) 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $3S_3 = S_2 + S_4$, $a_1 = 2$, 则 $a_5 =$ ()

- A. -12 B. -10 C. 10 D. 12

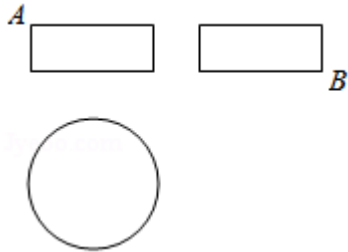
5. (5分) 设函数 $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$. 若 $f(x)$ 为奇函数，则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 ()

- A. $y = -2x$ B. $y = -x$ C. $y = 2x$ D. $y = x$

6. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中， AD 为 BC 边上的中线， E 为 AD 的中点，则 $\overrightarrow{EB} =$ ()

- A. $\frac{3}{4}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC}$ B. $\frac{1}{4}\vec{AB} - \frac{3}{4}\vec{AC}$ C. $\frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$ D. $\frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC}$

7. (5分) 某圆柱的高为2，底面周长为16，其三视图如图. 圆柱表面上的点M在正视图上的对应点为A，圆柱表面上的点N在左视图上的对应点为B，则在此圆柱侧面上，从M到N的路径中，最短路径的长度为 ()



- A. $2\sqrt{17}$ B. $2\sqrt{5}$ C. 3 D. 2

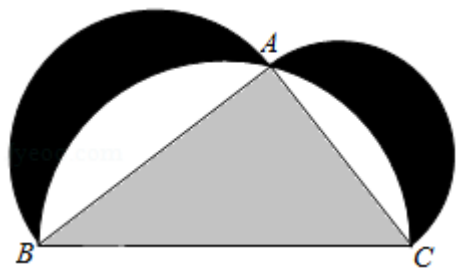
8. (5分) 设抛物线C: $y^2=4x$ 的焦点为F，过点 $(-2, 0)$ 且斜率为 $\frac{2}{3}$ 的直线与C交于M, N两点，则 $\vec{FM} \cdot \vec{FN} =$ ()

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

9. (5分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$, $g(x) = f(x) + x + a$. 若 $g(x)$ 存在2个零点，则a的取值范围是 ()

- A. $[-1, 0)$ B. $[0, +\infty)$ C. $[-1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

10. (5分) 如图来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形. 此图由三个半圆构成，三个半圆的直径分别为直角三角形ABC的斜边BC，直角边AB，AC. $\triangle ABC$ 的三边所围成的区域记为I，黑色部分记为II，其余部分记为III. 在整个图形中随机取一点，此点取自I, II, III的概率分别记为 p_1, p_2, p_3 ，则 ()



- A. $p_1=p_2$ B. $p_1=p_3$ C. $p_2=p_3$ D. $p_1=p_2+p_3$

11. (5分) 已知双曲线C: $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$, O为坐标原点, F为C的右焦点, 过F的直

线与C的两条渐近线的交点分别为M, N. 若 $\triangle OMN$ 为直角三角形, 则 $|MN| =$
()

- A. $\frac{3}{2}$ B. 3 C. $2\sqrt{3}$ D. 4

12. (5分) 已知正方体的棱长为1, 每条棱所在直线与平面 α 所成的角都相等, 则 α 截此正方体所得截面面积的最大值为 ()

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。

13. (5分) 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2y-2 \leq 0 \\ x-y+1 \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$, 则 $z=3x+2y$ 的最大值为_____.

14. (5分) 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $S_n=2a_n+1$, 则 $S_6=_____$.

15. (5分) 从2位女生, 4位男生中选3人参加科技比赛, 且至少有1位女生入选, 则不同的选法共有_____种. (用数字填写答案)

16. (5分) 已知函数 $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$, 则 $f(x)$ 的最小值是_____.

三、解答题: 共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题, 考生根据要求作答。(一) 必考题: 共60分。

17. (12分) 在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle ADC=90^\circ$, $\angle A=45^\circ$, $AB=2$, $BD=5$.

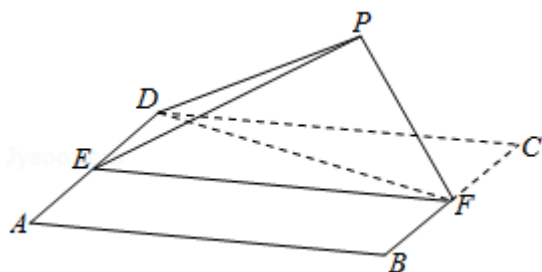
(1) 求 $\cos \angle ADB$;

(2) 若 $DC=2\sqrt{2}$, 求 BC .

18. (12分) 如图, 四边形ABCD为正方形, E, F分别为AD, BC的中点, 以DF为折痕把 $\triangle DFC$ 折起, 使点C到达点P的位置, 且 $PF \perp BF$.

(1) 证明: 平面PEF \perp 平面ABFD;

(2) 求DP与平面ABFD所成角的正弦值.



19. (12分) 设椭圆C: $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的右焦点为F, 过F的直线l与C交于A, B两点, 点M的坐标为(2, 0).

(1) 当l与x轴垂直时, 求直线AM的方程;

(2) 设O为坐标原点, 证明: $\angle OMA = \angle OMB$.

20. (12分) 某工厂的某种产品成箱包装, 每箱200件, 每一箱产品在交付用户之前要对产品作检验, 如检验出不合格品, 则更换为合格品. 检验时, 先从此箱产品中任取20件作检验, 再根据检验结果决定是否对余下的所有产品作检验. 设每件产品为不合格品的概率都为 p ($0 < p < 1$), 且各件产品是否为不合格品相互独立.

(1) 记20件产品中恰有2件不合格品的概率为 $f(p)$, 求 f

(p) 的最大值点 p_0 .

(2) 现对一箱产品检验了20件, 结果恰有2件不合格品, 以(1)中确定的 p_0 作为 p 的值. 已知每件产品的检验费用为2元, 若有不合格品进入用户手中, 则工厂要对每件不合格品支付25元的赔偿费用.

(i) 若不对该箱余下的产品作检验, 这一箱产品的检验费用与赔偿费用的和记为 X , 求 EX ;

(ii) 以检验费用与赔偿费用和的期望值为决策依据, 是否该对这箱余下的所有产品作检验?

21. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} - x + a \ln x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1, x_2 , 证明: $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < a - 2$.

(二) 选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。[选修4-4：坐标系与参数方程] (10分)

22. (10分) 在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$ 。以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$ 。

- (1) 求 C_2 的直角坐标方程；
- (2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点，求 C_1 的方程。

[选修4-5：不等式选讲] (10分)

23. 已知 $f(x) = |x+1| - |ax-1|$ 。

- (1) 当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x) > 1$ 的解集；
- (2) 若 $x \in (0, 1)$ 时不等式 $f(x) > x$ 成立，求 a 的取值范围。