2011年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标）

参考答案与试题解析

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1．（5分）已知集合M={0，1，2，3，4}，N={1，3，5}，P=M∩N，则P的子集共有（　　）

A．2个　　B．4个　　C．6个　　D．8个

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】11：计算题．

【分析】利用集合的交集的定义求出集合P；利用集合的子集的个数公式求出P的子集个数．

【解答】解：∵M={0，1，2，3，4}，N={1，3，5}，

∴P=M∩N={1，3}

∴P的子集共有$2^2=4$

故选：B．

【点评】本题考查利用集合的交集的定义求交集、考查一个集合含n个元素，则其子集的个数是2^n．

2．（5分）复数$\frac{5i}{1-2i}$=（　　）

A．2﹣i　　B．1﹣2i　　C．﹣2+i　　D．﹣1+2i

【考点】A5：复数的运算．

【专题】11：计算题．

【分析】将分子、分母同时乘以1+2i，再利用多项式的乘法展开，将i^2用﹣1代替即可．

【解答】解：$\frac{5i}{1-2i}=\frac{5i(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}=-2+i$

故选：C．

【点评】本题考查复数的除法运算法则：分子、分母同乘以分母的共轭复数．

3．（5分）下列函数中，既是偶函数又在（0，+∞）上单调递增的函数是（　　）

A．$y=2x^3$　　　B．$y=|x|+1$　　　C．$y=-x^2+4$　　　D．$y=2^{-|x|}$

【考点】3K：函数奇偶性的性质与判断．

【专题】11：计算题；51：函数的性质及应用．

【分析】由函数的奇偶性和单调性的定义和性质，对选项一一加以判断，即可得到既是偶函数又在（0，+∞）上单调递增的函数．

【解答】解：对于A．$y=2x^3$，由$f(-x)=-2x^3=-f(x)$，为奇函数，故排除A；

对于B．$y=|x|+1$，由$f(-x)=|-x|+1=f(x)$，为偶函数，当$x>0$时，$y=x+1$，是增函数，故B正确；

对于C．$y=-x^2+4$，有$f(-x)=f(x)$，是偶函数，但$x>0$时为减函数，故排除C；

对于D．$y=2^{-|x|}$，有$f(-x)=f(x)$，是偶函数，当$x>0$时，$y=2^{-x}$，为减函数，故排除D．

故选：B．

【点评】本题考查函数的性质和运用，考查函数的奇偶性和单调性及运用，注意定义的运用，以及函数的定义域，属于基础题和易错题．

4．（5分）椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$的离心率为（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　　B．$\frac{1}{2}$　　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

【考点】K4：椭圆的性质．

【专题】11：计算题．

【分析】根据椭圆的方程，可得a、b的值，结合椭圆的性质，可得c的值，有椭

圆的离心率公式，计算可得答案.

【解答】解：根据椭圆的方程$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$，可得$a=4$，$b=2\sqrt{2}$，

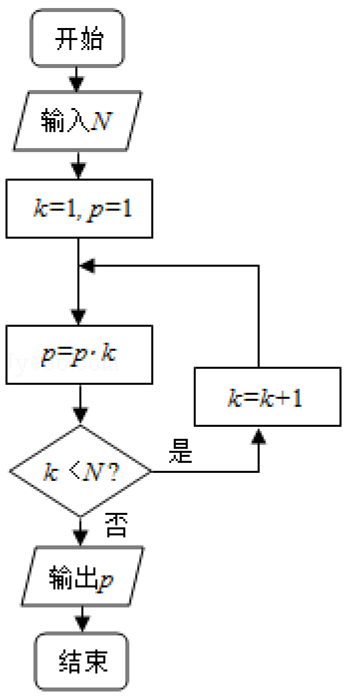
则$c=\sqrt{16-8}=2\sqrt{2}$；

则椭圆的离心率为$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

故选：D.

【点评】本题考查椭圆的基本性质：$a^2=b^2+c^2$，以及离心率的计算公式，注意与双曲线的对应性质的区分.

5．（5分）执行如图的程序框图，如果输入的N是6，那么输出的p是（　　）



A．120　　B．720　　C．1440　　D．5040

【考点】EF：程序框图.

【专题】5K：算法和程序框图.

【分析】执行程序框图，写出每次循环p，k的值，当k＜N不成立时输出p的值即可.

【解答】解：执行程序框图，有

N=6，k=1，p=1

P=1，k＜N成立，有k=2

P=2，k＜N成立，有k=3

P=6，k＜N成立，有k=4

P=24，k＜N成立，有k=5

P=120，k＜N成立，有k=6

P=720，k＜N不成立，输出p的值为720.

故选：B.

【点评】本题主要考察了程序框图和算法，属于基础题.

6．（5分）有3个兴趣小组，甲、乙两位同学各自参加其中一个小组，每位同学参加各个小组的可能性相同，则这两位同学参加同一个兴趣小组的概率为（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{3}{4}$

【考点】CB：古典概型及其概率计算公式.

【专题】5I：概率与统计.

【分析】本题是一个古典概型，试验发生包含的事件数是3×3种结果，满足条件的事件是这两位同学参加同一个兴趣小组有3种结果，根据古典概型概率公式得到结果.

【解答】解：由题意知本题是一个古典概型，

试验发生包含的事件数是3×3=9种结果，

满足条件的事件是这两位同学参加同一个兴趣小组，

由于共有三个小组，则有3种结果，

根据古典概型概率公式得到P=$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$，

故选：A.

【点评】本题考查古典概型概率公式，是一个基础题，题目使用列举法来得到试验发生包含的事件数和满足条件的事件数，出现这种问题一定是一个必得分题目.

7．（5分）已知角θ的顶点与原点重合，始边与x轴的正半轴重合，终边在直线y=2x上，则cos2θ=（　　）

A．$-\frac{4}{5}$　　B．$-\frac{3}{5}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{4}{5}$

【考点】GS：二倍角的三角函数；I5：直线的图象特征与倾斜角、斜率的关系

.

【专题】11：计算题．

【分析】根据直线的斜率等于倾斜角的正切值，由已知直线的斜率得到tanθ的值，然后根据同角三角函数间的基本关系求出cosθ的平方，然后根据二倍角的余弦函数公式把所求的式子化简后，把cosθ的平方代入即可求出值．

【解答】解：根据题意可知：tanθ=2，

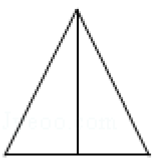
所以$\cos^2\theta=\frac{1}{\sec^2\theta}=\frac{1}{\tan^2\theta+1}=\frac{1}{5}$，

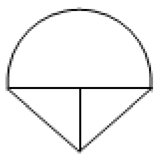
则$\cos2\theta=2\cos^2\theta-1=2\times\frac{1}{5}-1=-\frac{3}{5}$．

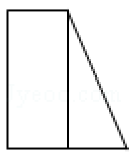
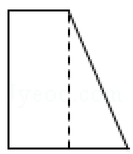
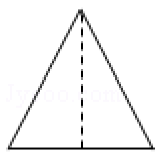
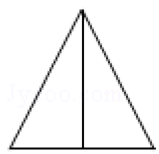
故选：B．

【点评】此题考查学生掌握直线的斜率与倾斜角之间的关系，灵活运用同角三角函数间的基本关系化简求值，是一道中档题．

8．（5分）在一个几何体的三视图中，正视图和俯视图如图所示，则相应的侧视图可以为（　　）


（正视图）


（俯视图）

A．　B．　C．　D．

【考点】L7：简单空间图形的三视图．

【专题】13：作图题．

【分析】由俯视图和正视图可以得到几何体是一个简单的组合体，是由一个三棱锥和被轴截面截开的半个圆锥组成，根据组合体的结构特征，得到组合体的侧视图．

【解答】解：由俯视图和正视图可以得到几何体是一个简单的组合体，

是由一个三棱锥和被轴截面截开的半个圆锥组成，

∴侧视图是一个中间有分界线的三角形，

故选：D．

【点评】本题考查简单空间图形的三视图，考查由三视图看出原几何图形，再得到余下的三视图，本题是一个基础题．

9．（5分）已知直线l过抛物线C的焦点，且与C的对称轴垂直．l与C交于A，B两点，|AB|=12，P为C的准线上一点，则△ABP的面积为（　　）

A．18　　B．24　　C．36　　D．48

【考点】KH：直线与圆锥曲线的综合．

【专题】44：数形结合法．

【分析】首先设抛物线的解析式$y^2=2px$（p＞0），写出次抛物线的焦点、对称轴以及准线，然后根据通径|AB|=2p，求出p，△ABP的面积是|AB|与DP乘积一半．

【解答】解：设抛物线的解析式为$y^2=2px$（p＞0），

则焦点为F（$\frac{p}{2}$，0），对称轴为x轴，准线为$x=-\frac{p}{2}$

∵直线l经过抛物线的焦点，A、B是l与C的交点，

又∵AB⊥x轴

∴|AB|=2p=12

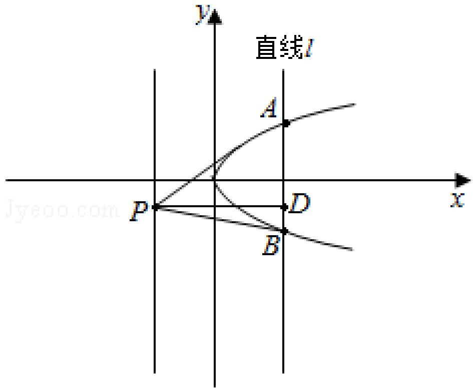
∴p=6

又∵点P在准线上

∴DP=（$\frac{p}{2}+|-\frac{p}{2}|$）=p=6

∴$S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}$（DP•AB）$=\frac{1}{2}\times6\times12=36$

故选：C．



【点评】本题主要考查抛物线焦点、对称轴、准线以及焦点弦的特点；关于直线和圆锥曲线的关系问题一般采取数形结合法．

10．（5分）在下列区间中，函数f（x）=e^x+4x﹣3的零点所在的区间为（　　）

A．（$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{2}$）　B．（﹣$\frac{1}{4}$，0）　C．（0，$\frac{1}{4}$）　D．（$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{4}$）

【考点】52：函数零点的判定定理．

【专题】52：导数的概念及应用．

【分析】根据导函数判断函数f（x）=e^x+4x﹣3单调递增，运用零点判定定理，判定区间．

【解答】解：∵函数f（x）=e^x+4x﹣3

∴f′（x）=e^x+4

当x＞0时，f′（x）=e^x+4＞0

∴函数f（x）=e^x+4x﹣3在（﹣∞，+∞）上为f（0）=e^0﹣3=﹣2＜0

f（$\frac{1}{2}$）=$\sqrt{e}$﹣1＞0

f（$\frac{1}{4}$）=$\sqrt[4]{e}$﹣2=$\sqrt[4]{e}$﹣$\sqrt[4]{16}$＜0

∵f（$\frac{1}{2}$）•f（$\frac{1}{4}$）＜0，

∴函数f（x）=e^x+4x﹣3的零点所在的区间为（$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{2}$）

故选：A．

【点评】本题考察了函数零点的判断方法，借助导数，函数值，属于中档题．

11．（5分）设函数，则f（x）=sin（2x+$\frac{\pi}{4}$）+cos（2x+$\frac{\pi}{4}$），则（　　）

A．y=f（x）在（0，$\frac{\pi}{2}$）单调递增，其图象关于直线x=$\frac{\pi}{4}$对称

B．y=f（x）在（0，$\frac{\pi}{2}$）单调递增，其图象关于直线x=$\frac{\pi}{2}$对称

C．y=f（x）在（0，$\frac{\pi}{2}$）单调递减，其图象关于直线x=$\frac{\pi}{4}$对称

D．y=f（x）在（0，$\frac{\pi}{2}$）单调递减，其图象关于直线x=$\frac{\pi}{2}$对称

【考点】H5：正弦函数的单调性；H6：正弦函数的奇偶性和对称性．

【专题】57：三角函数的图像与性质．

【分析】利用辅助角公式（两角和的正弦函数）化简函数f（x）=sin（2x+$\frac{\pi}{4}$）+cos（2x+$\frac{\pi}{4}$），然后求出对称轴方程，判断y=f（x）在（0，$\frac{\pi}{2}$）单调性，即可得到答案．

【解答】解：因为f（x）=sin（2x+$\frac{\pi}{4}$）+cos（2x+$\frac{\pi}{4}$）=$\sqrt{2}$sin（2x+$\frac{\pi}{2}$）=$\sqrt{2}$cos 2x．由于y=cos2x的对称轴为x=$\frac{1}{2}$kπ（k∈Z），所以y=$\sqrt{2}$cos2x的对称轴方程是：x=$\frac{k\pi}{2}$（k∈Z），所以A，C错误；y=$\sqrt{2}$cos2x的单调递减区间为2kπ≤2x≤π+2kπ（k∈Z），即$k\pi\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}+k\pi$（k∈Z），函数y=f（x）在（0，$\frac{\pi}{2}$）单调递减，所以B错误，D正确．

故选：D．

【点评】本题是基础题，考查三角函数的化简，三角函数的性质：对称性、单调性，考查计算能力，常考题型．

12．（5分）已知函数y=f（x）的周期为2，当x∈[－1，1]时f（x）=x^2，那么函数y=f（x）的图象与函数y=|lgx|的图象的交点共有（　　）

A．10个　　B．9个　　C．8个　　D．1个

【考点】3Q：函数的周期性；4N：对数函数的图象与性质．

【专题】16：压轴题；31：数形结合．

【分析】根据对数函数的性质与绝对值的非负性质，作出两个函数图象，再通过计算函数值估算即可．

【解答】解：作出两个函数的图象如上

∵函数y=f（x）的周期为2，在[﹣1，0]上为减函数，在[0，1]上为增函数

∴函数y=f（x）在区间[0，10]上有5次周期性变化，

在[0，1]、[2，3]、[4，5]、[6，7]、[8，9]上为增函数，

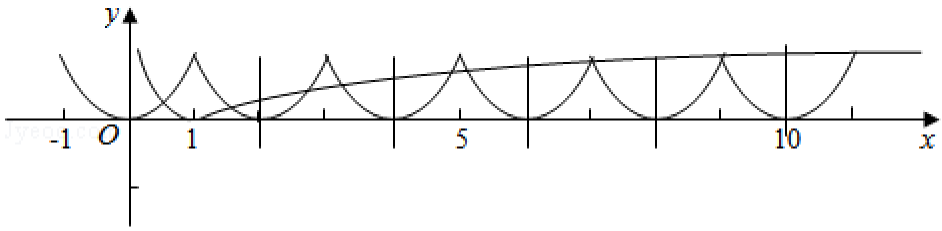
在[1，2]、[3，4]、[5，6]、[7，8]、[9，10]上为减函数，

且函数在每个单调区间的取值都为[0，1]，

再看函数y=|lgx|，在区间（0，1]上为减函数，在区间[1，+∞）上为增函数，

且当x=1时y=0； x=10时y=1，

再结合两个函数的草图，可得两图象的交点一共有10个，



故选：A．

【点评】本题着重考查了基本初等函数的图象作法，以及函数图象的周期性，属于基本题．

二、填空题（共4小题，每小题5分，满分20分）

13．（5分）已知a与b为两个垂直的单位向量，k为实数，若向量$\vec{a}+\vec{b}$与向量$k\vec{a}-\vec{b}$垂直，则k=__1__．

【考点】9T：数量积判断两个平面向量的垂直关系．

【专题】11：计算题．

【分析】利用向量垂直的充要条件：数量积为0；利用向量模的平方等于向量的平方列出方程，求出k值．

【解答】解：$\because \vec{a}\perp\vec{b}$

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=0$

$\because \vec{a}+\vec{b}$与$k\vec{a}-\vec{b}$垂直

$\therefore (\vec{a}+\vec{b})\cdot(k\vec{a}-\vec{b})=0$

即$k\vec{a}^2+k\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{b}^2=0$

$\therefore k=1$

故答案为：1

【点评】本题考查向量垂直的充要条件、考查向量模的性质：向量模的平方等于向量的平方.

14．（5分）若变量x，y满足约束条件$\begin{cases}3\leqslant 2x+y\leqslant 9\\6\leqslant x-y\leqslant 9\end{cases}$，则z=x+2y的最小值为__﹣6__.

【考点】7C：简单线性规划.

【专题】11：计算题.

【分析】在坐标系中画出约束条件的可行域，得到的图形是一个平行四边形，把目标函数z=x+2y变化为$y=-\frac{1}{2}x+\frac{z}{2}$，当直线沿着y轴向上移动时，z的值随着增大，当直线过A点时，z取到最小值，求出两条直线的交点坐标，代入目标函数得到最小值.

【解答】解：在坐标系中画出约束条件的可行域，

得到的图形是一个平行四边形，

目标函数z=x+2y，

变化为$y=-\frac{1}{2}x+\frac{z}{2}$，

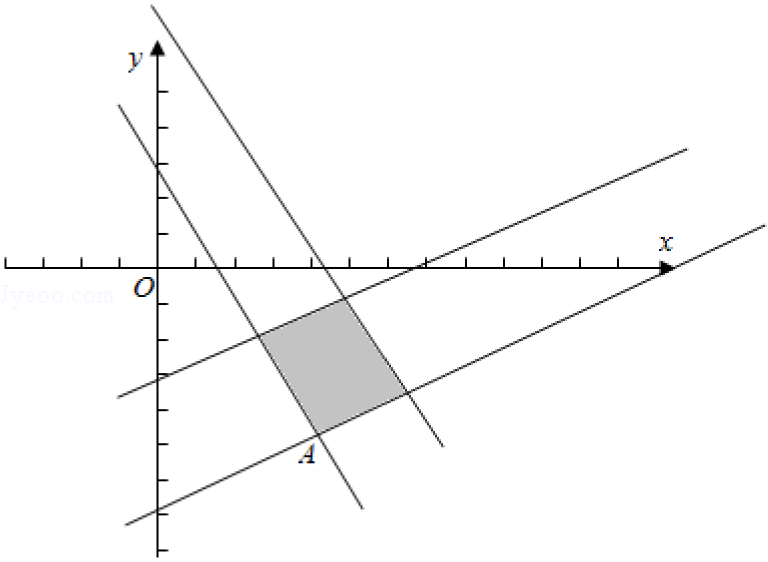
当直线沿着y轴向上移动时，z的值随着增大，

当直线过A点时，z取到最小值，

由y=x﹣9与2x+y=3的交点得到A（4，﹣5）

∴z=4+2（﹣5）=﹣6

故答案为：﹣6.



【点评】本题考查线性规划问题，考查根据不等式组画出可行域，在可行域中，找出满足条件的点，把点的坐标代入，求出最值.

15．（5分）△ABC中，∠B=120°，AC=7，AB=5，则△ABC的面积为__$\frac{15\sqrt{3}}{4}$__.

【考点】HP：正弦定理；HR：余弦定理.

【专题】58：解三角形.

【分析】先利用余弦定理和已知条件求得BC，进而利用三角形面积公式求得答案.

【解答】解：由余弦定理可知cosB=$\frac{25+BC^2-49}{2\cdot BC\cdot 5}$=﹣$\frac{1}{2}$，

求得BC=﹣8或3（舍负）

∴△ABC的面积为$\frac{1}{2}$•AB•BC•sinB=$\frac{1}{2}\times5\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{15\sqrt{3}}{4}$

故答案为：$\frac{15\sqrt{3}}{4}$

【点评】本题主要考查了正弦定理和余弦定理的应用．在求三角形面积过程中，利用两边和夹角来求解是常用的方法.

16．（5分）已知两个圆锥有公共底面，且两个圆锥的顶点和底面的圆周都在同

一个球面上，若圆锥底面面积是这个球面面积的$\frac{3}{16}$，则这两个圆锥中，体积较小者的高与体积较大者的高的比值为__$\frac{1}{3}$__.

【考点】L5：旋转体（圆柱、圆锥、圆台）；LG：球的体积和表面积.

【专题】11：计算题；16：压轴题.

【分析】所成球的半径，求出球的面积，然后求出圆锥的底面积，求出圆锥的底面半径，即可求出体积较小者的高与体积较大者的高的比值.

【解答】解：不妨设球的半径为：4；球的表面积为：64π，圆锥的底面积为：12π，圆锥的底面半径为：$2\sqrt{3}$；

由几何体的特征知球心到圆锥底面的距离，求的半径以及圆锥底面的半径三者可以构成一个直角三角形

由此可以求得球心到圆锥底面的距离是$\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2$，

所以圆锥体积较小者的高为：4﹣2=2，同理可得圆锥体积较大者的高为：4+2=6；

所以这两个圆锥中，体积较小者的高与体积较大者的高的比值为：$\frac{1}{3}$.

故答案为：$\frac{1}{3}$

【点评】本题是基础题，考查旋转体的体积，球的内接圆锥的体积的计算，考查计算能力，空间想象能力，常考题型.

三、解答题（共8小题，满分70分）

17．（12分）已知等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=\frac{1}{3}$，公比$q=\frac{1}{3}$.

（Ⅰ）S_n为$\{a_n\}$的前n项和，证明：$S_n=\frac{1-a_n}{2}$

（Ⅱ）设$b_n=\log_3a_1+\log_3a_2+\dots+\log_3a_n$，求数列$\{b_n\}$的通项公式.

【考点】89：等比数列的前n项和.

【专题】15：综合题.

【分析】（I）根据数列$\{a_n\}$是等比数列，$a_1=\frac{1}{3}$，公比$q=\frac{1}{3}$，求出通项公式a_n和

前n项和S_n，然后经过运算即可证明．

（II）根据数列$\{a_n\}$的通项公式和对数函数运算性质求出数列$\{b_n\}$的通项公式．

【解答】证明：（I）∵数列$\{a_n\}$为等比数列，$a_1=\frac{1}{3}$，$q=\frac{1}{3}$

$\therefore a_n=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}=\frac{1}{3^n}$，

$S_n=\dfrac{\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{3^n}\right)}{1-\frac{1}{3}}=\dfrac{1-\frac{1}{3^n}}{2}$

又$\because\dfrac{1-a_n}{2}=\dfrac{1-\frac{1}{3^n}}{2}=S_n$

$\therefore S_n=\dfrac{1-a_n}{2}$

（II）$\because a_n=\frac{1}{3^n}$

$\therefore b_n=\log_3a_1+\log_3a_2+\ldots+\log_3a_n=-\log_33+(-2\log_33)+\ldots+(-n\log_33)$

$=-(1+2+\ldots+n)$

$=-\dfrac{n(n+1)}{2}$

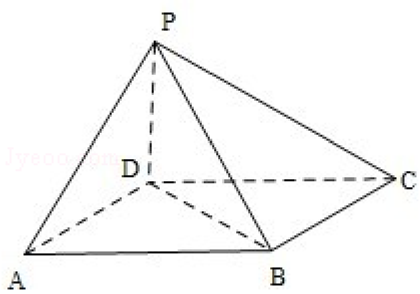
∴数列$\{b_n\}$的通项公式为：$b_n=-\dfrac{n(n+1)}{2}$

【点评】本题主要考查等比数列的通项公式、前n项和以及对数函数的运算性质．

18．（12分）如图，四棱锥P﹣ABCD中，底面ABCD为平行四边形．∠DAB=60°，AB=2AD，PD⊥底面ABCD．

（Ⅰ）证明：PA⊥BD

（Ⅱ）设PD=AD=1，求棱锥D﹣PBC的高．



【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LW：直线与平面垂直.

【专题】11：计算题；14：证明题；15：综合题.

【分析】（Ⅰ）因为∠DAB=60°，AB=2AD，由余弦定理得BD=$\sqrt{3}AD$，利用勾股定理证明BD⊥AD，根据PD⊥底面ABCD，易证BD⊥PD，根据线面垂直的判定定理和性质定理，可证PA⊥BD；

（II）要求棱锥D﹣PBC的高．只需证BC⊥平面PBD，然后得平面PBC⊥平面PBD，作DE⊥PB于E，则DE⊥平面PBC，利用勾股定理可求得DE的长.

【解答】解：（Ⅰ）证明：因为∠DAB=60°，AB=2AD，由余弦定理得BD=$\sqrt{3}AD$，

从而$BD^2+AD^2=AB^2$，故BD⊥AD

又PD⊥底面ABCD，可得BD⊥PD

所以BD⊥平面PAD．故PA⊥BD.

（II）解：作DE⊥PB于E，已知PD⊥底面ABCD，

则PD⊥BC，由（I）知，BD⊥AD，又BC∥AD，

∴BC⊥BD.

故BC⊥平面PBD，BC⊥DE，

则DE⊥平面PBC.

由题设知PD=1，则BD=$\sqrt{3}$，PB=2.

根据DE•PB=PD•BD，得DE=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

即棱锥D﹣PBC的高为$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

【点评】此题是个中档题．考查线面垂直的性质定理和判定定理，以及点到面的距离，查了同学们观察、推理以及创造性地分析问题、解决问题能力.

19．（12分）某种产品的质量以其质量指标值衡量，质量指标值越大表明质量越好，且质量指标值大于或等于102的产品为优质品，现用两种新配方（分别称为A配方和B配方）做试验，各生产了100件这种产品，并测量了每件产品的质量指标值，得到下面试验结果：

A配方的频数分布表

指标值分组	[90，94）	[94，98）	[98，102）	[102，106）	[106，110]

频数	8	20	42	22	8

B配方的频数分布表

指标值分组	[90，94）	[94，98）	[98，102）	[102，106）	[106，110]
频数	4	12	42	32	10

（Ⅰ）分别估计用A配方，B配方生产的产品的优质品率；

（Ⅱ）已知用B配方生成的一件产品的利润y（单位：元）与其质量指标值t的关系式为$y=\begin{cases}-2, & t<94\\ 2, & 94\leqslant t<102\\ 4, & t\geqslant 102\end{cases}$

从用B配方生产的产品中任取一件，其利润记为X（单位：元），求X的分布列及数学期望．（以试验结果中质量指标值落入各组的频率作为一件产品的质量指标值落入相应组的概率）

【考点】B2：简单随机抽样；BB：众数、中位数、平均数；CH：离散型随机变量的期望与方差．

【专题】11：计算题；15：综合题．

【分析】（I）根据所给的样本容量和两种配方的优质的频数，两个求比值，得到用两种配方的产品的优质品率的估计值．

（II）根据题意得到变量对应的数字，结合变量对应的事件和第一问的结果写出变量对应的概率，写出分布列和这组数据的期望值．

【解答】解：（Ⅰ）由试验结果知，用A配方生产的产品中优质的频率为

$\frac{22+8}{100}=0.3$

∴用A配方生产的产品的优质品率的估计值为0.3．

由试验结果知，用B配方生产的产品中优质品的频率为$\frac{32+10}{100}=0.42$

∴用B配方生产的产品的优质品率的估计值为0.42；

（Ⅱ）用B配方生产的100件产品中，其质量指标值落入区间

[90，94），[94，102），[102，110]的频率分别为0.04，0.54，0.42，

∴P（X=﹣2）=0.04，P（X=2）=0.54，P（X=4）=0.42，

即X的分布列为

X	﹣2	2	4
P	0.04	0.54	0.42

∴X的数学期望值EX=﹣2×0.04+2×0.54+4×0.42=2.68

【点评】本题考查随机抽样和样本估计总体的实际应用，考查频数，频率和样本容量之间的关系，考查离散型随机变量的分布列和期望，本题是一个综合问题

20．（12分）在平面直角坐标系xOy中，曲线$y=x^2-6x+1$与坐标轴的交点都在圆C上．

（Ⅰ）求圆C的方程；

（Ⅱ）若圆C与直线x﹣y+a=0交与A，B两点，且OA⊥OB，求a的值．

【考点】J1：圆的标准方程；J8：直线与圆相交的性质．

【专题】5B：直线与圆．

【分析】（Ⅰ）法一：写出曲线与坐标轴的交点坐标，利用圆心的几何特征设出圆心坐标，构造关于圆心坐标的方程，通过解方程确定出圆心坐标，进而算出半径，写出圆的方程；

法二：可设出圆的一般式方程，利用曲线与方程的对应关系，根据同一性直接求出参数，

（Ⅱ）利用设而不求思想设出圆C与直线x﹣y+a=0的交点A，B坐标，通过OA⊥OB建立坐标之间的关系，结合韦达定理寻找关于a的方程，通过解方程确定出a的值．

【解答】解：（Ⅰ）法一：曲线$y=x^2-6x+1$与y轴的交点为（0，1），与x轴的交点为（$3+2\sqrt{2}$，0），（$3-2\sqrt{2}$，0）．可知圆心在直线x=3上，故可设该圆的圆心C为（3，t），则有$3^2+(t-1)^2=(2\sqrt{2})^2+t^2$，解得t=1，故圆C的半径为$\sqrt{3^2+(t-1)^2}=3$，所以圆C的方程为$(x-3)^2+(y-1)^2=9$．

法二：圆$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$

x=0，y=1有1+E+F=0

$y=0$，$x^2-6x+1=0$与$x^2+Dx+F=0$是同一方程，故有$D=-6$，$F=1$，$E=-2$，

即圆方程为$x^2+y^2-6x-2y+1=0$

（Ⅱ）设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，其坐标满足方程组

$\begin{cases}x-y+a=0\\(x-3)^2+(y-1)^2=9\end{cases}$，消去y，得到方程$2x^2+(2a-8)x+a^2-2a+1=0$，由已知可得判别式$\triangle=56-16a-4a^2>0$.

在此条件下利用根与系数的关系得到$x_1+x_2=4-a$，$x_1x_2=\frac{a^2-2a+1}{2}$①，

由于$OA\perp OB$可得$x_1x_2+y_1y_2=0$，又$y_1=x_1+a$，$y_2=x_2+a$，所以可得$2x_1x_2+a(x_1+x_2)+a^2=0$②

由①②可得$a=-1$，满足$\triangle=56-16a-4a^2>0$．故$a=-1$.

【点评】本题考查圆的方程的求解，考查学生的待定系数法，考查学生的方程思想，直线与圆的相交问题的解决方法和设而不求的思想，考查垂直问题的解决思想，考查学生分析问题解决问题的能力，属于直线与圆的方程的基本题型.

21．（12分）已知函数$f(x)=\frac{a\ln x}{x+1}+\frac{b}{x}$，曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程为$x+2y-3=0$.

（Ⅰ）求a、b的值；

（Ⅱ）证明：当$x>0$，且$x\neq1$时，$f(x)>\frac{\ln x}{x-1}$.

【考点】6E：利用导数研究函数的最值；6H：利用导数研究曲线上某点切线方程.

【专题】15：综合题；16：压轴题；32：分类讨论；35：转化思想.

【分析】（I）据切点在切线上，求出切点坐标；求出导函数；利用导函数在切点处的值为切线的斜率及切点在曲线上，列出方程组，求出a，b的值.

（II）构造新函数，求出导函数，通过研究导函数的符号判断出函数的单调性，求出函数的最值，证得不等式.

【解答】解：（I）$f'(x)=\dfrac{a(\frac{x+1}{x}-\ln x)}{(x+1)^2}-\dfrac{b}{x^2}$.

由于直线x+2y﹣3=0的斜率为﹣$\frac{1}{2}$，且过点（1，1）

所以$\begin{cases}b=1\\ \frac{a}{2}-b=-\frac{1}{2}\end{cases}$

解得a=1，b=1

（II）由（I）知f（x）$=\frac{\ln x}{x+1}+\frac{1}{x}$

所以$f(x)-\frac{\ln x}{x-1}=\frac{1}{1-x^2}(2\ln x-\frac{x^2-1}{x})$

考虑函数$h(x)=2\ln x-\frac{x^2-1}{x}(x>0)$，

则$h'(x)=\frac{2}{x}-\frac{2x^2-(x^2-1)}{x^2}=-\frac{(x-1)^2}{x^2}$

所以当x≠1时，h′（x）＜0而h（1）=0，

当x∈（0，1）时，h（x）＞0可得$\frac{1}{1-x^2}h(x)>0$；

当$x\in(1,+\infty)$时，$h(x)<0$，可得$\frac{1}{1-x^2}h(x)>0$

从而当x＞0且x≠1时，

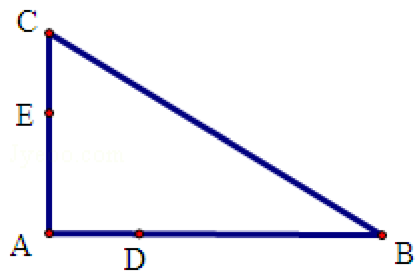
$f(x)-\frac{\ln x}{x-1}>0$即$f(x)>\frac{\ln x}{x-1}$

【点评】本题考查导函数的几何意义：在切点处的导数值为切线的斜率、考查通过判断导函数的符号求出函数的单调性；通过求函数的最值证明不等式恒成立.

22．（10分）如图，D，E分别为△ABC的边AB，AC上的点，且不与△ABC的顶点重合．已知AE的长为m，AC的长为n，AD，AB的长是关于x的方程$x^2-14x+mn=0$的两个根．

（Ⅰ）证明：C，B，D，E四点共圆；

（Ⅱ）若∠A=90°，且m=4，n=6，求C，B，D，E所在圆的半径．



【考点】N7：圆周角定理；NC：与圆有关的比例线段．

【专题】11：计算题；14：证明题．

【分析】（I）做出辅助线，根据所给的AE的长为m，AC的长为n，AD，AB的长是关于x的方程$x^2-14x+mn=0$的两个根，得到比例式，根据比例式得到三角形相似，根据相似三角形的对应角相等，得到结论．

（II）根据所给的条件做出方程的两个根，即得到两条线段的长度，取CE的中点G，DB的中点F，分别过G，F作AC，AB的垂线，两垂线相交于H点，连接DH，根据四点共圆得到半径的大小．

【解答】解：（I）连接DE，根据题意在△ADE和△ACB中，

AD×AB=mn=AE×AC，

即$\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}$

又∠DAE=∠CAB，从而△ADE∽△ACB

因此∠ADE=∠ACB

∴C，B，D，E四点共圆．

（Ⅱ）m=4，n=6时，方程$x^2-14x+mn=0$的两根为$x_1=2$，$x_2=12$．

故AD=2，AB=12．

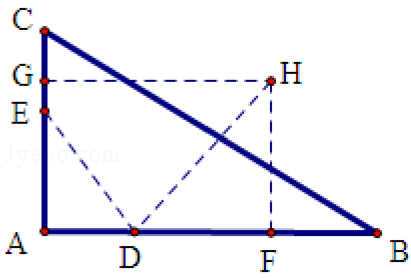
取CE的中点G，DB的中点F，分别过G，F作AC，AB的垂线，两垂线相交于H点，连接DH．

∵C，B，D，E四点共圆，

∴C，B，D，E四点所在圆的圆心为H，半径为DH．

由于∠A=90°，故GH∥AB，HF∥AC．HF=AG=5，DF=$\frac{1}{2}$（12﹣2）=5．

故C，B，D，E四点所在圆的半径为$5\sqrt{2}$



【点评】本题考查圆周角定理，考查与圆有关的比例线段，考查一元二次方程的解，考查四点共圆的判断和性质，本题是一个几何证明的综合题.

23．在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\alpha\\y=2+2\sin\alpha\end{cases}$（α为参数）M是$C_1$上的动点，P点满足$\overrightarrow{OP}=2\overrightarrow{OM}$，P点的轨迹为曲线$C_2$

（Ⅰ）求C_2的方程；

（Ⅱ）在以O为极点，x轴的正半轴为极轴的极坐标系中，射线$\theta=\frac{\pi}{3}$与C_1的异于极点的交点为A，与C_2的异于极点的交点为B，求|AB|.

【考点】J3：轨迹方程；Q4：简单曲线的极坐标方程.

【专题】11：计算题；16：压轴题.

【分析】（I）先设出点P的坐标，然后根据点P满足的条件代入曲线C_1的方程即可求出曲线C_2的方程；

（II）根据（I）将求出曲线C_1的极坐标方程，分别求出射线$\theta=\frac{\pi}{3}$与C_1的交点A的极径为ρ_1，以及射线$\theta=\frac{\pi}{3}$与C_2的交点B的极径为ρ_2，最后根据$|AB|=|\rho_2-\rho_1|$求出所求.

【解答】解：（I）设P（x，y），则由条件知M（$\frac{x}{2}$，$\frac{y}{2}$）．由于M点在C_1上，

所以$\begin{cases}\frac{x}{2}=2\cos\alpha\\\frac{y}{2}=2+2\sin\alpha\end{cases}$ 即$\begin{cases}x=4\cos\alpha\\y=4+4\sin\alpha\end{cases}$

从而C_2的参数方程为

$\begin{cases}x=4\cos\alpha\\y=4+4\sin\alpha\end{cases}$（α为参数）

（Ⅱ）曲线C_1的极坐标方程为$\rho=4\sin\theta$，曲线C_2的极坐标方程为$\rho=8\sin\theta$.

射线$\theta=\frac{\pi}{3}$与C_1的交点A的极径为$\rho_1=4\sin\frac{\pi}{3}$，

射线$\theta=\frac{\pi}{3}$与C_2的交点B的极径为$\rho_2=8\sin\frac{\pi}{3}$.

所以$|AB|=|\rho_2-\rho_1|=2\sqrt{3}$.

【点评】本题考查点的极坐标和直角坐标的互化，以及轨迹方程的求解和线段的度量，属于中档题.

24．设函数f（x）=|x－a|+3x，其中a＞0.

（Ⅰ）当a=1时，求不等式f（x）≥3x+2的解集

（Ⅱ）若不等式f（x）≤0的解集为{x|x≤－1}，求a的值.

【考点】R5：绝对值不等式的解法.

【专题】11：计算题；16：压轴题；32：分类讨论.

【分析】（Ⅰ）当a=1时，f（x）≥3x+2可化为|x－1|≥2．直接求出不等式f（x）≥3x+2的解集即可.

（Ⅱ）由f（x）≤0得|x－a|+3x≤0分x≥a和x≤a推出等价不等式组，分别求解，然后求出a的值.

【解答】解：（Ⅰ）当a=1时，f（x）≥3x+2可化为

|x－1|≥2.

由此可得x≥3或x≤－1.

故不等式f（x）≥3x+2的解集为

{x|x≥3或x≤－1}.

（Ⅱ）由f（x）≤0得

|x－a|+3x≤0

此不等式化为不等式组

$\begin{cases} x\geqslant a \\ x-a+3x\leqslant 0 \end{cases}$或$\begin{cases} x\leqslant a \\ a-x+3x\leqslant 0 \end{cases}$

即$\begin{cases} x\geqslant a \\ x\leqslant \frac{a}{4} \end{cases}$或$\begin{cases} x\leqslant a \\ x\leqslant -\frac{a}{2} \end{cases}$

因为a＞0，所以不等式组的解集为$\{x|x\leqslant -\frac{a}{2}\}$

由题设可得 $-\frac{a}{2}=-1$，故a=2

【点评】本题是中档题，考查绝对值不等式的解法，注意分类讨论思想的应用，考查计算能力，常考题型.