

2013 年普通高等学校招生全国统一考试（重庆卷）

数学试题卷（文史类）

一. 选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个备选项中，只有一个选项是符合题目要求的。

(1) 已知集合  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ ，集合  $A = \{1, 2\}$ ， $B = \{2, 3\}$ ，则  $\complement_U(A \cup B) =$

- (A)  $\{1, 3, 4\}$                       (B)  $\{3, 4\}$                       (C)  $\{3\}$                       (D)  $\{4\}$

(2) 命题“对任意  $x \in R$ ，都有  $x^2 \geq 0$ ”的否定为

- (A) 对任意  $x \in R$ ，使得  $x^2 < 0$                       (B) 不存在  $x \in R$ ，使得  $x^2 < 0$

- (C) 存在  $x_0 \in R$ ，都有  $x_0^2 \geq 0$                       (D) 存在  $x_0 \in R$ ，都有  $x_0^2 < 0$

(3) 函数  $y = \frac{1}{\log_2(x-2)}$  的定义域为

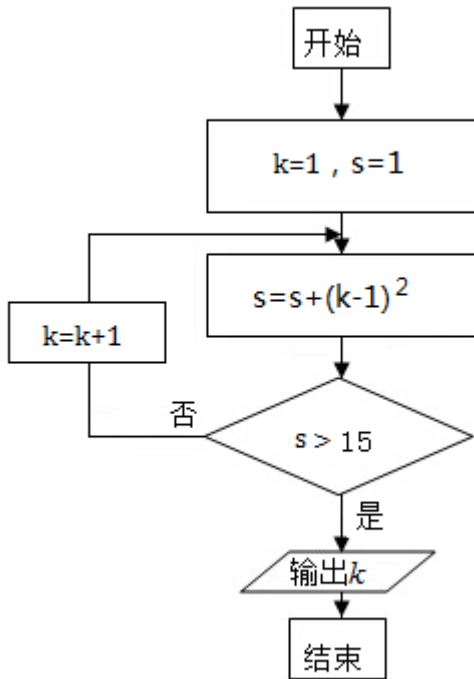
- (A)  $(-\infty, 2)$                       (B)  $(2, +\infty)$

- (C)  $(2, 3) \cup (3, +\infty)$                       (D)  $(2, 4) \cup (4, +\infty)$

(4) 设  $P$  是圆  $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$  上的动点， $Q$  是直线  $x = -3$  上的动点，则  $|PQ|$  的最小值为

- (A) 6                      (B) 4                      (C) 3                      (D) 2

(5) 执行如题 (5) 图所示的程序框图，则输出的  $k$  的值是



- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6

(6) 下图是某公司 10 个销售店某月销售某产品数量（单位：台）的茎叶图，则数据落在区间  $[20, 30)$  内的概率为

- (A) 0.2
- (B) 0.4
- (C) 0.5
- (D) 0.6



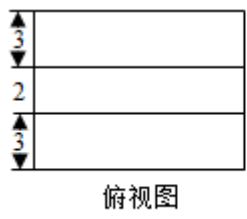
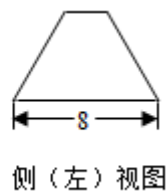
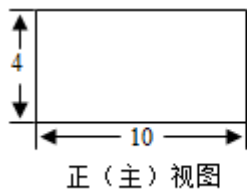
题 (6) 图

(7) 关于  $x$  的不等式  $x^2 - 2ax - 8a^2 < 0$  ( $a > 0$ ) 的解集

为  $(x_1, x_2)$ ，且：  $x_2 - x_1 = 15$ ，则  $a =$

- (A)  $\frac{5}{2}$
- (B)  $\frac{7}{2}$
- (C)  $\frac{15}{4}$
- (D)  $\frac{15}{2}$

(8) 某几何体的三视图如题 (8) 所示，则该几何体的表面积为



- (A) 180
- (B) 200
- (C) 220
- (D) 240

(9) 已知函数  $f(x) = ax^3 + b \sin x + 4(a, b \in R)$ ,  $f(\lg(\log_2 10)) = 5$ , 则  $f(\lg(\lg 2)) =$

- (A) -5
- (B) -1
- (C) 3
- (D) 4

(10) 设双曲线  $C$  的中心为点  $O$ , 若有且只有一对相较于点  $O$ 、所成的角为  $60^\circ$  的直线  $A_1B_1$  和  $A_2B_2$ , 使  $|A_1B_1| = |A_2B_2|$ , 其中  $A_1, B_1$  和  $A_2, B_2$  分别是这对直线与双曲线  $C$  的交点, 则该双曲线的离心率的取值范围是

- (A)  $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 2]$
- (B)  $[\frac{2\sqrt{3}}{3}, 2)$
- (C)  $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty)$
- (D)

$[\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty)$

**二. 填空题: 本大题共 6 小题, 考生作答 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分. 把答案填写在答题卡相应位置上.**

(11) 已知复数  $z = 1 + 2i$  ( $i$  是虚数单位), 则  $|z| =$  \_\_\_\_\_.

(12) 若 2、 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、9 成等差数列, 则  $c - a =$  \_\_\_\_\_.

(13) 若甲、乙、丙三人随机地站成一排, 则甲、乙两人相邻而站的概率为 \_\_\_\_\_.

(14)  $OA$  为边,  $OB$  为对角线的矩形中,  $\overrightarrow{OA} = (-3, 1)$ ,  $\overrightarrow{OB} = (-2, k)$ , 则实数

$$k = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(15) 设  $0 \leq \alpha \leq \pi$ , 不等式  $8x^2 - (8\sin \alpha)x + \cos 2\alpha \geq 0$  对  $x \in R$  恒成立, 则  $a$  的取值范围为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

### 三. 解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(16) (本小题满分 13 分, (I) 小问 7 分, (II) 小问 6 分)

设数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = 3a_n$ ,  $n \in N_+$ .

(I) 求  $\{a_n\}$  的通项公式及前  $n$  项和  $S_n$ ;

(II) 已知  $\{b_n\}$  是等差数列,  $T_n$  为前  $n$  项和, 且  $b_1 = a_2$ ,  $b_3 = a_1 + a_2 + a_3$ , 求  $T_{20}$ .

(17) (本小题满分 13 分, (I) 小问 9 分, (II)、(III) 小问各 2 分)

从某居民区随机抽取 10 个家庭, 获得第  $i$  个家庭的月收入  $x_i$  (单位: 千元) 与月储蓄  $y_i$

(单位: 千元) 的数据资料, 算得  $\sum_{i=1}^{10} x_i = 80$ ,  $\sum_{i=1}^{10} y_i = 20$ ,  $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 184$ ,

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 720.$$

(I) 求家庭的月储蓄  $y$  对月收入  $x$  的线性回归方程  $y = bx + a$ ;

(II) 判断变量  $x$  与  $y$  之间是正相关还是负相关;

(III) 若该居民区某家庭月收入为 7 千元, 预测该家庭的月储蓄.

附: 线性回归方程  $y = bx + a$  中,  $b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$ ,  $a = \bar{y} - b \bar{x}$ ,

其中  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  为样本平均值, 线性回归方程也可写为  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ .

(18) (本小题满分 13 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 9 分)

在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的对边分别是  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 且  $a^2 = b^2 + c^2 + \sqrt{3}ab$ .

(I) 求  $A$ ;

(II) 设  $a = \sqrt{3}$ ,  $S$  为  $\triangle ABC$  的面积, 求  $S + 3 \cos B \cos C$  的最大值, 并指出此时  $B$

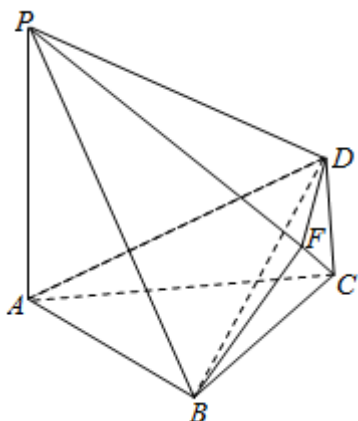
的值.

(19) (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分)

如题 (19) 图, 四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ,  $PA = 2\sqrt{3}$ ,  
 $BC = CD = 2$ ,  $\angle ACB = \angle ACD = \frac{\pi}{3}$ .

(I) 求证:  $BD \perp$  平面  $PAC$ ;

(II) 若侧棱  $PC$  上的点  $F$  满足  $PF = 7FC$ , 求三棱锥  $P-BDF$  的体积.



(20) (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分)

某村庄拟修建一个无盖的圆柱形蓄水池 (不计厚度). 设该蓄水池的底面半径为  $r$  米, 高为  $h$  米, 体积为  $V$  立方米. 假设建造成本仅与表面积有关, 侧面积的建造成本为 100 元/平方米, 底面的建造成本为 160 元/平方米, 该蓄水池的总建造成本为  $12000\pi$  元 ( $\pi$  为圆周率).

(I) 将  $V$  表示成  $r$  的函数  $V(r)$ , 并求该函数的定义域;

(II) 讨论函数  $V(r)$  的单调性, 并确定  $r$  和  $h$  为何值时该蓄水池的体积最大.

(21) (本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 8 分)

如题 (21) 图, 椭圆的中心为原点  $O$ , 长轴在  $x$  轴上, 离心率  $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 过左焦点  $F_1$  作  $x$  轴的垂线交椭圆于  $A$ 、 $A'$  两点,  $|AA'| = 4$ .

(I) 求该椭圆的标准方程;

(II) 取平行于  $y$  轴的直线与椭圆相较于不同的两点  $P$ 、 $P'$ , 过  $P$ 、 $P'$  作圆心为  $Q$  的圆, 使椭圆上的其余点均在圆  $Q$  外. 求  $\Delta PP'Q$  的面积  $S$  的最大值, 并写出对应的圆  $Q$  的标准方程.

