绝密★启用前

2018年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数学（文史类）

本试卷分为第I卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟。第I卷1至2页，第Ⅱ卷3至5页。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题考上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

第I卷

注意事项：

1．每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

2．本卷共8小题，每小题5分，共40分。

参考公式：

·如果事件 A，B 互斥，那么 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

·棱柱的体积公式$V=Sh$. 其中S表示棱柱的底面面积，h表示棱柱的高.

·棱锥的体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$，其中 S 表示棱锥的底面积，h表示棱锥的高.

一．选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

（1）设集合 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{-1,0,2,3\}$，$C=\{x\in\mathbf{R}\,|\,-1\le x<2\}$，则 $(A\bigcup B)\bigcap C=$

（A）$\{-1,1\}$　　（B）$\{0,1\}$

（C）$\{-1,0,1\}$　　（D）$\{2,3,4\}$

（2）设变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\le 5,\\ 2x-y\le 4,\\ -x+y\le 1,\\ y\ge 0,\end{cases}$ 则目标函数 $z=3x+5y$ 的最大值为

（A）6　　（B）19

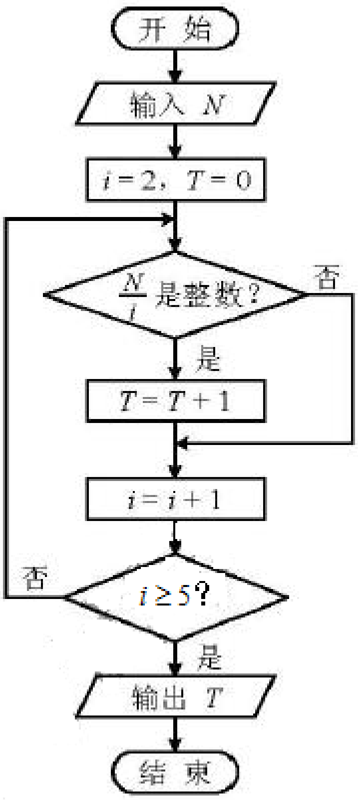
（C）21　　（D）45

（3）设 $x\in\mathbf{R}$，则“$x^3>8$”是“$|x|>2$”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（4）阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，若输入 N 的值为20，则输出 T 的值为



（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

（5）已知 $a=\log_3\dfrac{7}{2},b=(\dfrac{1}{4})^{\frac{1}{3}},c=\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{5}$，则 a,b,c 的大小关系为

（A）$a>b>c$　　（B）$b>a>c$　　（C）$c>b>a$　　（D）$c>a>b$

（6）将函数 $y=\sin(2x+\dfrac{\pi}{5})$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{10}$ 个单位长度，所得图象对应的函数

（A）在区间 $[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}]$ 上单调递增　　（B）在区间 $[\dfrac{\pi}{4},0]$ 上单调递减

（C）在区间 $[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}]$ 上单调递增　　（D）在区间 $[\dfrac{\pi}{2},\pi]$ 上单调递减

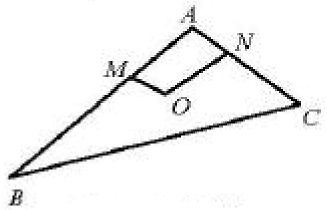
（7）已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为2，过右焦点且垂直于 x 轴的直线与双曲线交于 A,B 两点.设 A,B 到双曲线的同一条渐近线的距离分别为 d_1 和 d_2，且 $d_1+d_2=6$, 则双曲线的方程为

（A）$\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{9}=1$　　（B）$\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{3}=1$

（C）$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1$

（D）$\dfrac{x^2}{12}-\dfrac{y^2}{4}=1$

（8）在如图的平面图形中，已知$OM=1.ON=2,\angle MON=120^\circ$，$\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MA},\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{NA}$，则$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{OM}$的值为



（A）-15

（B）-9

（C）-6

（D）0

第II卷

注意事项：

1．用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。

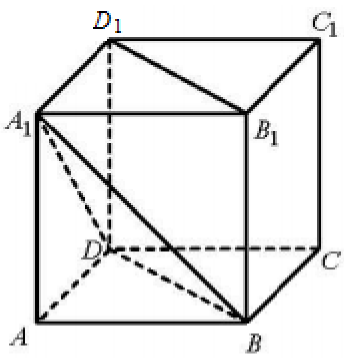
2．本卷共12小题，共110分。

二．填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.

（9）i是虚数单位，复数$\dfrac{6+7i}{1+2i}=$__________.

（10）已知函数$f(x)=e^x\ln x$，$f'(x)$为$f(x)$的导函数，则f'（1）的值为__________.

（11）如图，已知正方体$ABCD–A_1B_1C_1D_1$的棱长为1，则四棱柱$A_1–BB_1D_1D$的体积为__________.



第（11）题图

（12）在平面直角坐标系中，经过三点（0，0），（1，1），（2，0）的圆的方程为__________.

（13）已知a，$b\in\mathbf{R}$，且$a–3b+6=0$，则$2^a+\dfrac{1}{8^b}$的最小值为__________.

（14）已知$a\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+2x+a-2, & x\le 0,\\ -x^2+2x-2a, & x>0.\end{cases}$ 若对任意$x\in$［-3，$+\infty$），$f(x)\le|x|$恒成立，则a的取值范围是__________.

三．解答题：本大题共6小题，共80分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

（15）（本小题满分13分）

已知某校甲、乙、丙三个年级的学生志愿者人数分别为240，160，160．现采用分层抽样的方法从中抽取 7 名同学去某敬老院参加献爱心活动．

（I）应从甲、乙、丙三个年级的学生志愿者中分别抽取多少人？

（Ⅱ）设抽出的7名同学分别用A，B，C，D，E，F，G表示，现从中随机抽取2名同学承担敬老院的卫生工作．

（i）试用所给字母列举出所有可能的抽取结果；

（ii）设M为事件“抽取的2名同学来自同一年级”，求事件M发生的概率．

（16）（本小题满分13分）

在$\triangle ABC$中，内角A，B，C所对的边分别为a,b,c．已知$b\sin A=a\cos(B-\frac{\pi}{6})$．

（I）求教B的大小；

（Ⅱ）设$a=2$，$c=3$，求b和$\sin(2A-B)$的值．

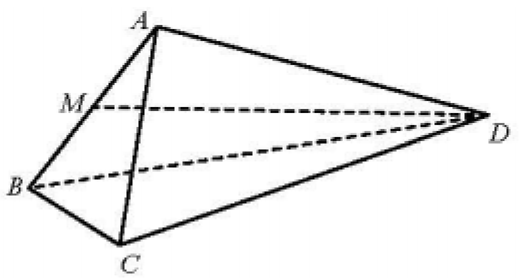
（17）（本小题满分13分）

如图，在四面体$ABCD$中，$\triangle ABC$是等边三角形，平面$ABC\perp$平面ABD，点M为棱AB的中点，$AB=2$，$AD=2\sqrt{3}$，$\angle BAD=90°$．

（I）求证：$AD\perp BC$；

（II）求异面直线BC与MD所成角的余弦值；

（III）求直线CD与平面ABD所成角的正弦值．



（18）（本小题满分13分）

设$\{a_n\}$是等差数列，其前n项和为S_n（$n\in\mathbf{N}^*$）；$\{b_n\}$是等比数列，公比大于0，其前n项和为T_n（$n\in\mathbf{N}^*$）．已

知$b_1=1$，$b_3=b_2+2$，$b_4=a_3+a_5$，$b_5=a_4+2a_6$．

（I）求S_n和T_n；

（II）若S_n+（$T_1+T_2+\ldots+T_n$）$=a_n+4b_n$，求正整数n的值．

（19）（本小题满分14分）

设椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右顶点为A，上顶点为B.已知椭圆的离心率为$\frac{\sqrt{5}}{3}$，$|AB|=\sqrt{13}$.

（I）求椭圆的方程；

（II）设直线$l:y=kx(k<0)$与椭圆交于P,Q两点，l与直线AB交于点M，且点P，M均在第四象限.若$\triangle BPM$ 的面积是$\triangle BPQ$面积的2倍，求k的值.

（20）（本小题满分14分）

设函数 $f(x)=(x-t_1)(x-t_2)(x-t_3)$，其中$t_1,t_2,t_3\in\mathbf{R}$,且$t_1,t_2,t_3$是公差为$d$的等差数列.

（I）若$t_2=0,d=1,$ 求曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程；

（II）若$d=3$，求$f(x)$的极值；

（III）若曲线$y=f(x)$ 与直线 $y=-(x_1-t_2)-6\sqrt{3}$有三个互异的公共点，求d的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题考查基本知识和基本运算．每小题5分，满分40分．

（1）C	（2）C	（3）A	（4）B
（5）D	（6）A	（7）A	（8）C

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算．每小题5分，满分30分．

（9）4–i　（10）e　（11）$\frac{1}{3}$

（12）$x^2+y^2-2x=0$　（13）$\frac{1}{4}$　（14）［$\frac{1}{8}$，2］

三、解答题

（15）本小题主要考查随机抽样、用列举法计算随机事件所含的基本事件数、古典概型及其概率计算公式等基本知识．考查运用概率知识解决简单实际问题的能力．满分13分．

（I）解：由已知，甲、乙、丙三个年级的学生志愿者人数之比为3:2:2，由于采用分层抽样的方法从中抽取7名同学，因此应从甲、乙、丙三个年级的学生志愿者中分别抽取3人，2人，2人．

（II）（i）解：从抽出的7名同学中随机抽取2名同学的所有可能结果为

$\{A，B\}$，$\{A，C\}$，$\{A，D\}$，$\{A，E\}$，$\{A，F\}$，$\{A，G\}$，$\{B，C\}$，$\{B，D\}$，$\{B，E\}$，$\{B，F\}$，$\{B，G\}$，$\{C，D\}$，$\{C，E\}$，$\{C，F\}$，$\{C，G\}$，$\{D，E\}$，$\{D，F\}$，$\{D，G\}$，$\{E，F\}$，$\{E，G\}$，$\{F，G\}$，共21种．

（ii）解：由（I），不妨设抽出的7名同学中，来自甲年级的是A，B，C，来自乙年级的是D，E，来自丙年级的是F，G，则从抽出的7名同学中随机抽取的2名同学来自同一年级的所有可能结果为$\{A，B\}$，$\{A，C\}$，$\{B，C\}$，$\{D，E\}$，$\{F，G\}$，共5种．学@科网

所以，事件M发生的概率为$P（M）=\dfrac{5}{21}$．

（16）本小题主要考查同角三角函数的基本关系，两角差的正弦与余弦公式，二倍角的正弦与余弦公式，以及正弦定理、余弦定理等基础知识，考查运算求解能力．满分13分．

（I）解：在△ABC中，由正弦定理$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，可得$b\sin A=a\sin B$，又由$b\sin A=a\cos(B-\dfrac{\pi}{6})$，得$a\sin B=a\cos(B-\dfrac{\pi}{6})$，即$\sin B=\cos(B-\dfrac{\pi}{6})$，可得$\tan B=\sqrt{3}$．又因为$B\in(0，\pi)$，可得$B=\dfrac{\pi}{3}$．

（II）解：在△ABC中，由余弦定理及a=2，c=3，$B=\dfrac{\pi}{3}$，有$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=7$，故$b=\sqrt{7}$．

由$b\sin A=a\cos(B-\dfrac{\pi}{6})$，可得$\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$．因为$a<c$，故$\cos A=\dfrac{2}{\sqrt{7}}$．因此$\sin 2A=2\sin A\cos A=\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$，

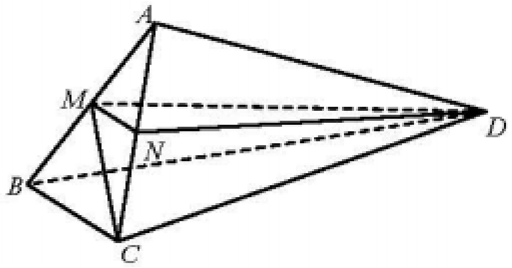
$\cos 2A=2\cos^2 A-1=\dfrac{1}{7}$.

所以，$\sin(2A-B)=\sin 2A\cos B-\cos 2A\sin B=\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\times\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{7}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{14}$.

（17）本小题主要考查异面直线所成的角、直线与平面所成的角、平面与平面垂直等基础知识．考查空间想象能力、运算求解能力和推理论证能力．满分13分．

（I）由平面ABC⊥平面ABD，平面ABC∩平面ABD=AB，AD⊥AB，可得AD⊥平面ABC，故AD⊥BC．

（II）解：取棱AC的中点N，连接MN，ND．又因为M为棱AB的中点，故MN∥BC．所以∠DMN（或其补角）为异面直线BC与MD所成的角．



在Rt△DAM中，AM=1，故DM=$\sqrt{AD^2+AM^2}$=$\sqrt{13}$．因为AD⊥平面ABC，故AD⊥AC．

在Rt△DAN中，AN=1，故DN=$\sqrt{AD^2+AN^2}$=$\sqrt{13}$．

在等腰三角形DMN中，MN=1，可得$\cos\angle DMN=\dfrac{\frac{1}{2}MN}{DM}=\dfrac{\sqrt{13}}{26}$．

所以，异面直线BC与MD所成角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{13}}{26}$．

（III）解：连接CM．因为△ABC为等边三角形，M为边AB的中点，故CM⊥AB，CM=$\sqrt{3}$．又因为平面ABC⊥平面ABD，而CM⊂平面ABC，故CM⊥平面ABD．所以，∠CDM为直线CD与平面ABD所成的角．

在Rt△CAD中，CD=$\sqrt{AC^2+AD^2}$=4．

在Rt△CMD中，$\sin\angle CDM=\dfrac{CM}{CD}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$．

所以，直线CD与平面ABD所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$．

（18）本小题主要考查等差数列、等比数列的通项公式及前n项和公式等基础知识.考查数列求和的基本方法和运算求解能力.满分13分.

（I）解：设等比数列$\{b_n\}$的公比为q，由b_1=1，b_3=b_2+2，可得$q^2-q-2=0$.

因为$q>0$，可得$q=2$，故$b_n=2^{n-1}$.所以$T_n=\dfrac{1-2^n}{1-2}=2^n-1$.

设等差数列$\{a_n\}$的公差为d.由$b_4=a_3+a_5$，可得$a_1+3d=4$.由$b_5=a_4+2a_6$，可得$3a_1+13d=16$,

从而$a_1=1,d=1$，故$a_n=n$，所以$S_n=\dfrac{n(n+1)}{2}$.

（II）解：由（I），知$T_1+T_2+\cdots+T_n=(2^1+2^3+\cdots+2^n)-n=2^{n+1}-n-2.$

由$S_n+(T_1+T_2+\cdots+T_n)=a_n+4b_n$可得$\dfrac{n(n+1)}{2}+2^{n+1}-n-2=n+2^{n+1}$，

整理得$n^2-3n-4=0,$ 解得$n=-1$（舍），或$n=4$.所以n的值为4.学&科网

（19）本小题主要考查椭圆的标准方程和几何性质、直线方程等基础知识.考查用代数方法研究圆锥曲线的

性质.考查运算求解能力，以及用方程思想解决问题的能力.满分14分.

（I）解：设椭圆的焦距为2c，由已知得$\dfrac{c^2}{a^2}=\dfrac{5}{9}$，又由$a^2=b^2+c^2$，可得$2a=3b$. 由

$|AB|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{13}$,从而$a=3,b=2$.

所以，椭圆的方程为$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

（II）解：设点P的坐标为(x_1,y_1)，点M的坐标为(x_2,y_2)，由题意，$x_2>x_1>0$，

点Q的坐标为$(-x_1,-y_1)$. 由$\triangle BPM$的面积是$\triangle BPQ$面积的2倍，可得$|PM|=2|PQ|$，

从而$x_2-x_1=2[x_1-(-x_1)]$，即$x_2=5x_1$.

易知直线AB的方程为$2x+3y=6$，由方程组$\begin{cases}2x+3y=6,\\y=kx,\end{cases}$消去$y$，可得$x_2=\dfrac{6}{3k+2}$.由方程组

$\begin{cases}\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1,\\y=kx,\end{cases}$消去$y$，可得$x_1=\dfrac{6}{\sqrt{9k^2+4}}$.由$x_2=5x_1$，可得$\sqrt{9k^2+4}=5(3k+2)$，两边平方，整理得

$18k^2+25k+8=0$，解得$k=-\dfrac{8}{9}$，或$k=-\dfrac{1}{2}$.

当$k=-\dfrac{8}{9}$时，$x_2=-9<0$，不合题意，舍去；当$k=-\dfrac{1}{2}$时，$x_2=12$，$x_1=\dfrac{12}{5}$，符合题意.

所以，k的值为$-\dfrac{1}{2}$.

（20）本小题主要考查导数的运算、导数的几何意义、运用导数研究函数的性质等基础知识和方法，考查函数思想和分类讨论思想，考查综合分析问题和解决问题的能量，满分14分.

（I）解：由已知，可得$f(x)=x(x-1)(x+1)=x^3-x$，故$f'(x)=3x-1$，因此$f(0)=0$，$f'(0)=-1$，又因为曲线$y=f(x)$在点$(0，f(0))$处的切线方程为$y-f(0)=f'(0)(x-0)$，故所求切线方程为$x+y=0$.

（II）解：由已知可得

$f(x)=(x-t_2+3)(x-t_2)(x-t_2-3)=(x-t_2)^3-9(x-t_2)=x^3-3t_2x^2+(3t_2^2-9)x-t_2^2+9t_2$.

故$f'(x)=3x^3-6t_2x+3t_2^2-9$.令$f'(x)=0$，解得$x=t_2-\sqrt{3}$，或$x=t_2+\sqrt{3}$.

当x变化时，$f(x)$，$f(x)$的变化如下表：

x	$(-\infty，t_2-\sqrt{3}$	$t_2-\sqrt{3}$	$(t_2-\sqrt{3}，t_2+\sqrt{3}$	$t_2+\sqrt{3}$	$(t_2+\sqrt{3}，+\infty$

	)		)		)
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	极大值	↘	极小值	↗

所以函数$f(x)$的极大值为$f(t_2-\sqrt{3})=(-\sqrt{3})^3-9\times(-\sqrt{3})=6\sqrt{3}$；函数小值为$f(t_2+\sqrt{3})=(\sqrt{3})^3-9\times(\sqrt{3})=-6\sqrt{3}$.

（III）解：曲线$y=f(x)$与直线$y=-(x-t_2)-6\sqrt{3}$有三个互异的公共点等价于关于x的方程$(x-t_2+d)(x-t_2)(x-t_2-d)+(x-t_2)+6\sqrt{3}=0$有三个互异的实数解，令$u=x-t_2$，可得$u^3+(1-d^2)u+6\sqrt{3}=0$.

设函数$g(x)=x^3+(1-d^2)x+6\sqrt{3}$，则曲线$y=f(x)$与直线$y=-(x-t_2)-6\sqrt{3}$有三个互异的公共点等价于函数$y=g(x)$有三个零点.

$g'(x)=3x^3+(1-d^2)$.

当$d^2\le 1$时，$g'(x)\ge 0$，这时$g'(x)$在**R**上单调递增，不合题意.

当$d^2>1$时，$g'(x)=0$，解得$x_1=-\dfrac{\sqrt{d^2-1}}{\sqrt{3}}$，$x_2=\dfrac{\sqrt{d^2-1}}{\sqrt{3}}$.

易得，$g(x)$在$(-\infty,x_1)$上单调递增，在$[x_1,x_2]$上单调递减，在$(x_2,+\infty)$上单调递增，

$g(x)$的极大值$g(x_1)=g(-\dfrac{\sqrt{d^2-1}}{\sqrt{3}})=\dfrac{2\sqrt{3}(d^2-1)^{\frac{3}{2}}}{9}+6\sqrt{3}>0$.

$g(x)$的极小值$g(x_2)=g(\dfrac{\sqrt{d^2-1}}{\sqrt{3}})=-\dfrac{2\sqrt{3}(d^2-1)^{\frac{3}{2}}}{9}+6\sqrt{3}$.

若$g(x_2)\ge 0$，由$g(x)$的单调性可知函数$y=f(x)$至多有两个零点，不合题意.

若$g(x_2)<0$, 即$(d^2-1)^{\frac{3}{2}}>27$，也就是$|d|>\sqrt{10}$，此时$|d|>x_2$，$g(|d|)=|d|+6\sqrt{3}>0$, 且$-2|d|<x_1, g(-2|d|)=-6|d|^3-2|d|+6\sqrt{3}<-62\sqrt{10}+6\sqrt{3}<0$，从而由$g(x)$的单调性，可知函数$y=g(x)$在区间$(-2|d|,x_1),(x_1,x_2),(x_2,|d|)$内各有一个零点，符合题意.学科……网

所以d的取值范围是$(-\infty,-\sqrt{10})\cup(\sqrt{10},+\infty)$.