2011年全国统一高考数学试卷（文科）（大纲版）

参考答案与试题解析

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1．（5分）设集合U={1，2，3，4}，M={1，2，3}，N={2，3，4}，则C_U（M∩N）=（　　）

A．{1，2}　　B．{2，3}　　C．{2，4}　　D．{1，4}

【考点】1H：交、并、补集的混合运算．

【专题】11：计算题．

【分析】先根据交集的定义求出M∩N，再依据补集的定义求出C_U（M∩N）．

【解答】解：∵M={1，2，3}，N={2，3，4}，∴M∩N={2，3}，则C_U（M∩N）={1，4}，

故选：D．

【点评】本题考查两个集合的交集、补集的定义，以及求两个集合的交集、补集的方法．

2．（5分）函数$y=2\sqrt{x}$（x≥0）的反函数为（　　）

A．$y=\frac{x^2}{4}$（x∈R）　B．$y=\frac{x^2}{4}$（x≥0）　C．$y=4x^2$（x∈R）　D．$y=4x^2$（x≥0）

【考点】4R：反函数．

【专题】11：计算题．

【分析】由原函数的解析式解出自变量x的解析式，再把x和y交换位置，注明反函数的定义域（即原函数的值域）．

【解答】解：∵$y=2\sqrt{x}$（x≥0），

∴$x=\frac{y^2}{4}$，y≥0，

故反函数为$y=\frac{x^2}{4}$（x≥0）.

故选：B.

【点评】本题考查函数与反函数的定义，求反函数的方法和步骤，注意反函数的定义域是原函数的值域.

3. （5分）设向量$\vec{a}$、$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，$\vec{a}\bullet\vec{b}=-\frac{1}{2}$，$|\vec{a}+2\vec{b}|=$（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{7}$

【考点】91：向量的概念与向量的模；9O：平面向量数量积的性质及其运算.

【专题】11：计算题.

【分析】由$|\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{(\vec{a}+2\vec{b})^2}=\sqrt{\vec{a}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2}$，代入已知可求

【解答】解：∵$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，$\vec{a}\bullet\vec{b}=-\frac{1}{2}$，

$|\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{(\vec{a}+2\vec{b})^2}=\sqrt{\vec{a}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2}=\sqrt{1-2+4}=\sqrt{3}$

故选：B.

【点评】本题主要考查了向量的数量积 性质的基本应用，属于基础试题

4. （5分）若变量x、y满足约束条件$\begin{cases}x+y\leqslant 6\\ x-3y\leqslant -2\\ x\geqslant 1\end{cases}$，则z=2x+3y的最小值为（　　）

A. 17　　B. 14　　C. 5　　D. 3

【考点】7C：简单线性规划.

【专题】31：数形结合.

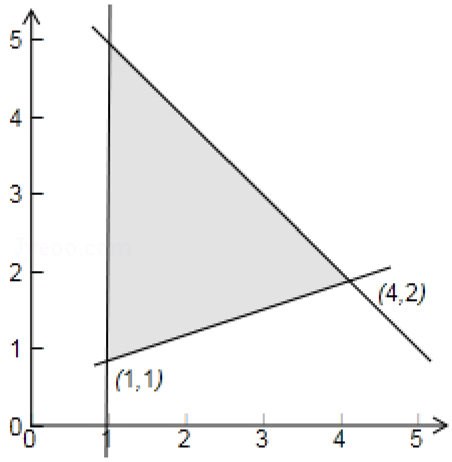
【分析】我们先画出满足约束条件$\begin{cases}x+y\leqslant 6\\ x-3y\leqslant -2\\ x\geqslant 1\end{cases}$的平面区域，然后求出平面区域内各个顶点的坐标，再将各个顶点的坐标代入目标函数，比较后即可得到目

标函数的最值.

【解答】解：约束条件$\begin{cases}x+y\leqslant 6\\x-3y\leqslant -2\\x\geqslant 1\end{cases}$的平面区域如图所示：

由图可知，当x=1，y=1时，目标函数z=2x+3y有最小值为5

故选：C.



【点评】本题考查的知识点是线性规划，其中画出满足约束条件的平面区域是解答本题的关键.

5．（5分）下面四个条件中，使a＞b成立的充分而不必要的条件是（　　）

A．a＞b+1　　B．a＞b﹣1　　C．a^2＞b^2　　D．a^3＞b^3

【考点】29：充分条件、必要条件、充要条件.

【专题】5L：简易逻辑.

【分析】利用不等式的性质得到a＞b+1⇒a＞b；反之，通过举反例判断出a＞b推不出a＞b+1；利用条件的定义判断出选项.

【解答】解：a＞b+1⇒a＞b；

反之，例如a=2，b=1满足a＞b，但a=b+1即a＞b推不出a＞b+1，

故a＞b+1是a＞b成立的充分而不必要的条件.

故选：A.

【点评】本题考查不等式的性质、考查通过举反例说明某命题不成立是常用方法.

6. （5分）设S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，若$a_1=1$，公差$d=2$，$S_{k+2}-S_k=24$，则$k=$（　　）

A．8　　B．7　　C．6　　D．5

【考点】85：等差数列的前n项和．

【专题】11：计算题．

【分析】先由等差数列前n项和公式求得S_{k+2}，S_k，将$S_{k+2}-S_k=24$转化为关于k的方程求解．

【解答】解：根据题意：

$S_{k+2}=(k+2)^2$，$S_k=k^2$

$\therefore S_{k+2}-S_k=24$转化为：

$(k+2)^2-k^2=24$

$\therefore k=5$

故选：D．

【点评】本题主要考查等差数列的前n项和公式及其应用，同时还考查了方程思想，属中档题．

7. （5分）设函数$f(x)=\cos\omega x$（$\omega>0$），将$y=f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后，所得的图象与原图象重合，则ω的最小值等于（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．3　　C．6　　D．9

【考点】HK：由$y=A\sin(\omega x+\phi)$的部分图象确定其解析式．

【专题】56：三角函数的求值．

【分析】函数图象平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后，所得的图象与原图象重合，说明函数平移整数个周期，容易得到结果．

【解答】解：$f(x)$的周期$T=\frac{2\pi}{\omega}$，函数图象平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后，所得的图象与原图象重合，说明函数平移整数个周期，所以$\frac{\pi}{3}=k\cdot\frac{2\pi}{\omega}$，$k\in Z$．令$k=1$，可得$\omega=6$．

故选：C．

【点评】本题是基础题，考查三角函数的图象的平移，三角函数的周期定义的理解，考查技术能力，常考题型．

8．（5分）已知直二面角α﹣l﹣β，点A∈α，AC⊥l，C为垂足，点B∈β，BD⊥l，D为垂足，若AB=2，AC=BD=1，则CD=（　　）

A．2　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．1

【考点】MK：点、线、面间的距离计算．

【专题】11：计算题．

【分析】根据线面垂直的判定与性质，可得AC⊥CB，△ACB为直角三角形，利用勾股定理可得BC的值；进而在Rt△BCD中，由勾股定理可得CD的值，即可得答案．

【解答】解：根据题意，直二面角α﹣l﹣β，点A∈α，AC⊥l，可得AC⊥面β，

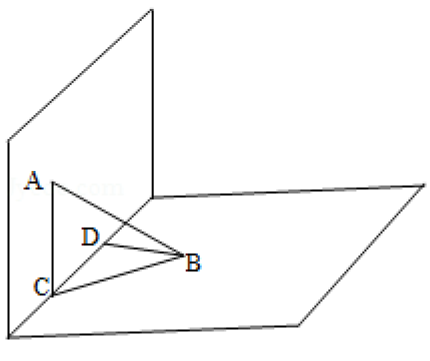
则AC⊥CB，△ACB为Rt△，且AB=2，AC=1，

由勾股定理可得，BC=$\sqrt{3}$；

在Rt△BCD中，BC=$\sqrt{3}$，BD=1，

由勾股定理可得，CD=$\sqrt{2}$；

故选：C．



【点评】本题考查两点间距离的计算，计算时，一般要把空间图形转化为平面图形，进而构造直角三角形，在直角三角形中，利用勾股定理计算求解．

9．（5分）4位同学每人从甲、乙、丙3门课程中选修1门，则恰有2人选修课程

甲的不同选法共有（　　）

A．12种　　B．24种　　C．30种　　D．36种

【考点】D3：计数原理的应用．

【专题】11：计算题．

【分析】本题是一个分步计数问题，恰有2人选修课程甲，共有C_4^2种结果，余下的两个人各有两种选法，共有2×2种结果，根据分步计数原理得到结果．

【解答】解：由题意知本题是一个分步计数问题，

∵恰有2人选修课程甲，共有C_4^2=6种结果，

∴余下的两个人各有两种选法，共有2×2=4种结果，

根据分步计数原理知共有6×4=24种结果

故选：B．

【点评】本题考查分步计数问题，解题时注意本题需要分步来解，观察做完这件事一共有几步，每一步包括几种方法，这样看清楚把结果数相乘得到结果．

10．（5分）设f（x）是周期为2的奇函数，当0≤x≤1时，f（x）=2x（1﹣x），则$f(-\frac{5}{2})$=（　　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$-\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{2}$

【考点】3I：奇函数、偶函数；3Q：函数的周期性．

【专题】11：计算题．

【分析】由题意得 $f(-\frac{5}{2})=f(-\frac{1}{2})=-f(\frac{1}{2})$，代入已知条件进行运算．

【解答】解：∵f（x）是周期为2的奇函数，当0≤x≤1时，f（x）=2x（1﹣x），

∴$f(-\frac{5}{2})=f(-\frac{1}{2})=-f(\frac{1}{2})=-2\times\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2})=-\frac{1}{2}$，

故选：A．

【点评】本题考查函数的周期性和奇偶性的应用，以及求函数的值．

11．（5分）设两圆C_1、C_2都和两坐标轴相切，且都过点（4，1），则两圆心的距离$|C_1C_2|=$（　　）

A．4　　　　B．$4\sqrt{2}$　　　　C．8　　　　D．$8\sqrt{2}$

【考点】J1：圆的标准方程．

【专题】5B：直线与圆．

【分析】圆在第一象限内，设圆心的坐标为（a，a），（b，b），利用条件可得a和b分别为$x^2-10x+17=0$

的两个实数根，再利用韦达定理求得两圆心的距离$|C_1C_2|=\sqrt{2}\bullet\sqrt{(a-b)^2}$的值

．

【解答】解：∵两圆C_1、C_2都和两坐标轴相切，且都过点（4，1），故圆在第一象限内，

设两个圆的圆心的坐标分别为（a，a），（b，b），由于两圆都过点（4，1）

，

则有$\sqrt{(a-4)^2+(a-1)^2}=|a|$，$|\sqrt{(b-4)^2+(b-1)^2}=|b|$，

故a和b分别为$(x-4)^2+(x-1)^2=x^2$的两个实数根，

即a和b分别为$x^2-10x+17=0$ 的两个实数根，∴a+b=10，ab=17，

∴$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=32$，∴两圆心的距离$|C_1C_2|=\sqrt{2}\bullet\sqrt{(a-b)^2}=8$，

故选：C．

【点评】本题考查直线和圆相切的性质，两点间的距离公式、韦达定理的应用，属于基础题．

12．（5分）已知平面α截一球面得圆M，过圆心M且与α成60°二面角的平面β截该球面得圆N，若该球的半径为4，圆M的面积为4π，则圆N的面积为（　　）

A．7π　　　　B．9π　　　　C．11π　　　　D．13π

【考点】MJ：二面角的平面角及求法．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】先求出圆M的半径，然后根据勾股定理求出求出OM的长，找出二面角的平面角，从而求出ON的长，最后利用垂径定理即可求出圆N的半径，从而求出面积．

【解答】解：∵圆M的面积为4π

∴圆M的半径为2

根据勾股定理可知OM=$2\sqrt{3}$

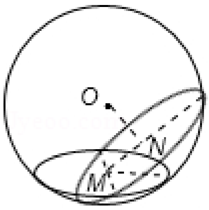
∵过圆心M且与α成60°二面角的平面β截该球面得圆N

∴∠OMN=30°，在直角三角形OMN中，ON=$\sqrt{3}$

∴圆N的半径为$\sqrt{13}$

则圆的面积为13π

故选：D．



【点评】本题主要考查了二面角的平面角，以及解三角形知识，同时考查空间想象能力，分析问题解决问题的能力，属于基础题．

二、填空题（共4小题，每小题5分，满分20分）

13．（5分）$(1-x)^{10}$的二项展开式中，x的系数与x^9的系数之差为：<u> 0 </u>．

【考点】DA：二项式定理．

【专题】11：计算题．

【分析】利用二项展开式的通项公式求出展开式的通项，令x的指数分别取1；9求出展开式的x的系数与x^9的系数；求出两个系数的差．

【解答】解：展开式的通项为$T_{r+1}=(-1)^r C_{10}^r x^r$

所以展开式的x的系数﹣10

x^9的系数﹣10

x的系数与x^9的系数之差为（﹣10）﹣（﹣10）=0

故答案为：0

【点评】本题考查利用二项展开式的通项公式解决二项展开式的特定项问题．

14．（5分）已知a∈（π，$\frac{3\pi}{2}$），tanα=2，则cosα=____$-\frac{\sqrt{5}}{5}$__．

【考点】GG：同角三角函数间的基本关系．

【专题】11：计算题．

【分析】先利用α的范围确定cosα的范围，进而利用同脚三角函数的基本关系，求得cosα的值．

【解答】解：∵a∈（π，$\frac{3\pi}{2}$），

∴cosα＜0

∴cosα=$-\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$

故答案为：$-\frac{\sqrt{5}}{5}$

【点评】本题主要考查了同角三角函数基本关系的应用．解题的关键是利用那个角的范围确定三角函数符号．

15．（5分）已知正方体ABCD﹣$A_1B_1C_1D_1$中，E为C_1D_1的中点，则异面直线AE与BC所成的角的余弦值为__$\frac{2}{3}$__．

【考点】LM：异面直线及其所成的角．

【专题】11：计算题；16：压轴题；31：数形结合；35：转化思想．

【分析】根据题意知AD∥BC，∴∠DAE就是异面直线AE与BC所成角，解三角形即可求得结果．

【解答】解：连接DE，设AD=2

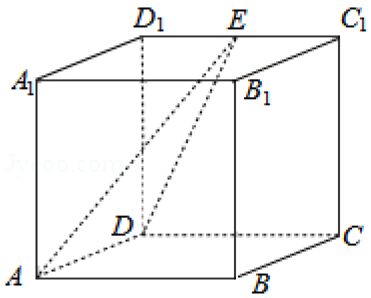
易知AD∥BC，

∴∠DAE就是异面直线AE与BC所成角，

在△RtADE中，由于DE=$\sqrt{5}$，AD=2，可得AE=3

$\therefore\cos\angle DAE=\frac{AD}{AE}=\frac{2}{3}$,

故答案为：$\frac{2}{3}$.



【点评】此题是个基础题．考查异面直线所成角问题，求解方法一般是平移法，转化为平面角问题来解决，体现了数形结合和转化的思想．

16．（5分）已知F_1、F_2分别为双曲线C：$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1$的左、右焦点，点A∈C，点M的坐标为（2，0），AM为$\angle F_1AF_2$的平分线，则$|AF_2|$=__6__．

【考点】KC：双曲线的性质．

【专题】16：压轴题．

【分析】利用双曲线的方程求出双曲线的参数值；利用内角平分线定理得到两条焦半径的关系，再利用双曲线的定义得到两条焦半径的另一条关系，联立求出焦半径．

【解答】解：

不妨设A在双曲线的右支上

$\because$AM为$\angle F_1AF_2$的平分线

$\therefore\frac{|AF_1|}{|AF_2|}=\frac{|F_1M|}{|MF_2|}=\frac{8}{4}=2$

又$\because|AF_1|-|AF_2|=2a=6$

解得$|AF_2|=6$

故答案为6

【点评】本题考查内角平分线定理；考查双曲线的定义：解有关焦半径问题常用双曲线的定义．

三、解答题（共6小题，满分70分）

17．（10分）设等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$a_2=6$，$6a_1+a_3=30$，求a_n和S_n

．

【考点】88：等比数列的通项公式；89：等比数列的前n项和．

【专题】54：等差数列与等比数列．

【分析】设出等比数列的公比为q，然后根据等比数列的通项公式化简已知得两等式，得到关于首项与公比的二元一次方程组，求出方程组的解即可得到首项和公比的值，根据首项和公比写出相应的通项公式及前n项和的公式即可

．

【解答】解：设$\{a_n\}$的公比为q，由题意得：

$$\begin{cases} a_1q=6 \\ 6a_1+a_1q^2=30 \end{cases},$$

解得：$\begin{cases} a_1=3 \\ q=2 \end{cases}$或$\begin{cases} a_1=2 \\ q=3 \end{cases}$，

当$a_1=3$，$q=2$时：$a_n=3\times2^{n-1}$，$S_n=3\times(2^n-1)$；

当$a_1=2$，$q=3$时：$a_n=2\times3^{n-1}$，$S_n=3^n-1$．

【点评】此题考查学生灵活运用等比数列的通项公式及前n项和的公式化简求值，是一道基础题．

18．（12分）△ABC的内角A、B、C的对边分别为a、b、c．已知$a\sin A+c\sin C-\sqrt{2}a\sin C=b\sin B$，

（Ⅰ）求B；

（Ⅱ）若A=75°，b=2，求a，c．

【考点】HU：解三角形．

【专题】11：计算题．

【分析】（Ⅰ）利用正弦定理把题设等式中的角的正弦转换成边的关系，代入

余弦定理中求得cosB的值，进而求得B．

（Ⅱ）利用两角和公式先求得sinA的值，进而利用正弦定理分别求得a和c．

【解答】解：（Ⅰ）由正弦定理得$a^2+c^2-\sqrt{2}ac=b^2$，

由余弦定理可得$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，

故$\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，B=45°

（Ⅱ）$\sin A=\sin(30°+45°)=\sin 30°\cos 45°+\cos 30°\sin 45°=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

故$a=b\times\frac{\sin A}{\sin B}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=1+\sqrt{3}$

$\therefore c=b\times\frac{\sin C}{\sin B}=2\times\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{6}$

【点评】本题主要考查了解三角形问题．考查了对正弦定理和余弦定理的灵活运用．

19．（12分）根据以往统计资料，某地车主购买甲种保险的概率为0.5，购买乙种保险但不购买甲种保险的概率为0.3，设各车主购买保险相互独立．

（Ⅰ）求该地1位车主至少购买甲、乙两种保险中的1种的概率；

（Ⅱ）求该地的3位车主中恰有1位车主甲、乙两种保险都不购买的概率．

【考点】C5：互斥事件的概率加法公式；CN：二项分布与n次独立重复试验的模型．

【专题】5I：概率与统计．

【分析】（I）设该车主购买乙种保险的概率为P，由相互独立事件概率公式可得P（1﹣0.5）=0.3，解可得p，先求出该车主甲、乙两种保险都不购买的概率，由对立事件的概率性质计算可得答案．

（II）该地的3位车主中恰有1位车主甲、乙两种保险都不购买，是一个n次独立重复试验恰好发生k次的概率，根据上一问的结果得到该地的一位车主甲、乙两种保险都不购买的概率，代入公式得到结果．

【解答】解：（I）设该车主购买乙种保险的概率为p，

根据题意可得p×（1﹣0.5）=0.3，解可得p=0.6，

该车主甲、乙两种保险都不购买的概率为（1﹣0.5）（1﹣0.6）=0.2，

由对立事件的概率该车主至少购买甲、乙两种保险中的1种的概率1﹣0.2=0.8

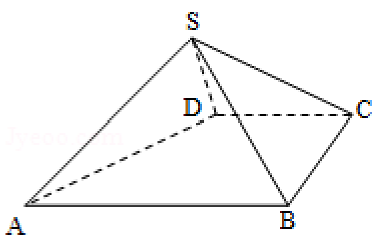
（II）每位车主甲、乙两种保险都不购买的概率为0.2，则该地的3位车主中恰有1位车主甲、乙两种保险都不购买的概率$P=C_3^1\times0.2\times0.8^2=0.384$．

【点评】本题考查互斥事件的概率公式加法公式，考查n次独立重复试验恰好发生k次的概率，考查对立事件的概率公式，是一个综合题目．

20．（12分）如图，四棱锥S﹣ABCD中，AB∥CD，BC⊥CD，侧面SAB为等边三角形，AB=BC=2，CD=SD=1．

（Ⅰ）证明：SD⊥平面SAB；

（Ⅱ）求AB与平面SBC所成的角的大小．



【考点】LW：直线与平面垂直；MI：直线与平面所成的角．

【专题】11：计算题；14：证明题．

【分析】（1）利用线面垂直的判定定理，即证明SD垂直于面SAB中两条相交的直线SA，SB；在证明SD与SA，SB的过程中运用勾股定理即可

（Ⅱ）求AB与平面SBC所成的角的大小即利用平面SBC的法向量

$\vec{n}$与$\overrightarrow{AB}$间的夹角关系即可，当$\vec{n}$与$\overrightarrow{AB}$间的夹角为锐角时，所求的角即为它的余角；当$\vec{n}$与$\overrightarrow{AB}$间的夹角为钝角时，所求的角为$<\vec{n},\overrightarrow{AB}>-\frac{\pi}{2}$

【解答】（Ⅰ）证明：在直角梯形ABCD中，

∵AB∥CD，BC⊥CD，AB=BC=2，CD=1

∴$AD=\sqrt{(AB-CD)^2+BC^2}=\sqrt{5}$

∵侧面SAB为等边三角形，AB=2

∴SA=2

∵SD=1

∴$AD^2=SA^2+SD^2$

∴$SD\perp SA$

同理：$SD\perp SB$

∵$SA\cap SB=S$，SA，$SB\subset$面SAB

∴$SD\perp$平面SAB

（Ⅱ）建立如图所示的空间坐标系

则A（2，－1，0），B（2，1，0），C（0，1，0），

作出S在底面上的投影M，则由四棱锥S－ABCD中，AB∥CD，BC⊥CD，侧面SAB为等边三角形知，M点一定在x轴上，又AB=BC=2，CD=SD=1．可解得$MD=\frac{1}{2}$，从而解得$SM=\frac{\sqrt{3}}{2}$，故可得S（$\frac{1}{2}$，0，$\frac{\sqrt{3}}{2}$）

则$\overrightarrow{SB}=(\frac{3}{2},1,-\frac{\sqrt{3}}{2})$，$\overrightarrow{SC}=(-\frac{1}{2},1,-\frac{\sqrt{3}}{2})$

设平面SBC的一个法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$

则$\overrightarrow{SB}\cdot\vec{n}=0$，$\overrightarrow{SC}\cdot\vec{n}=0$

即$\begin{cases}\frac{3}{2}x+y-\frac{\sqrt{3}}{2}z=0\\-\frac{1}{2}x+y-\frac{\sqrt{3}}{2}z=0\end{cases}$

取x=0，$y=\frac{\sqrt{3}}{2}$，z=1

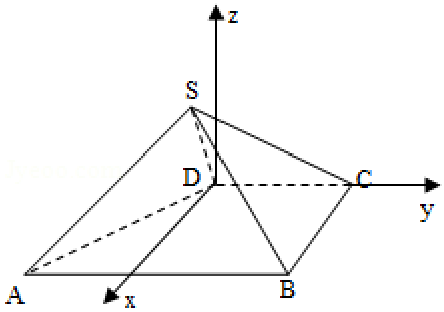
即平面SBC的一个法向量为$\vec{n}=(x,y,z)=(0,\frac{\sqrt{3}}{2},1)$

又$\overrightarrow{AB}=(0,2,0)$

$\cos<\overrightarrow{AB},\vec{n}>=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{AB}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$

∴$<\overrightarrow{AB},\vec{n}>=\arccos\frac{\sqrt{21}}{7}$

即AB与平面SBC所成的角的大小为$\arcsin\frac{\sqrt{21}}{7}$



【点评】本题考查了直线与平面垂直的判定，直线与平面所成的角以及空间向量的基本知识，属于中档题．

21．（12分）已知函数f（x）$=x^3+3ax^2+$（3﹣6a）x+12a﹣4（a∈R）

（Ⅰ）证明：曲线y=f（x）在x=0处的切线过点（2，2）；

（Ⅱ）若f（x）在$x=x_0$处取得极小值，x_0∈（1，3），求a的取值范围．

【考点】6E：利用导数研究函数的最值；6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】（Ⅰ）求出函数f（x）在x=0处的导数和f（0）的值，结合直线方程的点斜式方程，可求切线方程；

（Ⅱ）f（x）在$x=x_0$处取得最小值必是函数的极小值，可以先通过讨论导数的零点存在性，得出函数有极小值的a的大致取值范围，然后通过极小值对应的x_0∈（1，3），解关于a的不等式，从而得出取值范围

【解答】解：（Ⅰ）f′（x）$=3x^2+6ax+3-6a$

由f（0）=12a﹣4，f′（0）=3﹣6a，

可得曲线y=f（x）在x=0处的切线方程为y=（3﹣6a）x+12a﹣4，

当x=2时，y=2（3﹣6a）+12a﹣4=2，可得点（2，2）在切线上

∴曲线y=f（x）在x=0的切线过点（2，2）

（Ⅱ）由f′（x）=0得

$x^2+2ax+1-2a=0$…（1）

方程（1）的根的判别式

$\Delta=4a^2-4(1-2a)=4(a+1+\sqrt{2})(a+1-\sqrt{2})$

①当$-\sqrt{2}-1\leqslant a\leqslant\sqrt{2}-1$时，函数f（x）没有极小值

②当$a<-\sqrt{2}-1$或$a>\sqrt{2}-1$时，

由f′（x）=0得$x_1=-a-\sqrt{a^2+2a-1}$，$x_2=-a+\sqrt{a^2+2a-1}$

故$x_0=x_2$，由题设可知$1<-a+\sqrt{a^2+2a-1}<3$

（i）当$a>\sqrt{2}-1$时，不等式$1<-a+\sqrt{a^2+2a-1}<3$没有实数解；

（ii）当$a<-\sqrt{2}-1$时，不等式$1<-a+\sqrt{a^2+2a-1}<3$

化为$a+1<\sqrt{a^2+2a-1}<a+3$，

解得$-\frac{5}{2}<a<-\sqrt{2}-1$

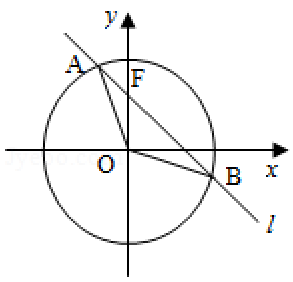
综合①②，得a的取值范围是$(-\frac{5}{2}, -\sqrt{2}-1)$

【点评】将字母a看成常数，讨论关于x的三次多项式函数的极值点，是解决本题的难点，本题中处理关于a的无理不等式，计算也比较繁，因此本题对能力的要求比较高.

22. （12分）已知O为坐标原点，F为椭圆C：$x^2+\frac{y^2}{2}=1$在y轴正半轴上的焦点，过F且斜率为$-\sqrt{2}$的直线l与C交于A、B两点，点P满足$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{0}$.

（Ⅰ）证明：点P在C上；

（Ⅱ）设点P关于点O的对称点为Q，证明：A、P、B、Q四点在同一圆上.



【考点】9S：数量积表示两个向量的夹角；KH：直线与圆锥曲线的综合.

【专题】15：综合题；16：压轴题；35：转化思想.

【分析】（1）要证明点P在C上，即证明P点的坐标满足椭圆C的方程$x^2+\frac{y^2}{2}=1$，根据已知中过F且斜率为$-\sqrt{2}$的直线l与C交于A、B两点，点P满足$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{0}$，我们求出点P的坐标，代入验证即可.

（2）若A、P、B、Q四点在同一圆上，则我们可以先求出任意三点确定的圆的方程，然后将第四点坐标代入验证即可.

【解答】证明：（Ⅰ）设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2）

椭圆C：$x^2+\frac{y^2}{2}=1$①，则直线AB的方程为：$y=-\sqrt{2}x+1$ ②

联立方程可得$4x^2-2\sqrt{2}x-1=0$，

则$x_1+x_2=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$x_1\times x_2=-\frac{1}{4}$

则$y_1+y_2=-\sqrt{2}(x_1+x_2)+2=1$

设P（p_1，p_2），

则有：$\overrightarrow{OA}=(x_1,y_1)$，$\overrightarrow{OB}=(x_2,y_2)$，$\overrightarrow{OP}=(p_1,p_2)$；

∴$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(x_1+x_2,y_1+y_2)=(\frac{\sqrt{2}}{2},1)$；$\overrightarrow{OP}=(p_1,p_2)=-(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})=(-\frac{\sqrt{2}}{2},-1)$

∴p的坐标为$(-\frac{\sqrt{2}}{2},-1)$代入①方程成立，所以点P在C上.

（Ⅱ）设点P关于点O的对称点为Q，证明：A、P、B、Q四点在同一圆上.

设线段AB的中点坐标为$(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$，即$(\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{1}{2})$，

则过线段AB的中点且垂直于AB的直线方程为：$y-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}(x-\frac{\sqrt{2}}{4})$，即$y=\frac{\sqrt{2}}{2}x+\frac{1}{4}$；③

∵P关于点O的对称点为Q，故0（0.0）为线段PQ的中点，

则过线段PQ的中点且垂直于PQ的直线方程为：$y=-\frac{\sqrt{2}}{2}x$④；

③④联立方程组，解之得：$x=-\frac{\sqrt{2}}{8}$，$y=\frac{1}{8}$

③④的交点就是圆心O_1（$-\frac{\sqrt{2}}{8}$，$\frac{1}{8}$），

$r^2=|O_1P|^2=\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}-\left(-\frac{\sqrt{2}}{8}\right)\right)^2+\left(-1-\frac{1}{8}\right)^2=\frac{99}{64}$

故过P Q两点圆的方程为：$\left(x+\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^2+\left(y-\frac{1}{8}\right)^2=\frac{99}{64}$…⑤，

把$y=-\sqrt{2}x+1$ …②代入⑤，

有$x_1+x_2=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$y_1+y_2=1$

∴A，B也是在圆⑤上的．

∴A、P、B、Q四点在同一圆上．

【点评】本题考查的知识点是直线与圆锥曲线的关系，向量在几何中的应用，其中判断点与曲线关系时，所使用的坐标代入验证法是解答本题的关键．