

2013年普通高等学校夏季招生全国统一考试数学文史类 (广东卷)

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，满分50分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (2013广东, 文1) 设集合 $S = \{x | x^2 + 2x = 0, x \in \mathbb{R}\}$, $T = \{x | x^2 - 2x = 0, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $S \cap T =$ ().

- A. $\{0\}$ B. $\{0, 2\}$ C. $\{-2, 0\}$ D. $\{-2, 0, 2\}$

2. (2013广东, 文2) 函数 $y = \frac{\lg(x+1)}{x-1}$ 的定义域是 ().

- A. $(-1, +\infty)$ B. $[-1, +\infty)$
C. $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$ D. $[-1, 1) \cup (1, +\infty)$

3. (2013广东, 文3) 若 $i(x+yi) = 3+4i$, $x, y \in \mathbb{R}$, 则复数 $x+yi$ 的模是 ().

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

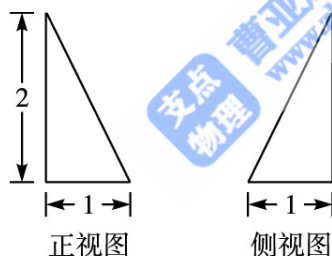
4. (2013广东, 文4) 已知 $\sin\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{1}{5}$, 那么 $\cos \alpha =$ ().

- A. $-\frac{2}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

5. (2013广东, 文5) 执行如图所示的程序框图, 若输入 n 的值为3, 则输出 s 的值是 ().

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 7

6. (2013广东, 文6) 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的体积是 ().



- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1

7. (2013广东, 文7) 垂直于直线 $y = x + 1$ 且与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切于第I象限的直线方程是 ().

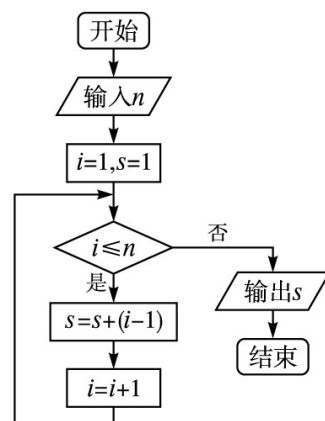
- A. $x + y - \sqrt{2} = 0$ B. $x + y + 1 = 0$ C. $x + y - 1 = 0$ D. $x + y + \sqrt{2} = 0$

8. (2013广东, 文8) 设 l 为直线, α, β 是两个不同的平面. 下列命题中正确的是 ().

- A. 若 $l \parallel \alpha, l \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$ B. 若 $l \perp \alpha, l \perp \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
C. 若 $l \perp \alpha, l \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$ D. 若 $\alpha \perp \beta, l \parallel \alpha$, 则 $l \perp \beta$

9. (2013广东, 文9) 已知中心在原点的椭圆 C 的右焦点为 $F(1, 0)$, 离心率等于 $\frac{1}{2}$, 则 C 的方程是 ().

- A. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{\sqrt{3}} = 1$ C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ D. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$



10. (2013广东, 文10) 设 \mathbf{a} 是已知的平面向量且 $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$. 关于向量 \mathbf{a} 的分解, 有如下四个命题:

- ① 给定向量 \mathbf{b} , 总存在向量 \mathbf{c} , 使 $\mathbf{a} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$;
- ② 给定向量 \mathbf{b} 和 \mathbf{c} , 总存在实数 λ 和 μ , 使 $\mathbf{a} = \lambda \mathbf{b} + \mu \mathbf{c}$;
- ③ 给定单位向量 \mathbf{b} 和正数 μ , 总存在单位向量 \mathbf{c} 和实数 λ , 使 $\mathbf{a} = \lambda \mathbf{b} + \mu \mathbf{c}$;
- ④ 给定正数 λ 和 μ , 总存在单位向量 \mathbf{b} 和单位向量 \mathbf{c} , 使 $\mathbf{a} = \lambda \mathbf{b} + \mu \mathbf{c}$.

上述命题中的向量 \mathbf{b} , \mathbf{c} 和 \mathbf{a} 在同一平面内且两两不共线, 则真命题的个数是 ().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题: 本大题共5小题, 考生作答4小题, 每小题5分, 满分20分.

(一) 必做题 (11~13题)

11. (2013广东, 文11) 设数列 $\{a_n\}$ 是首项为1, 公比为-2的等比数列, 则 $a_1 + |a_2| + a_3 + |a_4| =$ _____.

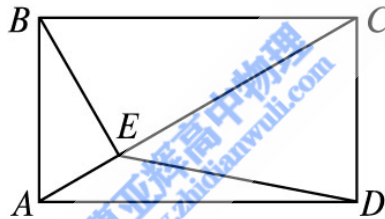
12. (2013广东, 文12) 若曲线 $y = ax^2 - \ln x$ 在 $(1, a)$ 处的切线平行于 x 轴, 则 $a =$ _____.

13. (2013广东, 文13) 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 3 \geq 0, \\ -1 \leq x \leq 1, \\ y \geq 1, \end{cases}$ 则 $z = x + y$ 的最大值是 _____.

(二) 选做题 (14~15题, 考生只能从中选做一题)

14. (2013广东, 文14) (坐标系与参数方程选做题) 已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\cos \theta$. 以极点为原点, 极轴为 x 轴的正半轴建立直角坐标系, 则曲线 C 的参数方程为 _____.

15. (2013广东, 文15) (几何证明选讲选做题) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 3$, $BE \perp AC$, 垂足为 E , 则 $ED =$ _____.



三、解答题: 本大题共6小题, 满分80分. 解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.

16. (2013广东, 文16) (本小题满分12分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$, $x \in \mathbb{R}$.

(1) 求 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 的值;

(2) 若 $\cos \theta = \frac{3}{5}$, $\theta \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$, 求 $f\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$.

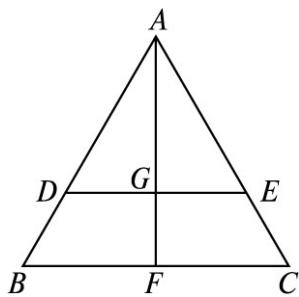
17. (2013广东, 文17) (本小题满分12分) 从一批苹果中, 随机抽取50个, 其重量(单位: 克)的频数分布表如下:

分组(重量)	[80, 85)	[85, 90)	[90, 95)	[95, 100)
频数(个)	5	10	20	15

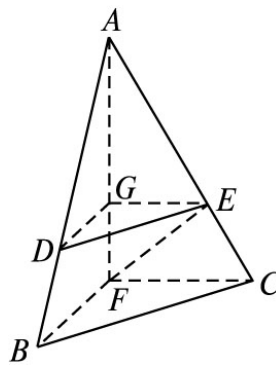
(1) 根据频数分布表计算苹果的重量在 $[90, 95)$ 的频率;

- (2) 用分层抽样的方法从重量在 $[80, 85)$ 和 $[95, 100)$ 的苹果中共抽取4个，其中重量在 $[80, 85)$ 的有几个？
- (3) 在(2)中抽出的4个苹果中，任取2个，求重量在 $[80, 85)$ 和 $[95, 100)$ 中各有1个的概率.

18. (2013广东, 文18) (本小题满分14分) 如图(1), 在边长为1的等边三角形 ABC 中, D, E 分别是 AB, AC 上的点, $AD=AE$, F 是 BC 的中点, AF 与 DE 交于点 G . 将 $\triangle ABF$ 沿 AF 折起, 得到如图(2)所示的三棱锥 $A-BCF$, 其中 $BC=\frac{\sqrt{2}}{2}$.



图(1)



图(2)

- (1) 证明: $DE \parallel$ 平面 BCF ;
- (2) 证明: $CF \perp$ 平面 ABF ;
- (3) 当 $AD = \frac{2}{3}$ 时, 求三棱锥 $F-DEG$ 的体积 V_{F-DEG} .

19. (2013广东, 文19) (本小题满分14分) 设各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $4S_n = a_{n+1}^2 - 4n - 1$, $n \in \mathbb{N}^*$, 且 a_2, a_5, a_{14} 构成等比数列.

- (1) 证明: $a_2 = \sqrt{4a_1 + 5}$;
- (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (3) 证明: 对一切正整数 n , 有 $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_n a_{n+1}} < \frac{1}{2}$.

20. (2013广东, 文20) (本小题满分14分) 已知抛物线 C 的顶点为原点, 其焦点 $F(0, c)$ ($c > 0$) 到直线 $l: x - y - 2 = 0$ 的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. 设 P 为直线 l 上的点, 过点 P 作抛物线 C 的两条切线 PA, PB , 其中 A, B 为切点.

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 当点 $P(x_0, y_0)$ 为直线 l 上的定点时, 求直线 AB 的方程;

(3) 当点 P 在直线 l 上移动时, 求 $|AF| \cdot |BF|$ 的最小值.

21. (2013广东, 文21) (本小题满分14分) 设函数 $f(x) = x^3 - kx^2 + x (k \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $k=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $k < 0$ 时, 求函数 $f(x)$ 在 $[k, -k]$ 上的最小值 m 和最大值 M .