

2010年普通高等学校招生全国统一考试（湖南卷）

数学（文史类）

一、选择题：本小题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的.

1. 复数 $\frac{2}{1-i}$ 等于

- A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-1+i$ D. $-1-i$

2. 下列命题中的假命题是

- A. $\exists x \in R, \lg x = 0$ B. $\exists x \in R, \tan x = 1$
C. $\forall x \in R, x^3 > 0$ D. $\forall x \in R, 2^x > 0$

3. 某商品销售量 y （件）与销售价格 x （元/件）负相关，则其回归方程可能是

- A. $\hat{y} = -10x + 200$ B. $\hat{y} = 10x + 200$
C. $\hat{y} = -10x - 200$ D. $\hat{y} = 10x - 200$

4. 极坐标 $p = \cos \theta$ 和参数方程 $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 2+t \end{cases}$ （ t 为参数）所表示的图形分别是

- A. 直线、直线 B. 直线、圆 C. 圆、圆 D. 圆、直线

5. 设抛物线 $y^2 = 8x$ 上一点 P 到 y 轴的距离是4，则点 P 到该抛物线焦点的距离是

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 12

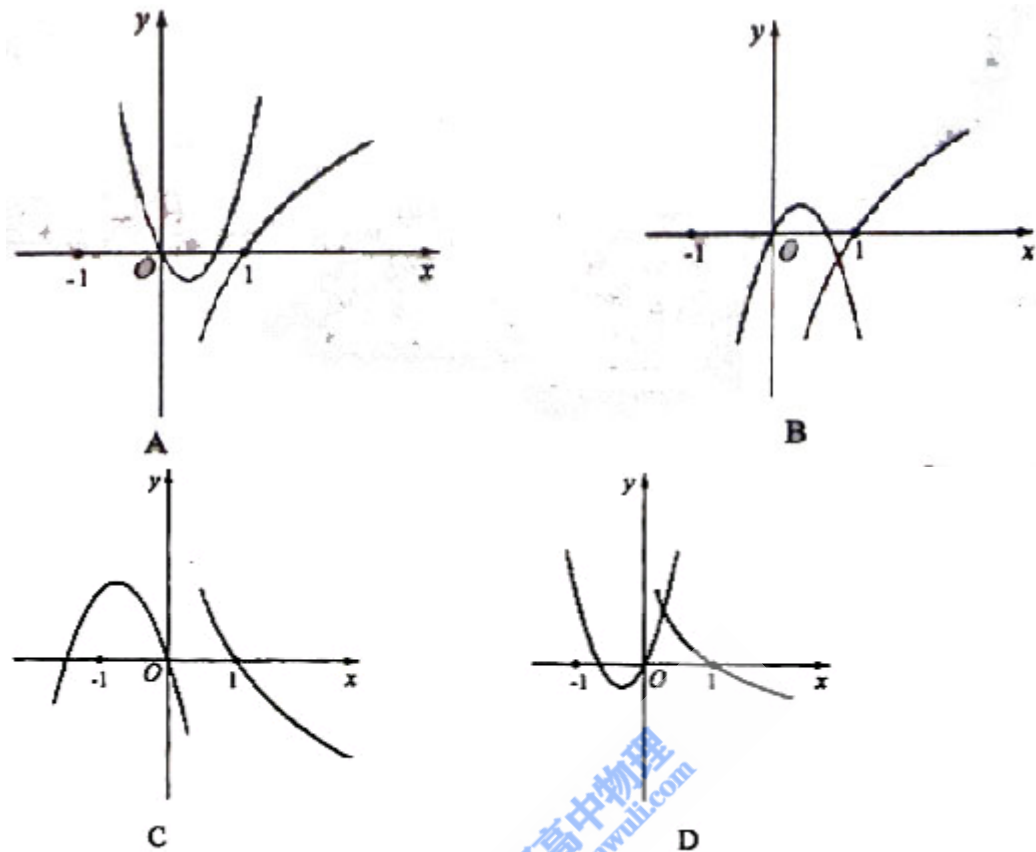
6. 若非零向量 a ， b 满足 $|a|=|b|$ ， $(2a+b) \cdot b = 0$ ，则 a 与 b 的夹角为

- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

7. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A ， B ， C 所对的边长分别为 a ， b ， c ，若 $\angle C = 120^\circ$ ， $c = \sqrt{2}a$ ，则

- A. $a > b$ B. $a < b$
C. $a = b$ D. a 与 b 的大小关系不能确定

8. 函数 $y=ax^2+bx$ 与 $y=\log_{\frac{|b|}{a}}x$ ($ab \neq 0, |a| \neq |b|$) 在同一直角坐标系中的图像可能是



二、填空题：本大题共7小题，每小题5分，共35分，把答案填在答题卡中对应的题号后的横线上。

9. 已知集合 $A=\{1,2,3, \}$, $B=\{2, m, 4\}$, $A \cap B=\{2,3\}$, 则 $m=$ _____

10. 已知一种材料的最佳加入量在100g到200g之间，若用0.618法安排试验，则第一次试点的加入量可以是 _____ g

11. 在区间 $[-1,2]$ 上随即取一个数 x , 则 $x \in [0, 1]$ 的概率为 _____。

12. 图1是求实数 x 的绝对值的算法程序框图，则判断框①中可填 _____

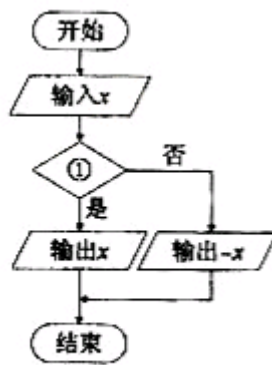
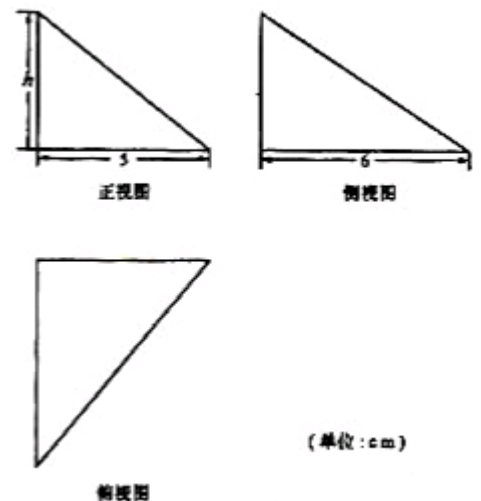


图1

13. 图2中的三个直角三角形是一个体积为 20cm^3 的几何体的三视图，则 $h=$ _____ cm



(单位: cm)

图2

14. 若不同两点P,Q的坐标分别为 (a, b) , $(3-b, 3-a)$, 则线段PQ的垂直平分线l的斜率为_____, 圆 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ 关于直线l对称的圆的方程为_____。

15. 若规定 $E = \{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$ 的子集 $\{a_{k_1}, a_{k_2}, \dots, a_{k_n}\}$ 为E的第k个子集, 其中 $k = 2^{k_1} + 2^{k_2 - 1} + \dots + 2^{k_n - 1}$, 则

- (1) $\{a_1, a_3\}$ 是E的第_____个子集;
- (2) E的第211个子集是_____

三、解答题: 本大题共6小题, 共75分, 解答应写出文字说明、说明过程或演算步骤。

16. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \sin 2x - 2 \sin^2 x$

- (I) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期。
- (II) 求函数 $f(x)$ 的最大值及 $f(x)$ 取最大值时x的集合。

17. (本小题满分12分)

为了对某课题进行研究, 用分层抽样方法从三所高校A,B,C的相关人员中, 抽取若干人组成研究小组, 有关数据见下表 (单位: 人)

高校	相关人数	抽取人数
A	18	x
B	36	2
C	54	y

- (I) 求x,y;
- (II) 若从高校B、C抽取的人中选2人作专题发言, 求这二人都来自高校C的概率。

18. (本小题满分12分)

如图所示, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = 1$, $AA_1 = 2$, M是棱 CC_1 的中点

(I) 求异面直线 A_1M 和 C_1D_1 所成的角的正切值;

(II) 证明: 平面 $ABM \perp$ 平面 $A_1B_1M_1$

19. (本小题满分13分)

为了考察冰川的融化状况, 一支科考队在某冰川山上相距8Km的A、B两点各建一个考察基地, 视冰川面为平面形, 以过A、B两点的直线为x轴, 线段AB的垂直平分线为y轴建立平面直角坐标系(图4)。考察范围到A、B两点的距离之和不超过10Km的区域。

(I) 求考察区域边界曲线的方程;

(II) 如图4所示, 设线段 P_1P_2

是冰川的部分边界线(不考虑其他边界), 当冰川融化时, 边界线沿与其垂直的方向朝考察区域平行移动, 第一年移动0.2km, 以后每年移动的距离为前一年的2倍。问: 经过多长时间, 点A恰好在冰川边界线上?

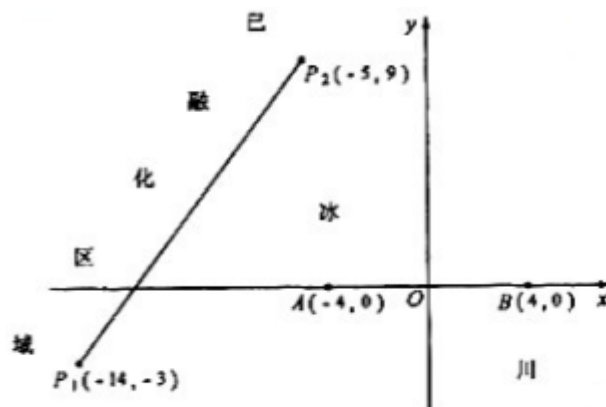


图4

20. (本小题满分13分)

给出下面的数表序列:

表1	表2	表3	...
1	1 3	1 3 5	
	4	4 8	
		12	

其中表 n ($n=1,2,3, \dots$) 有 n 行, 第1行的 n 个数是 $1,3,5, \dots, 2n-1$,

从第2行起, 每行中的每个数都等于它肩上的两数之和。

(I) 写出表4, 验证表4各行中数的平均数按从上到下的顺序构成等比数列, 并将结论推广到表 n ($n \geq 3$) (不要求证明);

(II) 每个数列中最后一行都只有一个数, 它们构成数列 $1,4,12, \dots$, 记此数列为

$\{b_n\}$ 求和: $\frac{b_3}{b_1 b_2} + \frac{b_4}{b_2 b_3} + \dots + \frac{b_{n+2}}{b_n b_{n+1}} \quad (n \in \mathbf{N}^*)$.

21. (本小题满分13分)

已知函数 $f(x) = \frac{a}{x} + x + (a-1)\ln x + 15a$, 其中 $a < 0$, 且 $a \neq -1$.

(I) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(II) 设函数 $g(x) = \begin{cases} (-2x^3 + 3ax^3 + 6ax - 4a^2 - 6a)e^x, & x \leq 1 \\ e \cdot f(x), & x > 1 \end{cases}$ (e 是自然数的底数)。

是否存在 a , 使 $g(x)$ 在 $[a, -$

$a]$ 上为减函数? 若存在, 求 a 的取值范围; 若不存在, 请说明理由。

