2005年江西高考文科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分． 第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至4页，共150分．

第Ⅰ卷

注意事项：

1．答题前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上，考生要认真核对答题卡粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致．

2．第Ⅰ卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，第Ⅱ卷用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，在试题卷上作答，答案无效．

3．考试结束，临考员将试题卷、答题卡一并收回．

参考公式：

如果事件A、B互斥，那么

P(A+B)=P(A)+P(B)

如果事件A、B相互独立，那么

P(A•B)=P(A)•P(B)

如果事件A在一次试验中发生的概率是P，那么n次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率 $P_n(k)=C_n^kP^k(1-P)^{n-k}$

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

其中R表示球的半径

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中R表示球的半径

一、选择题 本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．设集合 $I=\{x\,||x|<3,x\in Z\},A=\{1,2\},B=\{-2,-1,2\},$ 则 $A\cup$（$\complement_I$B）=　　　（　　）

A．{1}　　　B．{1，2}　　　C．{2}　　　D．{0，1，2}

2．已知 $\tan\frac{\alpha}{2}=3,$ 则 $\cos\alpha=$　　　（　　）

A．$\frac{4}{5}$　　　B．$-\frac{4}{5}$　　　C．$\frac{4}{15}$　　　D．$-\frac{3}{5}$

3．$(\sqrt{x}+\sqrt[3]{x})^{12}$ 的展开式中，含x的正整数次幂的项共有　　　（　　）

A．4项　　　B．3项　　　C．2项　　　D．1项

4．函数 $f(x)=\frac{1}{\log_2(-x^2+4x-3)}$ 的定义域为　　　（　　）

A．(1，2)∪(2，3)　　　B．$(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$

C．(1，3)　　　D．[1，3]

5．设函数 $f(x)=\sin 3x+|\sin 3x|,$ 则 $f(x)$ 为　　　（　　）

A．周期函数，最小正周期为$\dfrac{2\pi}{3}$　　　　　B．周期函数，最小正周期为$\dfrac{\pi}{3}$

C．周期函数，数小正周期为2π　　　　　D．非周期函数

6．已知向量$\vec{a}=(1,2),\vec{b}(-2,-4),|\vec{c}|=\sqrt{5}$,若$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\dfrac{5}{2}$,则$\vec{a}$与$\vec{c}$的夹角为　　　　（　　）

A．30°　　　　B．60°　　　　C．120°　　　　D．150°

7．将9个（含甲、乙）平均分成三组，甲、乙分在同一组，则不同分组方法的种数为（　　）

A．70　　　　B．140　　　　C．280　　　　D．840

8．在△ABC中，设命题$p:\dfrac{a}{\sin B}=\dfrac{b}{\sin C}=\dfrac{c}{\sin A}$,命题q:△ABC是等边三角形，那么命题p是命题q的　　　　（　　）

A．充分不必要条件　　　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　　　D．既不充分又不必要条件

9．矩形ABCD中，AB=4，BC=3，沿AC将矩形ABCD折成一个直二面角B—AC—D，则四面体ABCD的外接球的体积为　　　　（　　）

A．$\dfrac{125}{12}\pi$　　　　B．$\dfrac{125}{9}\pi$　　　　C．$\dfrac{125}{6}\pi$　　　　D．$\dfrac{125}{3}\pi$

10．已知实数a、b满足等式$(\dfrac{1}{2})^a=(\dfrac{1}{3})^b$,下列五个关系式：

①$0<b<a$　②$a<b<0$　③$0<a<b$　④$b<a<0$　⑤$a=b$

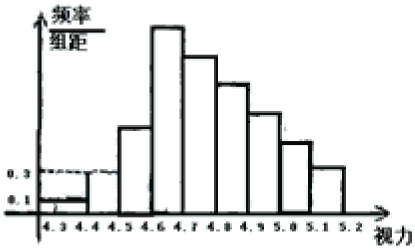
其中不可能成立的关系式有　　　　（　　）

A．1个　　　　B．2个　　　　C．3个　　　　D．4个

11．在△OAB中，O为坐标原点，$A(1,\cos\theta),B(\sin\theta,1),\theta\in(0,\dfrac{\pi}{2}]$，则当△OAB的面积达最大值时，$\theta=$　　　　（　　）

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　　　B．$\dfrac{\pi}{4}$　　　　C．$\dfrac{\pi}{3}$　　　　D．$\dfrac{\pi}{2}$

12．为了解某校高三学生的视力情况，随机地抽查了该校100名高三学生的视力情况，得到频率分布直方图，如右，由于不慎将部分数据丢失，但知道前4组的频数成等比数列，后6组的频数成等差数列，设最大频率为a，视力在4.6到5.0之间的学生数为b，则a，b的值分别为（　　）



A．0,27,78　　　　B．0,27,83　　　　C．2.7,78　　　　D．2.7,83

第II卷

注意事项：

第II卷2页，须用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，在试题卷上作答，答案无效。

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分，请将答案填在答题卡上.

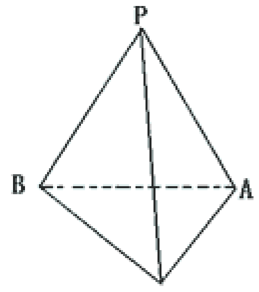
13．若函数$f(x)=\log_a(x+\sqrt{x^2+2a^2})$是奇函数，则$a=$____________.

14．设实数 x，y 满足 $\begin{cases} x-y-2\le 0 \\ x+2y-4>0 \\ 2y-3\le 0 \end{cases}$，则 $\dfrac{y}{x}$ 的最大值是____________．

15．如图，在三棱锥 P—ABC 中，PA=PB=PC=BC，

且 $\angle BAC=\dfrac{\pi}{2}$，则 PA 与底面 ABC 所成角为

____________．



16．以下同个关于圆锥曲线的命题中

①设 A、B 为两个定点，k 为非零常数，$|\overrightarrow{PA}|-|\overrightarrow{PB}|=k$，则动点 P 的轨迹为双曲线；

②过定圆 C 上一定点 A 作圆的动点弦 AB，O 为坐标原点，若 $\overrightarrow{OP}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})$，则动点 P 的轨迹为椭圆；

③方程 $2x^2-5x+2=0$ 的两根可分别作为椭圆和双曲线的离心率；

④双曲线 $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 与椭圆 $\dfrac{x^2}{35}+y^2=1$ 有相同的焦点.

其中真命题的序号为______________（写出所有真命题的序号）

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17．（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{x^2}{ax+b}$（a，b 为常数）且方程 $f(x)-x+12=0$ 有两个实根为 $x_1=3$，$x_2=4$.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）设 k>1，解关于 x 的不等式；$f(x)<\dfrac{(k+1)x-k}{2-x}$.

18．（本小题满分 12 分）

已知向量 $\vec{a}=(2\cos\dfrac{x}{2},\tan(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{4})),\vec{b}=(\sqrt{2}\sin(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{4}),\tan(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{4}))$，令 $f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}$.

求函数 $f(x)$ 的最大值，最小正周期，并写出 $f(x)$ 在[0，π]上的单调区间.

19．（本小题满分 12 分）

A、B 两位同学各有五张卡片，现以投掷均匀硬币的形式进行游戏，当出现正面朝上时 A 赢得 B 一张卡片，否则 B 赢得 A 一张卡片，如果某人已赢得所有卡片，则游戏终止.求掷硬币的次数不大于 7 次时游戏终止的概率.

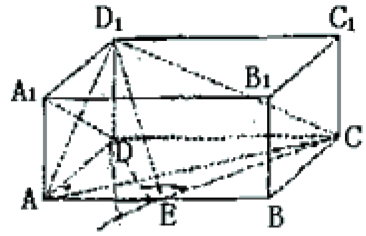
20．（本小题满分 12 分）

如图，在长方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$，中，$AD=AA_1=1$，$AB=2$，点 E 在棱 AB 上移动.

（1）证明：$D_1E\perp A_1D$;

（2）当 E 为 AB 的中点时，求点 E 到面 ACD_1 的距离；

（3）AE 等于何值时，二面角 $D_1—EC－D$ 的大小为$\frac{\pi}{4}$.

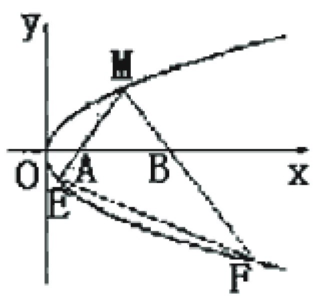


21．（本小题满分 12 分）

如图，M 是抛物线上 $y^2=x$ 上的一点，动弦 ME、MF 分别交 x 轴于 A、B 两点，且 MA=MB.

（1）若 M 为定点，证明：直线 EF 的斜率为定值；

（2）若 M 为动点，且∠EMF=90°，求△EMF 的重心 G 的轨迹方程.



22．（本小题满分 14 分）

已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n 满足 $S_n-S_{n-2}=3(-\frac{1}{2})^{n-1}(n\geq 3)$,且$S_1=1,S_2=-\frac{3}{2}$,求数列$\{a_n\}$的通项公式.

参考答案

一、选择题

1．D　2．B　3．B　4．A　5．A　6．C　7．A　8．C　9．C　10．B　11．D　12．A

二、填空题

13．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　14．$\frac{3}{2}$　　15．$\frac{\pi}{3}$　　16．③④

三、解答题

17．解：（1）将 $x_1=3,x_2=4$分别代入方程$\frac{x^2}{ax+b}-x+12=0$得

$$\begin{cases}\dfrac{9}{3a+b}=-9\\ \dfrac{16}{4a+b}=-8\end{cases}\text{解得}\begin{cases}a=-1\\ b=2\end{cases},\text{所以}f(x)=\frac{x^2}{2-x}(x\neq 2).$$

（2）不等式即为$\dfrac{x^2}{2-x}<\dfrac{(k+1)x-k}{2-x}$,可化为$\dfrac{x^2-(k+1)x+k}{2-x}<0$

即$(x-2)(x-1)(x-k)>0$.

①当 1<k<2 时，解集（1，k）∪（2，+∞）;

②当$k=2$时,不等式为$(x-2)^2(x-1)>0$解集为$x\in(1,2)\cup(2,+\infty)$;

③当$k>2$时,解集为$x\in(1,2)\cup(k,+\infty)$.

18．解：$f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}=2\sqrt{2}\cos\frac{x}{2}\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4})+\tan(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4})\tan(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4})$

$$=2\sqrt{2}\cos\frac{x}{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\frac{x}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\frac{x}{2})+\frac{1+\tan\frac{x}{2}}{1-\tan\frac{x}{2}}\cdot\frac{\tan\frac{x}{2}-1}{1+\tan\frac{x}{2}}=2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+2\cos^2\frac{x}{2}-1$$

$=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$.

所以 $f(x)$的最大值为$\sqrt{2}$，最小正周期为2π, $f(x)$在$[0,\frac{\pi}{4}]$上单调增加，$[0,\frac{\pi}{4}]$上单调减少.

19．解：(1) 设ξ表示游戏终止时掷硬币的次数，

设正面出现的次数为 m，反面出现的次数为 n，则$\begin{cases}|m-n|=5\\ m+n=\xi\\ 1\leq\xi\leq 7\end{cases}$，可得：

当$m=5,n=0$或$m=0,n=5$时,$\xi=5$;当$m=6,n=1$或$m=1,n=6$时,$\xi=7$;
所以ξ的取值为:5,7.

$$P(\xi\leq 7)=P(\xi=5)+P(\xi=7)=2\times(\frac{1}{2})^5+2C_5^1(\frac{1}{2})^7=\frac{2}{32}+\frac{5}{64}=\frac{9}{64}.$$

20．解法（一）

（1）证明：∵AE⊥平面 AA_1DD_1，$A_1D\perp AD_1$，∴$D_1E\perp A_1D$

（2）设点 E 到面 ACD_1 的距离为 h，在△ACD_1 中，$AC=CD_1=\sqrt{5}$，$AD_1=\sqrt{2}$，

故$S_{\Delta AD_1C}=\dfrac{3}{2}$,而$S_{\Delta ACE}=\dfrac{1}{2}$.

$\therefore V_{D_1-AEC}=\frac{1}{3}S_{\Delta AEC}\cdot DD_1=\frac{1}{3}S_{\Delta AD_1C}\cdot h,$

$\therefore \frac{1}{2}\times 1=\frac{3}{2}\times h, \therefore h=\frac{1}{3}.$

（3）过 D 作 DH⊥CE 于 H，连 D_1H、DE，则 D_1H⊥CE，

∴∠DHD_1为二面角 D_1—EC—D 的平面角.

设 AE=x，则 BE=2－x

$在Rt\Delta D_1DH中, \because \angle DHD_1=\frac{\pi}{4}, \therefore DH=1.$

$\because 在Rt\Delta ADE中, DE=\sqrt{1+x^2}, \therefore 在Rt\Delta DHE中, EH=x,$

$在Rt\Delta DHC中CH=\sqrt{3}, 在Rt\Delta CBE中CE=\sqrt{x^2-4x+5}.$

$\therefore x+\sqrt{3}=\sqrt{x^2-4x+5}\Rightarrow x=2-\sqrt{3}.$

$\therefore AE=2-\sqrt{3}时, 二面角D_1-EC-D的大小为\frac{\pi}{4}.$

解法（二）：以 D 为坐标原点，直线 DA，DC，DD_1 分别为 x,y,z 轴，建立空间直角坐标系，设 AE=x，则 A_1（1，0，1），D_1（0，0，1），E（1，x，0），A（1，0，0）C（0，2，0）

（1）$因为\overrightarrow{DA_1}, \overrightarrow{D_1E}=(1,0,1),(1,x,-1)=0, 所以\overrightarrow{DA_1}\perp\overrightarrow{D_1E}.$ 即 DA_1⊥D_1E.

（2）因为 E 为 AB 的中点，则 $E(1,1,0), 从而\overrightarrow{D_1E}=(1,1,-1), \overrightarrow{AC}(-1,2,0)$.

$\overrightarrow{AD_1}=(-1,0,1).设平面ACD_1的法向量为\vec{n}=(a,b,c), 则\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AD_1}=0,\end{cases}也即\begin{cases}-a+2b=0\\ -a+c=0\end{cases}$

,

$得\begin{cases}a=2b\\ a=c\end{cases}, 从而\vec{n}=(2,1,2)$，所以点 E 到平面 AD_1C 的距离为

$h=\frac{|\overrightarrow{D_1E}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|}=\frac{2+1-2}{3}=\frac{1}{3}.$

（3）设平面 D_1EC 的法向量 $\vec{n}=(a,b,c)$，$\therefore \overrightarrow{CE}=(1,x-2,0), \overrightarrow{D_1C}=(0,2,-1), \overrightarrow{DD_1}=(0,0,1),$

$由\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{D_1C}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{CE}=0,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2b-c=0\\ a+b(x-2)=0.\end{cases}$ 令 b=1，∴c=2，a=2－x，

$\therefore \vec{n}=(2-x,1,2).$

依题意 $\cos\frac{\pi}{4}=\frac{|\vec{n}\cdot\overrightarrow{DD_1}|}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{DD_1}|}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\frac{2}{\sqrt{(x-2)^2+5}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$

$\therefore x_1=2+\sqrt{3}$（不合，舍去），$x_2=2-\sqrt{3}.$

∴AE= $2-\sqrt{3}$ 时，二面角 D_1—EC—D 的大小为 $\frac{\pi}{4}$.

21．解：(1) 设 M (y_0^2, y_0)，直线 ME 的斜率为 k(l>0)

则直线 MF 的斜率为－k，

$\therefore$ 直线ME的方程为$y-y_0=k(x-y_0^2)$.

$\therefore$ 由$\begin{cases} y-y_0=k(x-y_0^2) \\ y^2=x \end{cases}$ 消x得$ky^2-y+y_0(1-ky_0)=0$

解得$y_F=\frac{1-ky_0}{k}$, $\therefore x_F=\frac{(1-ky_0)^2}{k^2}$

$$\therefore k_{EF}=\frac{y_E-y_F}{x_E-x_F}=\frac{\frac{1-ky_0}{k}-\frac{1+ky_0}{-k}}{\frac{(1-ky_0)^2}{k^2}-\frac{(1+ky_0)^2}{k^2}}=\frac{\frac{2}{k}}{\frac{-4ky_0}{k^2}}=-\frac{1}{2y_0}(\text{定值}).$$

所以直线 EF 的斜率为定值

(2) 当$\angle EMF=90^\circ$时，$\angle MAB=45^\circ$，所以$k=1$，

$\therefore$ 直线ME的方程为$y-y_0=k(x-y_0^2)$.

由$\begin{cases} y-y_0=x-y_0^2 \\ y^2=x \end{cases}$，得$E((1-y_0)^2,1-y_0)$.

同理可得 $F((1+y_0)^2,-(1+y_0))$.

设重心 G (x, y)，则有$\begin{cases} x=\frac{x_M+x_E+x_F}{3}=\frac{y_0^2+(1-y_0)^2+(1+y_0)^2}{3}=\frac{2+3y_0^2}{3} \\ x=\frac{x_M+x_E+x_F}{3}=\frac{y_0+(1-y_0)-(1+y_0)}{3}=-\frac{y_0}{3} \end{cases}$

消去参数y_0得$y^2=\frac{1}{9}x-\frac{2}{27}(x>\frac{2}{3})$.

22．解：方法一：先考虑偶数项有：$S_{2n}-S_{2n-2}=3\cdot(-\frac{1}{2})^{2n-1}=-3\cdot(\frac{1}{2})^{2n-1}$

$$S_{2n-2}-S_{2n-4}=3\cdot(-\frac{1}{2})^{2n-3}=-3\cdot(\frac{1}{2})^{2n-3}$$

………

$$S_4-S_2=2\cdot(-\frac{1}{2})^3=-3\cdot(\frac{1}{2})^3.$$

$\therefore S_{2n}=S_2-3[(\frac{1}{2})^{2n-1}+(\frac{1}{2})^{2n-3}+\cdots+(\frac{1}{2})^{3}]$

$=-3[(\frac{1}{2})^{2n-1}+(\frac{1}{2})^{2n-3}+\cdots+(\frac{1}{2})^{3}+\frac{1}{2}]$

$=-3\cdot\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}(\frac{1}{4})^{n}}{1-\frac{1}{4}}=-4[\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cdot(\frac{1}{4})^{n}]$

$=-2+(\frac{1}{2})^{2n-1}(n\geq 1).$

同理考虑奇数项有：$S_{2n-1}-S_{2n-1}=3(-\frac{1}{2})^{2n}=3\cdot(\frac{1}{2})^{2n}.$

$S_{2n-1}-S_{2n-3}=3\cdot(-\frac{1}{2})^{2n-2}=3\cdot(\frac{1}{2})^{2n-2}$

………

$S_3-S_1=3\cdot(-\frac{1}{2})^{2}=3\cdot(\frac{1}{2})^{2}.$

$\therefore S_{2n+1}=S_1+3[(\frac{1}{2})^{2n}+(\frac{1}{2})^{2n-2}+\cdots+(\frac{1}{2})^{2}]=2-(\frac{1}{2})^{2n}(n\geq 1).$

$\therefore a_{2n+1}=S_{2n+1}-S_{2n}=2-(\frac{1}{2})^{2n}-(-2+(\frac{1}{2})^{2n-1})=4-3\cdot(\frac{1}{2})^{2n}(n\geq 1).$

$a_{2n}=S_{2n}-S_{2n-1}=-2+(\frac{1}{2})^{2n}-(2-(\frac{1}{2})^{2n-1})=-4+3\cdot(\frac{1}{2})^{2n-1}(n\geq 1).$

$a_1=S_1=1.$

综合可得$a_n=\begin{cases}4-3\cdot(\frac{1}{2})^{n-1},n\text{为奇数},\\-4+3\cdot(\frac{1}{2})^{n-1},n\text{为偶数}.\end{cases}$

方法二：因为$S_n-S_{n-2}=a_n+a_{n-1}$所以$a_n+a_{n-1}=3\cdot(-\frac{1}{2})^{n-1}(n\geq 3),$

两边同乘以$(-1)^n$，可得：

$(-1)^n a_n-(-1)^{n-1}a_{n-1}=3\cdot(-1)^n\cdot(-\frac{1}{2})^{n-1}=-3\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}.$

令$b_n=(-1)^n a_n,\therefore b_n-b_{n-1}=-3\cdot(-\frac{1}{2})^{n-1}(n\geq 3).$

所以$b_n-b_{n-1}=-3\cdot(-\frac{1}{2})^{n-1},$

$b_{n-1}-b_{n-2}=-3\cdot(-\frac{1}{2})^{n-2},$

………

$b_3-b_2=-3\cdot(-\frac{1}{2})^2$,

$\therefore b_n=b_2-3[(\frac{1}{2})^{n-1}+(\frac{1}{2})^{n-2}+\cdots+(\frac{1}{2})^2]=b_2-3\times\frac{\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\cdot(\frac{1}{2})^{n-2}}{1-\frac{1}{2}}$

$=b_2-\frac{3}{2}+3\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}(n\geq 3)$.

又$\because a_1=S_1=1,a_2=S_2-S_1=-\frac{3}{2}-1=-\frac{5}{2}$,

$\therefore b_1=(-1)^1a_1=-1,b_2=(-1)^2a_2=-\frac{5}{2}$.

$\therefore b_n=-\frac{5}{2}-\frac{3}{2}+3\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}=-4+3\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}(n\geq 1)$.

$\therefore a_n=(-1)^nb_n=-4(-1)^n+3\cdot(-1)^n\cdot(\frac{1}{2})^{n-1}$

$$=\begin{cases}4-3\cdot(\frac{1}{2})^{n-3},n\text{为奇数},\\-4+3\cdot(\frac{1}{2})^{n-1},n\text{为偶数}.\end{cases}$$