2007年北京高考文科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第II（非选择题）两部分，第Ⅰ卷1至2页，第II卷3至9页，共150分．考试时间120分钟．考试结束，将本试卷和答题卡一并交回．

第Ⅰ卷（选择题　共40分）

注意事项：

1．答第Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上．

2．每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．不能答在试卷上．

一、本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．已知 cosθ•tanθ<0，那么角θ是（　　）

A．第一或第二象限角　　B．第二或第三象限角

C．第三或第四象限角　　D．第一或第四象限角

2．函数$f(x)=3^x(0<x\leqslant 2)$的反函数的定义域为（　　）

A．$(0,+\infty)$　　B．$(1,9]$　　C．$(0,1)$　　D．$[9,+\infty)$

3．函数$f(x)=\sin 2x-\cos 2x$的最小正周期是（　　）

A．$\dfrac{\pi}{2}$　　B．π　　C．2π　　D．4π

4．椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦点为$F_1$，$F_2$，两条准线与$x$轴的交点分别为$M$，$N$，若$|MN|\leqslant 2|F_1F_2|$，则该椭圆离心率的取值范围是（　　）

A．$\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$　　B．$\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$　　C．$\left[\dfrac{1}{2},1\right)$　　D．$\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2},1\right)$

5．某城市的汽车牌照号码由2个英文字母后接4个数字组成，其中4个数字互不相同的牌照号码共有（　　）

A．$\left(C_{26}^1\right)^2A_{10}^4$个　　B．$A_{26}^2A_{10}^4$个

C．$\left(C_{26}^1\right)^2 10^4$个　　D．$A_{26}^2 10^4$个

6．若不等式组$\begin{cases}x-y+5\geqslant 0,\\ y\geqslant a,\\ 0\leqslant x\leqslant 2\end{cases}$表示的平面区域是一个三角形，则$a$的取值范围是（　　）

A．$a<5$　　B．$a\geqslant 7$　　C．$5\leqslant a<7$　　D．$a<5$或$a\geqslant 7$

7．平面α∥平面β的一个充分条件是（　　）

A．存在一条直线a，a∥α，a∥β

B．存在一条直线 a，$a \subset \alpha$，$a \,//\, \beta$

C．存在两条平行直线 a，b，$a \subset \alpha$，$b \subset \beta$，$a \,//\, \beta$，$b \,//\, \alpha$

D．存在两条异面直线 a，b，$a \subset \alpha$，$a \,//\, \beta$，$b \,//\, \alpha$

8．对于函数① $f(x)=|x+2|$，② $f(x)=(x-2)^2$，③ $f(x)=\cos(x-2)$，判断如下两个命题的真假：

命题甲：$f(x+2)$ 是偶函数；

命题乙：$f(x)$ 在 $(-\infty,2)$ 上是减函数，在 $(2,+\infty)$ 上是增函数；

能使命题甲、乙均为真的所有函数的序号是（　　）

A．①②　　　　B．①③　　　　C．②　　　　D．③

第 II 卷（共 110 分）

注意事项：

1．用钢笔或圆珠笔将答案直接写在试卷上．

2．答卷前将密封线内的项目填写清楚．

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．把答案填在题中横线上．

芝点物理 曹亚辉高中物理 www.zhilianwuli.com

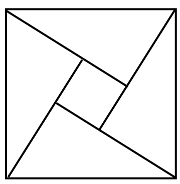
9． $f'(x)$ 是 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+2x+1$ 的导函数，则 $f'(-1)$ 的值是______________．

10．若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=n^2-10n(n=1,2,3,\cdots)$，则此数列的通项公式为__________________．

11．已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,4)$，$\boldsymbol{b}=(1,1)$．若向量 $\boldsymbol{b}\perp(\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b})$，则实数 λ 的值是______________．

12．在 $\triangle ABC$ 中，若 $\tan A=\frac{1}{3}$，$C=150^\circ$，$BC=1$，则 $AB=$__________________．

13．2002 年在北京召开的国际数学家大会，会标是我国以古代数学家赵爽的弦图为基础设计的．弦图是由四个全等直角三角形与一个小正方形拼成的一个大正方形（如图）．如果小正方形的面积为 1，大正方形的面积为 25，直角三角形中较小的锐角为 θ，那么 $\cos 2\theta$ 的值等于__________________．



14．已知函数 $f(x)$，$g(x)$ 分别由下表给出

x	1	2	3
$f(x)$	2	1	1

x	1	2	3
$f(x)$	3	2	1

则 $f[g(1)]$ 的值为________________；当 $g[f(x)]=2$ 时，$x=$______________．

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

15．（本小题共 12 分）

记关于 x 的不等式 $\dfrac{x-a}{x+1}<0$ 的解集为 P，不等式 $|x-1|\leqslant 1$ 的解集为 Q．

（I）若 $a=3$，求 P；

（II）若 $Q\subseteq P$，求正数 a 的取值范围．

16．（本小题共 13 分）

数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$ $a_{n+1}=a_n+cn$（c 是常数，$n=1,2,3,\cdots$），且 a_1，a_2，a_3 成公比不为 1 的等比数列．

（I）求 c 的值；

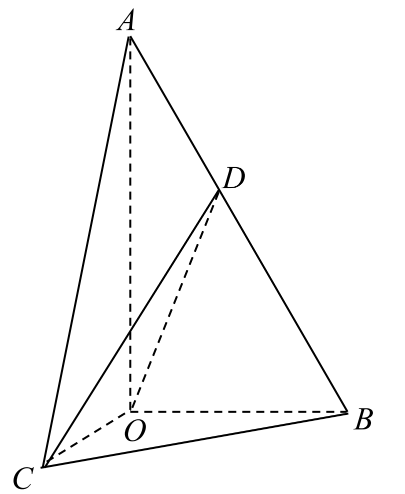
（II）求 $\{a_n\}$ 的通项公式．

17．（本小题共 14 分）

如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle AOB$ 中，$\angle OAB=\dfrac{\pi}{6}$，斜边 $AB=4$． $\mathrm{Rt}\triangle AOC$ 可以通过 $\mathrm{Rt}\triangle AOB$ 以直线 AO 为轴旋转得到，且二面角 $B-AO-C$ 的直二面角．D 是 AB 的中点．

（I）求证：平面 $COD\perp$ 平面 AOB；

（II）求异面直线 AO 与 CD 所成角的大小．



18．（本小题共 12 分）

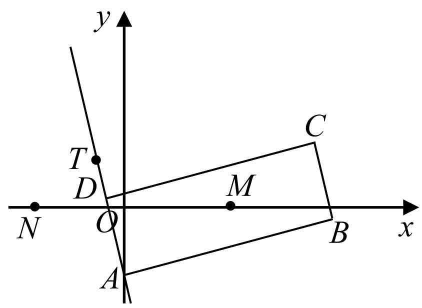
某条公共汽车线路沿线共有 11 个车站（包括起点站和终点站），在起点站开出的一辆公共汽车上有 6 位乘客.假设每位乘客在起点站之外的各个车站下车是等可能的．求：

（I）这 6 位乘客在其不相同的车站下车的概率；

（II）这 6 位乘客中恰有 3 人在终点站下车的概率；

19．（本小题共 14 分）

如图，矩形 $ABCD$ 的两条对角线相交于点 $M(2,0)$， AB 边所在直线的方程为 $x-3y-6=0$ 点 $T(-1,1)$ 在 AD 边所在直线上．



（I）求 AD 边所在直线的方程；

（II）求矩形 $ABCD$ 外接圆的方程；

（III）若动圆 P 过点 $N(-2,0)$，且与矩形 $ABCD$ 的外接圆外切，求动圆 P 的圆心的轨迹方程．

20．（本小题共 14 分）

已知函数 $y=kx$ 与 $y=x^2+2(x\geqslant 0)$ 的图象相交于 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，l_1，l_2 分别是 $y=x^2+2(x\geqslant 0)$ 的图象在 A，B 两点的切线，M，N 分别是 l_1，l_2 与 x 轴的交点．

（I）求 k 的取值范围；

（II）设 t 为点 M 的横坐标，当 $x_1<x_2$ 时，写出 t 以 x_1 为自变量的函数式，并求其定义域

和值域；

（III）试比较$\left|OM\right|$与$\left|ON\right|$的大小，并说明理由（O是坐标原点）.

参考答案

一、选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分）

1．C　　2．B　　3．B　　4．D　　5．A　　6．C

7．D　　8．C

二、填空题（本大题共6小题，每小题5分，共30分）

9．3　　10．$2n-11$　　11．-3　　12．$\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

13．$\dfrac{7}{25}$　　14．1　　1

三、解答题（本大题共6小题，共80分）

15．（共12分）

解：（I）由$\dfrac{x-3}{x+1}<0$，得$P=\left\{x\middle|-1<x<3\right\}$.

（II）$Q=\left\{x\middle|\left|x-1\right|\leqslant 1\right\}=\left\{x\middle|0\leqslant x\leqslant 2\right\}$.

由$a>0$，得$P=\left\{x\middle|-1<x<a\right\}$，又$Q\subseteq P$，所以$a>2$，

即a的取值范围是$(2,+\infty)$.

16．（共13分）

解：（I）$a_1=2$，$a_2=2+c$，$a_3=2+3c$，

因为a_1，a_2，a_3成等比数列，

所以$(2+c)^2=2(2+3c)$，

解得$c=0$或$c=2$.

当$c=0$时，$a_1=a_2=a_3$，不符合题意舍去，故$c=2$.

（II）当$n\geqslant 2$时，由于

$a_2-a_1=c$，

$a_3-a_2=2c$，

……

$a_n-a_{n-1}=(n-1)c$，

所以$a_n-a_1=[1+2+\cdots+(n-1)]c=\dfrac{n(n-1)}{2}c$.

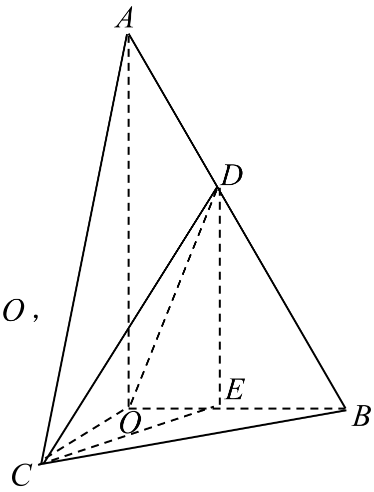
又 $a_1=2$，$c=2$，故 $a_n=2+n(n-1)=n^2-n+2(n=2,3,\cdots)$.

当 $n=1$ 时，上式也成立，

所以 $a_n=n^2-n+2(n=1,2,\cdots)$.

17.（共 14 分）

解法一：



（I）由题意，$CO\perp AO$，$BO\perp AO$，

$\therefore\angle BOC$ 是二面角 $B-AO-C$ 是直二面角，

$\therefore CO\perp BO$，又$\because AO\cap BO=O$，

$\therefore CO\perp$ 平面 AOB，

又 $CO\subset$ 平面 COD.

$\therefore$ 平面 $COD\perp$ 平面 AOB.

（II）作 $DE\perp OB$，垂足为 E，连结 CE（如图），则 $DE\parallel AO$，

$\therefore\angle CDE$ 是异面直线 AO 与 CD 所成的角.

在 $\mathrm{Rt}\triangle COE$ 中，$CO=BO=2$，$OE=\frac{1}{2}BO=1$，

$\therefore CE=\sqrt{CO^2+OE^2}=\sqrt{5}$.

又 $DE=\frac{1}{2}AO=\sqrt{3}$.

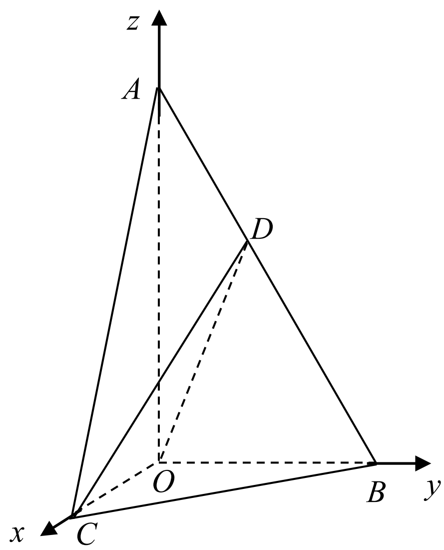
$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle CDE$ 中，$\tan CDE=\frac{CE}{DE}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}}{3}$.

$\therefore$ 异面直线 AO 与 CD 所成角的大小为 $\arctan\frac{\sqrt{15}}{3}$.

解法二：

（I）同解法一.

（II）建立空间直角坐标系 $O-xyz$，如图，则 $O(0,0,0)$，$A(0,0,2\sqrt{3})$，$C(2,0,0)$，$D(0,1,\sqrt{3})$，



$\therefore\overrightarrow{OA}=(0,0,2\sqrt{3})$，$\overrightarrow{CD}=(-2,1,\sqrt{3})$，

$$\therefore\cos<\overrightarrow{OA},\overrightarrow{CD}>=\frac{\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{OA}\right|\bullet\left|\overrightarrow{CD}\right|}$$

$$=\frac{6}{2\sqrt{3}\bullet2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{4}.$$

$\therefore$ 异面直线 AO 与 CD 所成角的大小为 $\arccos\frac{\sqrt{6}}{4}$.

18．（共 13 分）

解：（I）这 6 位乘客在互不相同的车站下车的概率为

$$P=\frac{A_{10}^{6}}{10^{6}}=\frac{1512}{10^{6}}\geqslant 0.1512.$$

（II）这 6 位乘客中恰有 3 人在终点站下车的概率为 $P=\frac{C_6^3\times 9^3}{10^6}=\frac{1458}{10^6}=0.01458$.

19．（共 14 分）

解：（I）因为 AB 边所在直线的方程为 $x-3y-6=0$，且 AD 与 AB 垂直，所以直线 AD 的斜率为 -3.

又因为点 $T(-1,1)$ 在直线 AD 上，

所以 AD 边所在直线的方程为 $y-1=-3(x+1)$.

$3x+y+2=0$.

（II）由 $\begin{cases}x-3y-6=0,\\3x+y+2=0\end{cases}$ 解得点 A 的坐标为 $(0,-2)$，

因为矩形 $ABCD$ 两条对角线的交点为 $M(2,0)$.

所以 M 为矩形 $ABCD$ 外接圆的圆心.

又 $|AM|=\sqrt{(2-0)^2+(0+2)^2}=2\sqrt{2}$.

从而矩形 $ABCD$ 外接圆的方程为 $(x-2)^2+y^2=8$.

（III）因为动圆 P 过点 N，所以 $|PN|$ 是该圆的半径，又因为动圆 P 与圆 M 外切，

所以 $|PM|=|PN|+2\sqrt{2}$，

即 $|PM|-|PN|=2\sqrt{2}$.

故点 P 的轨迹是以 M，N 为焦点，实轴长为 $2\sqrt{2}$ 的双曲线的左支.

因为实半轴长 $a=\sqrt{2}$，半焦距 $c=2$.

所以虚半轴长 $b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{2}$.

从而动圆 P 的圆心的轨迹方程为 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1(x\leqslant -\sqrt{2})$.

20．（本小题共 14 分）

解：（I）由方程$\begin{cases} y=kx, \\ y=x^2+2 \end{cases}$消$y$得$x^2-kx+2=0$． ①

依题意，该方程有两个正实根，

故$\begin{cases} \Delta=k^2-8>0, \\ x_1+x_2=k>0, \end{cases}$解得$k>2\sqrt{2}$．

（II）由$f'(x)=2x$，求得切线l_1的方程为$y=2x_1(x-x_1)+y_1$，

由$y_1=x_1^2+2$，并令$y=0$，得$t=\dfrac{x_1}{2}-\dfrac{1}{x_1}$

x_1，x_2是方程①的两实根，且$x_1<x_2$，故$x_1=\dfrac{k-\sqrt{k^2-8}}{2}=\dfrac{4}{k+\sqrt{k^2-8}}$，$k>2\sqrt{2}$，

x_1是关于k的减函数，所以x_1的取值范围是$(0,\sqrt{2})$．

t是关于x_1的增函数，定义域为$(0,\sqrt{2})$，所以值域为$(-\infty，0)$，

（III）当$x_1<x_2$时，由（II）可知$|OM|=|t|=-\dfrac{x_1}{2}+\dfrac{1}{x_1}$．

类似可得$|ON|=\dfrac{x_2}{2}-\dfrac{1}{x_2}$． $|OM|-|ON|=-\dfrac{x_1+x_2}{2}+\dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2}$．

由①可知$x_1x_2=2$．

从而$|OM|-|ON|=0$．

当$x_2<x_1$时，有相同的结果$|OM|-|ON|=0$．

所以$|OM|=|ON|$．