

2012年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

文科数学试题和答案（详细解析版）

本试题共4页，21小题，满分150分，考试用时120分钟。

参考公式：锥体的体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中 S 为柱体的底面积， h 为柱体的高。

球的体积 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ，其中 R 为球的半径。

一组数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的标准差

$$s = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]}$$

其中 \bar{x} 表示这组数据的平均数。

一. 选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设 i 为虚数单位，则复数 $\frac{3+4i}{i} =$

- A. $-4i-3i$ B. $-4i+3i$ C. $4+3i$ D. $4-3i$

2. 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， $M = \{1, 3, 5\}$ ，则 $\complement_U M =$

- A. $\{2, 4, 6\}$ B. $\{1, 3, 5\}$ C. $\{1, 2, 4\}$ D. U

3. 若向量 $\overrightarrow{AB} = (1, 2)$ ， $\overrightarrow{BC} = (3, 4)$ ，则 $\overrightarrow{AC} =$

- A. $(4, 6)$ B. $(-4, -6)$ C. $(-2, -2)$ D. $(2, 2)$

4. 下列函数为偶函数的是

- A. $y = \sin x$ B. $y = x^3$ C. $y = e^x$ D. $y = \ln \sqrt{x^2 + 1}$

5. 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y \leq 1 \\ x - y \leq 1 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases}$. 则 $z = x + 2y$ 的最小值为

- A. 3 B.1 C.-5 D.-6

6.在 $\triangle ABC$ 中,若 $\angle A=60^\circ, \angle B=45^\circ, BC=3\sqrt{2}$,则 $AC=$

- A. $4\sqrt{3}$ B $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}$ D $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. 某几何的三视图如图1所示, 它的体积为

- A. 72π B 48π C. 30π D. 24π

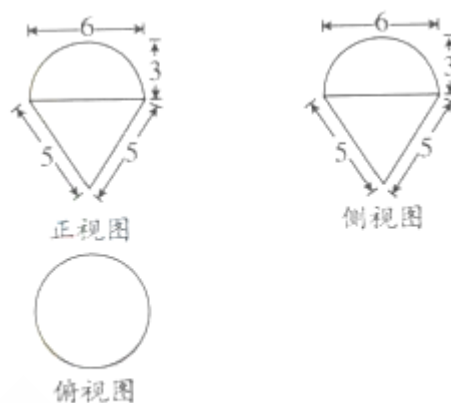


图 1

8. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $3x+4y$

$-5=0$ 与圆 $x^2+y^2=4$ 相交A、B两点, 则弦AB的长等于

- A. $3\sqrt{3}$ B $2\sqrt{3}$ C $\sqrt{3}$ D 1

9. 执行如图2所示的程序图, 若输入 n 的值为6, 则输出 s 的值为

- A. 105 B. 16 C. 15 D. 1

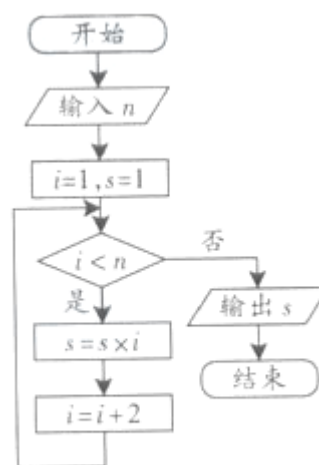


图 2

10. 对任意两个非零的平面向量 α 和 β , 定义

$$\alpha \cdot \beta = \frac{\alpha \cdot \beta}{\beta \cdot \beta}$$

若两个非零的平面向量 a, b 满足 a 与 b 的夹角

$\theta \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$, 且 $a \cdot b$ 和 $b \cdot a$ 都在集合 $\left\{\frac{n}{2} \mid n \in \mathbb{Z}\right\}$ 中, 则 $a \cdot b$

=

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

二、填空题: 本大题共5小题, 考生作答4小题, 每小题5分, 满分20

分。

(一) 必做题 (11~13题)

11. 函数 $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 的定义域为_____.

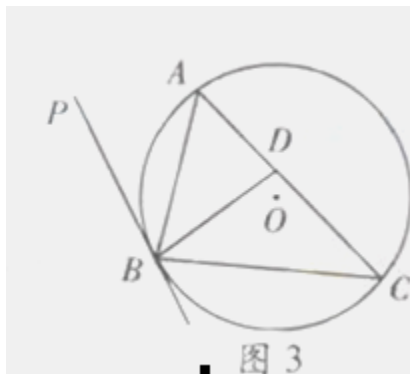
12. 若等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 a_4 = \frac{1}{2}$, 则 $a_1 a_3 a_5 =$ _____.

13. 由正整数组成的一组数据 x_1, x_2, x_3, x_4 , 其平均数和中位数都是2, 且标准差等于1, 则这组数据为_____. (从小到大排列)

(二) (坐标系与参数方程选做题) 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 和 C_2 的参数方程分别为 $\left\{ \frac{n}{2} \mid n \in Z \right\}$ $\left\{ \frac{n}{2} \mid n \in Z \right\}$ (θ 为参数,

$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) $\begin{cases} x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = -\frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 则曲线 C_1 和 C_2 的交点坐标为_____.

15. (几何证明选讲选做题) 如图3所示, 直线 PB 与圆 O 相切于点 B , D 是弦 AC 上的点, $\angle PBA = \angle DBA$. 若 $AD = m, AC = n$, 则 $AB =$ _____.



三、解答题: 本大题共6小题, 满分80分. 解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.

16. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = A \cos\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{6}\right), x \in R$, 且 $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{2}$.

(1) 求A的值;

(2) 设 $\alpha, \beta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], f\left(4\alpha + \frac{4}{3}\pi\right) = -\frac{30}{17}, f\left(4\beta - \frac{2}{3}\pi\right) = \frac{8}{5}$ 求 $\cos(\alpha + \beta)$ 的值.

17. (本小题满分13分)

某校100名学生期中考试语文成绩的频率分布直方图如图4所示, 其中成绩分组区间是:

$[50, 60), [60, 70), [70, 80), [80, 90), [90, 100]$.

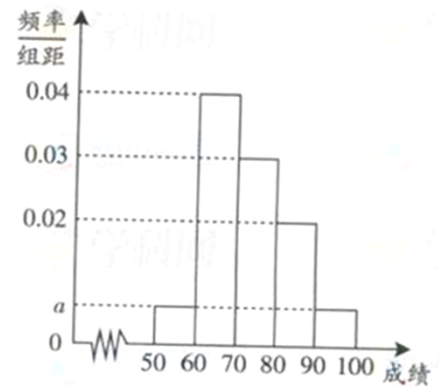


图4

(1) 求图中 α 的值;

(2) 根据频率分布直方图, 估计这100名学生语文成绩的平均分.

(3) 若这100名学生语文成绩某些分数段的人数 (x) 与数学成绩相应分数段的人数 (y) 之比如下表所示, 求数学成绩在 $[50, 90)$ 之外的人数.

分数段	$[50, 60)$	$[60, 70)$	$[70, 80)$	$[80, 90)$
$x : y$	1 : 1	2 : 1	3 : 4	4 : 5

18 (本小题满分13分)

如图5所示, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB \perp$ 平面 $PAD, AB \parallel CD, PD = AD, E$ 是 PB

的中点, F 是 CD 上的点, 且 $DF = \frac{1}{2} AB$,

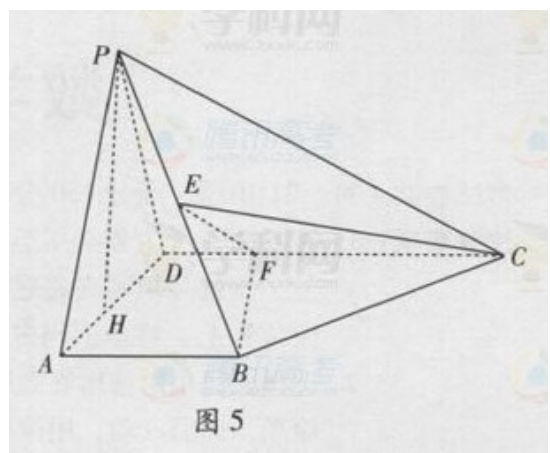


图5

PH 为 $\triangle PAD$ 中 AD 边上的高。

(1) 证明: $PH \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 若 $PH=1$, $AD=\sqrt{2}$, $FC=1$, 求三棱锥 $E-BCF$ 的体积;

(3) 证明: $EF \perp$ 平面 PAB .

19. (本小题满分14分)

设数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n , 数列 $\{S_n\}$ 前 n 项和为 T_n , 满足 $T_n = 2S_n - n^2$, $n \in \mathbb{N}^*$.

(1) 求 a_1 的值;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

20. (本小题满分14分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左焦点为 $F_1(-1, 0)$, 且点 $P(0, 1)$ 在 C_1 .

(1) 求椭圆 C_1 的方程;

(2) 设直线 l 同时与椭圆 C_1 和抛物线 $C_2: y^2 = 4x$ 相切, 求直线 l 的方程.

21. (本小题满分14分)

设 $0 < a < 1$, 集合 $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 3(1+a)x + 6a > 0\}$,

$D = A \cap B$.

(1) 求集合 D (用区间表示)

(2) 求函数 $f(x) = 2x^3 - 3(1+a)x^2 + 6ax$ 在 D 内的极值点.

