绝密★启用前

2011 年(四川卷)普通高等学校招生全国统一考试

数　学(文史类)

本试卷分第一部分(选择题)和第二部分(非选择题)。第一部分 1 至 2 页，第二部分 3 至 4 页，共 4 页．考生作答时，须将答案答在答题卡上及试题卷，草稿纸上答题无效，满分 150 分，考试时间 120 分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

参考公式：

如果事件 A、B 互斥，那么

P(A+B) =P(A)+P(B)

如果事件 A、B 相互独立，那么

P(A·B)=P(A)·P(B)

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p，那么

在 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\ldots n)$

球的表面积公式

$s=4\pi R^2$

其中 R 表示球的半径

球的体积公式

$v=\frac{4}{3}\pi R^2$

其中 R 表示球的半径

第一部分（选择题　共 60 分）

注意事项：

1.选择题必须使用 2B 铅笔将答案标号填涂在答题卡上对应题目标号的位置上。

2.本部分共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.若全集 M= $|1,2,3,4,5|$，N=$|2,4|$，则$C_M N$=

（A）$\varnothing$　　(B) $|1,3,5|$　　(C) $|2,4|$　　(D) $|1,2,3,4,5|$

2.有一个容量为 66 的样本，数据的分组及各组的频数如下：

$[11.5,15.5)$	2	$[15.5,19.5)$	4	$[19.5,23.5)$	9	$[23.5,27.5)$	18
$[27.5,31.5)$	11	$[31.5,35.5)$	12	$[35.5,39.5)$	7	$[39.5,43.5)$	3

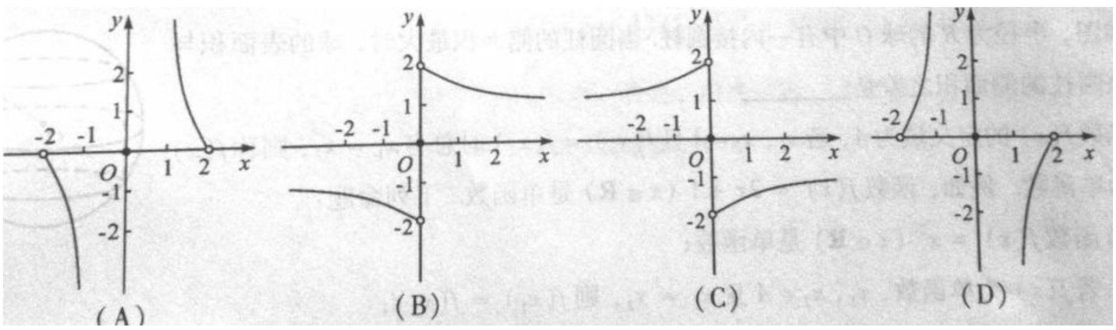
根据样本的频率分布估计，大于或等于 31.5 的数据约占

（A）$\frac{2}{11}$　　(B) $\frac{1}{3}$　　(C) $\frac{1}{2}$　　(D) $\frac{2}{3}$

3.圆 $x^2+y^2-4x+6y=0$ 的圆心坐标是

(A) (2，3)　　(B) (-2，-3)　　(C) (-2，-3)　　(D)(2，-3)

4. 函数 $y=(\frac{1}{2})^x+1$ 的图像关于直线 y=x 对称的图像大致是



5. “x=3”是“x^2=9”的

（A）充分而不必要的条件　　（B）必要而不充分的条件

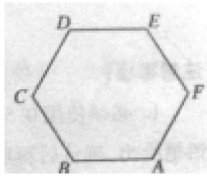
（C）充要条件　　（D）既不充分也不必要的条件

6. l_1，l_2，l_3是空间三条不同的直线，则下列命题正确的是

（A）$l_1 \perp l_2, l_2 \perp l_3 \Rightarrow l_1 // l_2$　　（B）$l_1 \perp l_2, l_1 // l_3 \Rightarrow l_1 \perp l_3$

（C）$l_1 // l_2 // l_3 \Rightarrow$ l_1，l_2，l_3共面　　（D）l_1，l_2，l_3共点$\Rightarrow$ l_1，l_2，l_3共面

7. 如图，正六边形 ABCDEF 中 $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EF}=$



（A）0　　（B）$\overrightarrow{BE}$

（C）$\overrightarrow{AD}$　　（D）$\overrightarrow{CF}$

8. 在△ABC 中，$\sin^2 A \leqslant \sin^2 B+\sin^2 C-\sin B\sin C$，则 A 的取值范围是

（A）$(0,\frac{\pi}{6}]$　　（B）$[\frac{\pi}{6},\pi)$

(C) $(0,\frac{\pi}{3}]$　　（D）$[\frac{\pi}{3},\pi)$

9. 数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，若$a_1=1$，$a_{n+1}=3S_n(n \geqslant 1)$，则$a_4$=

（A）3×4^4　　（B）$3\times 4^4+1$

(C) 4^4　　（D）4^4+1

10. 某运输公司有 12 名驾驶员和 19 名工人，有 8 辆载重量为 10 吨的甲型卡车和 7 辆载重量为 6 吨的乙型卡车，某天需送往 A 地至少 72 吨的货物，派用的每辆车需载满且只能送一次，派用的每辆甲型卡车需配 2 名工人，运送一次可得利润 450 元；派用的每辆乙型卡需配 1 名工人；没送一次可得利润 350 元，该公司合理计划当天派用甲乙卡车的车辆数，可得最大利润

（A） 4650 元　　（B）4700 元

(C) 4900 元　　（D）5000 元

11. 在抛物线 $y=x^2+ax-5(a \neq 0)$上取横坐标为 $x_1=4, x_2=2$ 的两点，经过两点引一条割线，有平行于该割线的一条直线同时与抛物线和圆 $5x^2+5y^2=36$ 相切，则

（A） (-2,-9)　　（B）(0,-5)

(C) (2,-9)　　（D）(1,6)

12. 在集合$\{1,2,3,4,5\}$中任取一个偶数 a 和一个奇数 b 构成以原点为起点的向量 **a**=（a，b）从所有得到的以原点为起点的向量中任取两个向量为邻边作平行四边形，记所有作为平行四边形的个数为 n，其中面积等于 2 的平行四边形的个数 m，则$\frac{m}{n}$=

（A）$\frac{2}{15}$　　（B）$\frac{1}{5}$

（C）$\frac{4}{15}$　　（D）$\frac{1}{3}$

第二部分 （非选择题 共 90 分）

注意事项：

1. 必须使用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔在答题卡题目所指示的答题区域内作答，作图题可先用铅笔绘出，确认后再用.5 毫米黑色墨迹签字描清楚。答在试题卷上无效。

2. 本部分共 10 小题，共 90 分.

一、填空题。本大题共 4 小题，每小题 4 分

13. $(x+1)^3$的展开式中x^3的系数是________________（用数字作答）

14. 双曲线 $\dfrac{x^2}{64}-\dfrac{y^2}{36}=1$ 上一点P到双曲线右焦点的距离是4，那么点P到左准线的距离是____________.

15. 如图，半径为 4 的球 O 中有一内接圆柱。当圆柱的面积最大时，球的表面积与圆柱的侧面积之差是________.

16. 函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 A，若 $x_1,x_2\in A$，且 $f\left(x_1\right)=f\left(x_2\right)$ 时总有 $x_1=x_2$，则称 $f\left(x\right)$ 为单函数. 例如 $f\left(x\right)=2x+1\left(x\in R\right)$ 是单函数，下列命题：

①函数 $f\left(x\right)^2=x^2\left(x\in R\right)$ 是单函数；

②函数 $f(x)=2^x(x\in R)$ 是单函数，

③若 $f(x)$ 为单函数，$x_1,x_2\in A$ 且 $x_1\neq x_2$，则 $f(x_1)\neq f(x_2)$；

④在定义域上具有单调性的函数一定是单函数

其中的真命题是_________（写出所有真命题的编号）

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题共 12 分）

本着健康、低碳的生活理念，租自行车骑游的人越来越多。某自行车租车点的收费标准是每车每次租不超过两小时免费，超过两小时的收费标准为 2 元（不足 1 小时的部分按 1 小时计算）。有人独立来该租车点则车骑游。各租一车一次。设甲、乙不超过两小时还车的概率分别为 $\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{2}$；两小时以上且不超过三小时还车的概率分别为 $\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{4}$；两人租车时间都不会超过四小时。

（Ⅰ）分别求出甲、乙在三小时以上且不超过四小时还车的概率；

（Ⅱ）求甲、乙两人所付的租车费用之和小于 6 元的概率。

18.（本小题共 12 分）

已知函数 $f(x)=\sin\left(x+\dfrac{7\pi}{4}\right)+\cos\left(x-\dfrac{3\pi}{4}\right), x\in R$

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的最小正周期和最小值；

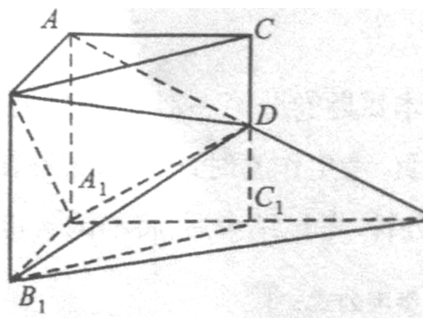
（Ⅱ）已知 $\cos(\beta-\alpha)=\dfrac{4}{5}, \cos(\beta-\partial)=\dfrac{4}{5}. 0<\alpha<\beta\leq\dfrac{\pi}{2}$，求证：$[f(\beta)]^2-2=0$

19.（本小题共 12 分）

如图，在直三棱柱 $ABC—A_1B_1C_1$ 中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC=AA_1=1$，延长 A_1C_1 至点 P，使 $C_1P=A_1C_1$，连结 AP 交棱 CC_1 于点 D.

(Ⅰ)求证：$PB_1 // BDA_1$；

(Ⅱ)求二面角 A- A_1D-B 的平面角的余弦值。



20.（本小题共 12 分）

已知｛ a_n ｝是以 a 为首项，q 为公比的等比数列，S_n 为它的前 n 项和。

(Ⅰ)当 S_1,S_3,S_4 成等差数列时，求 q 的值；

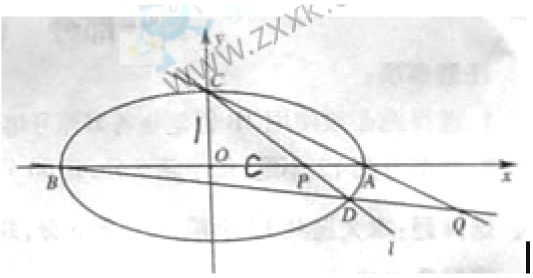
(Ⅱ)当 S_m，S_n，S_i 成等差数列时，求证：对任意自然数 $k,a_{m+i},a_{n+i},a_{1+i}$ 也成等差数列。

21.（本小题共 12 分）

过点 $C(0,1)$ 的椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，椭圆与 x 轴交于两点 $A(A,0)$、$B(-a,0)$，过点 C 的直线 l 与椭圆右焦点交于另一点 D，并与 x 轴交于点 P，直线 AC 与直线 BD 交于点 Q。

（I）当直线 l 过椭圆右焦点时，求线段 CD 的长；

（Ⅱ）当点 P 异于点 B 时，求证：$\overrightarrow{OP}\bullet\overrightarrow{OQ}$ 为定值。



22.（本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{2}$, $h(x)=\sqrt{x}$.

（Ⅰ）设函数 $F(x)=18f(x)-x^2[h(x)]^2$, 求 $F(x)$的单调区间与极值；

（Ⅱ）设 $a\in R$, 解关于 x 的方程 $\lg\left[\dfrac{3}{2}f(x-1)-\dfrac{3}{4}\right]=2\lg h(a-x)-2\lg h(4-x)$；

（Ⅲ）设 $n\in N^n$, 证明：$f(n)h(n)-[h(1)+h(2)+\cdots+h(n)]\geqslant\dfrac{1}{6}$.

2011 年四川省高考数学试卷（文科）

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分）

1．（5 分）（2011•四川）若全集 M={1，2，3，4，5}，N={2，4}，则C_MN=（　　）

A．∅　B．{1，3，5}　C．{2，4}　D．{1，2，3，4，5}

【考点】补集及其运算．

【专题】计算题．

【分析】根据已知中全集 M={1，2，3，4，5}，N={2，4}，结合补集的运算方法代入即可得到 C_UN 的结果．

【解答】解：∵全集 M={1，2，3，4，5}，N={2，4}，

∴C_UN={1，3，5}

故选 B

【点评】本题考查的知识点是补集及其运算，属于简单题，熟练掌握集合运算方法是解答的关键．

2．（5 分）（2011•四川）有一个容量为 66 的样本，数据的分组及各组的频数如下：

[11.5，15.5）2[15.5，19.5）4[19.5，23.5）9[23.5，27.5）18

[27.5，31.5）11[31.5，35.5）12[35.5，39.5）7[39.5，43.5）3

根据样本的频率分布估计，大于或等于 31.5 的数据约占（　　）

A．$\frac{2}{11}$　B．$\frac{1}{3}$　C．$\frac{1}{2}$　D．$\frac{2}{3}$

【考点】用样本的数字特征估计总体的数字特征．

【专题】计算题．

【分析】根据所给的数据的分组和各组的频数，得到符合条件的数据共有的个数，又知本组数据的总数，求两个点比值得到符合条件的数据所占的比．

【解答】解：根据所给的数据的分组和各组的频数知道，

大于或等于 31.5 的数据有[31.5，35.5）12；[35.5，39.5）7；[39.5，43.5）3，

可以得到共有 12+7+3=22，

∵本组数据共有 66 个，

∴大于或等于 31.5 的数据约占$\frac{22}{66}=\frac{1}{3}$，

故选 B

【点评】本题考查用样本的数字特征估计总体的数字特征，考查等可能事件的概率，考查利用列举法得到满足条件的事件数，本题是一个概率统计的综合题目．

3．（5 分）（2011•四川）圆 $x^2+y^2-4x+6y=0$ 的圆心坐标是（　　）

A．（﹣2，3）　B．（﹣2，3）　C．（﹣2，﹣3）　D．（2，﹣3）

【考点】圆的标准方程．

【专题】计算题．

【分析】把圆的方程配方得到圆的标准方程后，找出圆心坐标即可．

【解答】解：把圆的方程化为标准方程得：

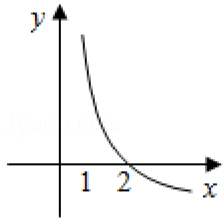
$(x-2)^2+(y+3)^2=13$，

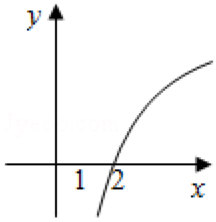
所以此圆的圆心坐标为（2，﹣3）．

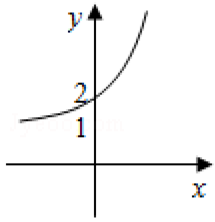
故选 D

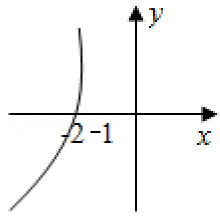
【点评】此题考查学生会将圆的一般式方程化为标准式方程，并会从圆的标准方程中找出圆心的坐标，是一道基础题．

4．（5 分）（2011•四川）函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x+1$ 的图象关于直线 y=x 对称的图象大致是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

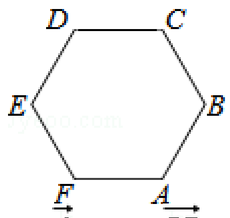
【考点】反函数；指数函数的图像变换.
【专题】综合题；数形结合.
【分析】函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}+1$ 的图象关于直线 y=x 对称的图象，即为函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}+1$ 反函数的图象，求出函数的反函数后，分析其反函数的性质，并逐一分析四个答案，即可得到答案.
【解答】解：∵函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}+1$ 反函数为 $y=\log_{\frac{1}{2}}(x-1)$

其图象过（2，0）点，
且在定义域（1，+∞）为减函数
分析四个答案发现只能 A 满足要求
故选 A
【点评】本题考查的知识点是反函数及对数函数的图象，其中根据已知函数的解析式，求出其反函数的解析式是解答本题的关键.

5.（5 分）（2011•四川）"x=3"是"$x^2=9$"的（　　）
A．充分而不必要的条件　B．必要而不充分的条件
C．充要条件 D．既不充分也不必要的条件
【考点】必要条件、充分条件与充要条件的判断.
【专题】阅读型.
【分析】化简条件：$x^2=9$；判断前者是否能推出后者；判断后者是否能推出前者，利用充要条件的定义判断出结论.
【解答】解：$\because x^2=9\Leftrightarrow x=\pm3$
$\therefore x=3\Rightarrow x^2=9$
反之，推不出；
故"x=3"是"$x^2=9$"的充分不必要条件.
故选 A
【点评】本题考查判断命题间的条件故选时：一般先化简前、后两个条件、再利用充要条件的定义判断.

6.（5 分）（2011•四川）l_1，l_2，l_3 是空间三条不同的直线，则下列命题正确的是（　　）
A．$l_1\perp l_2$，$l_2\perp l_3\Rightarrow l_1\parallel l_3$
B．$l_1\perp l_2$，$l_2\parallel l_3\Rightarrow l_1\perp l_3$
C．$l_1\parallel l_2\parallel l_3\Rightarrow l_1$，$l_2$，$l_3$ 共面
D．l_1，l_2，l_3 共点$\Rightarrow l_1$，l_2，l_3 共面
【考点】平面的基本性质及推论；空间中直线与直线之间的位置关系.
【专题】证明题.
【分析】通过两条直线垂直的充要条件两条线所成的角为 90°；判断出 B 对；通过举常见的图形中的边、面的关系说明命题错误.
【解答】解：对于 A，通过常见的图形正方体，从同一个顶点出发的三条棱两两垂直，A 错；
对于 B，$\because l_1\perp l_2$，$\therefore l_1$，l_2 所成的角是 90°，又$\because l_2\parallel l_3\therefore l_1$，$l_3$ 所成的角是 90°$\therefore l_1\perp l_3$，B 对；
对于 C，例如三棱柱中的三侧棱平行，但不共面，故 C 错；
对于 D，例如三棱锥的三侧棱共点，但不共面，故 D 错.
故选 B.
【点评】本题考查两直线垂直的定义、考查判断线面的位置关系时常借助常见图形中的边面的位置关系得到启示.

7.（5 分）（2011•四川）如图，正六边形 ABCDEF 中，$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EF}=$（　　）



A. $\vec{0}$　B. $\overrightarrow{BE}$　C. $\overrightarrow{AD}$　D. $\overrightarrow{CF}$

【考点】向量的加法及其几何意义.

【专题】计算题.

【分析】根据正六边形对边平行且相等的性质，我们可得$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AF}$，然后根据平面向量加法的三角形法则，即可得到答案.

【解答】解：根据正六边形的性质，我们易得

$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EF}$

$=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{EF}$

$=\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CB}$

$=\overrightarrow{CF}$

故选 D

【点评】本题考查的知识点是向量的加法及其几何意义，其中根据正六边形的性质得到$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AF}$是解答本题的关键.

8.（5 分）（2011•四川）在△ABC 中，$\sin^2A\leq\sin^2B+\sin^2C-\sin B\sin C$，则 A 的取值范围是（　　）

A.（0，$\frac{\pi}{6}$]　B. [$\frac{\pi}{6}$，π）　C.（0，$\frac{\pi}{3}$]　D. [$\frac{\pi}{3}$，π）

【考点】正弦定理；余弦定理.

【专题】三角函数的求值.

【分析】先利用正弦定理把不等式中正弦的值转化成边，进而代入到余弦定理公式中求得 cosA 的范围，进而求得 A 的范围.

【解答】解：由正弦定理可知 $a=2R\sin A$，$b=2R\sin B$，$c=2R\sin C$，

$\because\sin^2A\leq\sin^2B+\sin^2C-\sin B\sin C$，

$\therefore a^2\leq b^2+c^2-bc$，

$\therefore bc\leq b^2+c^2-a^2$

$\therefore\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\geq\frac{1}{2}$

$\therefore A\leq\frac{\pi}{3}$

$\because A>0$

∴A 的取值范围是（0，$\frac{\pi}{3}$]

故选 C

【点评】本题主要考查了正弦定理和余弦定理的应用．作为解三角形中常用的两个定理，考生应能熟练记忆.

9.（5 分）（2011•四川）数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_1=1$，$a_{n+1}=3S_n$（n≥1），则 $a_6=$（　　）

A. 3×4^4　B. $3\times4^4+1$　C. 4^4　D. 4^4+1

【考点】等比数列的通项公式；等比数列的前 n 项和.

【专题】计算题.

【分析】根据已知的 $a_{n+1}=3S_n$，当 n 大于等于 2 时得到 $a_n=3S_{n-1}$，两者相减，根据 $S_n-S_{n-1}=a_n$，得到数列的第 n+1 项等于第 n 项的 4 倍（n 大于等于 2），所以得到此数列除去第 1 项，从第 2 项开始，为首项是第 2 项，公比为 4 的等比数列，由 $a_1=1$，$a_{n+1}=3S_n$，令 n=1，即可求出第 2 项的值，写出 2 项以后各项的通项公式，把 n=6 代入通项公式即可求出第 6 项的值.

【解答】解：由 $a_{n+1}=3S_n$，得到 $a_n=3S_{n-1}$（n≥2），

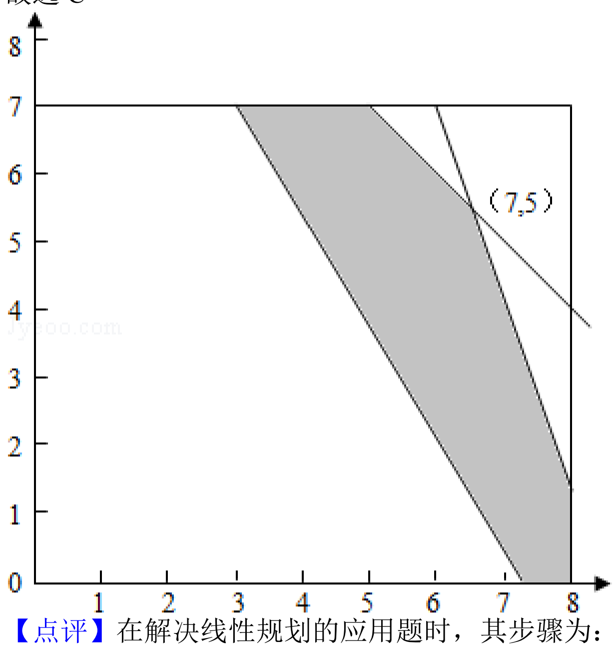
两式相减得：$a_{n+1}-a_n=3(S_n-S_{n-1})=3a_n$，

则 $a_{n+1}=4a_n$（n≥2），又 $a_1=1$，$a_2=3S_1=3a_1=3$，
得到此数列除去第一项后，为首项是 3，公比为 4 的等比数列，
所以 $a_n=a_2q^{n-2}=3\times4^{n-2}$（n≥2）
则 $a_6=3\times4^4$．
故选 A
【点评】此题考查学生掌握等比数列的确定方法，会根据首项和公比写出等比数列的通项公式，是一道基础题．

10．（5 分）（2011•四川）某运输公司有 12 名驾驶员和 19 名工人，有 8 辆载重量为 10 吨的甲型卡车和 7 辆载重量为 6 吨的乙型卡车，某天需送往 A 地至少 72 吨的货物，派用的每辆车需载满且只能送一次，派用的每辆甲型卡车需配 2 名工人，运送一次可得利润 450 元；派用的每辆乙型卡车需配 1 名工人；每送一次可得利润 350 元，该公司合理计划当天派用甲乙卡车的车辆数，可得最大利润 z=（　　）
A．4650 元　B．4700 元　C．4900 元　D．5000 元
【考点】简单线性规划．
【专题】计算题；数形结合．
【分析】我们设派 x 辆甲卡车，y 辆乙卡车，利润为 z，根据题意中运输公司有 12 名驾驶员和 19 名工人，有 8 辆载重量为 10 吨的甲型卡车和 7 辆载重量为 6 吨的乙型卡车，某天需送往 A 地至少 72 吨的货物，派用的每辆车需载满且只能送一次，派用的每辆甲型卡车需配 2 名工人，运送一次可得利润 450 元；派用的每辆乙型卡车需配 1 名工人；每送一次可得利润 350 元，我们易构造出 x，y 满足的约束条件，及目标函数，画出满足条件的平面区域，利用角点法即可得到答案．
【解答】解：设派 x 辆甲卡车，y 辆乙卡车，利润为 z，
由题意得：$z=450x+350y$
由题意得 x，y 满足下列条件：

$$\begin{cases}0\leqslant x\leqslant 8\\0\leqslant y\leqslant 7\\0<x+y\leqslant 12\\10x+6y\geqslant 72\\0<2x+y\leqslant 19\\x\in Z,\ y\in Z\end{cases}$$

上述条件作出可行域，如图所示：
由图可知，当 x=7，y=5 时，450x+350y 有最大值 4900
故选 C



【点评】在解决线性规划的应用题时，其步骤为：①分析题目中相关量的关系，列出不等式组，即约束条件⇒②由约束条件画出可行域⇒③分析目标函数 Z 与直线截距之间的关系⇒④使用平移直线法求出最优解⇒⑤还原到现实问题中．

11．（5 分）（2011•四川）在抛物线 $y=x^2+ax-5$（$a\neq 0$）上取横坐标为 $x_1=-4$，$x_2=2$ 的两点，经过两点引一条割线，有平行于该割线的一条直线同时与抛物线和圆 $5x^2+5y^2=36$ 相切，则抛物线顶点的坐标为（　　）

A．（－2，－9）　B．（0，－5）　　C．（2，－9）　　D．（1，6）

【考点】抛物线的应用；抛物线的简单性质．

【专题】圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求出两个点的坐标，利用两点连线的斜率公式求出割线的斜率；利用导数在切点处的值为切线的斜率求出切点坐标；利用直线方程的点斜式求出直线方程；利用直线与圆相切的条件求出 a，求出抛物线的顶点坐标．

【解答】解：两点坐标为（－4，11－4a）；（2，2a－1），

两点连线的斜率 $k=\frac{11-4a-2a+1}{-4-2}=a-2$，

对于 $y=x^2+ax-5$，

$y'=2x+a$，

∴$2x+a=a-2$ 解得 $x=-1$，

在抛物线上的切点为（－1，－a－4），

切线方程为（a－2）x－y－6=0，

该切线与圆相切，圆心（0，0）到直线的距离=圆半径，

$$\frac{6}{\sqrt{(a-2)^2+1}}=\sqrt{\frac{36}{5}}$$

解得 a=4 或 0（0 舍去），

抛物线方程为 $y=x^2+4x-5$ 顶点坐标为（－2，－9）．

故选 A．

【点评】本题考查两点连线的斜率公式、考查导数在切点处的值为切线的斜率、考查直线与圆相切的充要条件是圆心到直线的距离等于半径．

12．（5 分）（2011•四川）在集合{1，2，3，4，5}中任取一个偶数 a 和一个奇数 b 构成以原点为起点的向量 $\vec{a}$=（a，b）从所有得到的以原点为起点的向量中任取两个向量为邻边作平行四边形，记所有作成平行四边形的个数为 n，其中面积等于 2 的平行四边形的个数为 m，则 $\frac{m}{n}$=（　　）

A．$\frac{2}{15}$　B．$\frac{1}{5}$　C．$\frac{4}{15}$　D．$\frac{1}{3}$

【考点】古典概型及其概率计算公式．

【专题】计算题；压轴题．

【分析】本题是一个古典概型，a 的取法有 2 中，b 的取法有 3 中，得到可以组成向量的个数，从中任取两个向量共 C_6^2 种取法，再由列举法求出面积等于 4 的平行四边形的个数，根据概率公式得到结果．

【解答】解：由题意知本题是一个古典概型，

试验发生包含的事件是取出数字，构成向量，

a 的取法有 2 种，b 的取法有 3 种，故向量 $\vec{a}$有 6 个，

从中任取两个向量共 $C_6^2=15$ 种取法，即 n=15；

由满足条件的事件列举法求出面积等于 4 的平行四边形的个数有 2 个，

∴根据古典概型概率公式得到 $P=\frac{2}{15}$，

故选 A．

【点评】本题考查古典概型及其概率计算公式，考查组合数问题、考查三角形面积问题，注意列举法在解题中的作用．本题是一个综合题目．

二、填空题（共 4 小题，每小题 4 分，满分 16 分）

13．（4 分）（2011•四川）$(x+1)^n$ 的展开式中 x^3 的系数是 $\underline{\ C_n^3\ }$ （用数字作答）

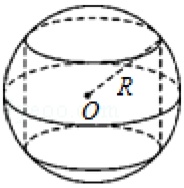
【考点】二项式系数的性质．

【专题】计算题．

【分析】利用二项展开式的通项公式求出展开式的通项，令 x 的指数为 3，求出展开式中 x^3 的系数．
【解答】解：展开式的通项为 $T_{r+1}=C_n^r x^r$
令 r=3 得到展开式中 x^3 的系数是 C_n^3
故答案为：C_n^3
【点评】本题考查利用二项展开式的通项公式解决二项展开式的特定项问题．

14．（4 分）（2011•四川）双曲线 $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$ 上一点 P 到双曲线右焦点的距离是 4，那么点 P 到左准线的距离是 <u>16</u> ．
【考点】双曲线的简单性质．
【专题】计算题．
【分析】利用双曲线的方程求出参数 a，b，c；求出准线方程，离心率的值；利用双曲线的第二定义求出点 P 的横坐标；求出 P 到左准线的距离．
【解答】解：由双曲线的方程知 a=8，b=6
所以 c=10
准线方程为 $x=\pm\frac{a^2}{c}=\pm\frac{32}{5}$；　离心率 $e=\frac{5}{4}$
设点 P 到右准线的距离为 d 则由双曲线定义得
$\frac{4}{d}=\frac{5}{4}$ 即 $d=\frac{16}{5}$
设 P（x，y）则 $d=|\frac{32}{5}-x|=\frac{16}{5}$
所以 $x=\frac{48}{5}$
所以点 P 到左准线的距离是 $|-\frac{32}{5}-\frac{48}{5}|=16$
故答案为 16
【点评】本题考查由双曲线的方程得到三个参数值注意最大的参数是 c、考查双曲线的准线方程与离心率、考查双曲线的第二定义、利用第二定义解决双曲线上的点到焦点距离的有关问题．

15．（4 分）（2011•四川）如图，半径为 4 的球 O 中有一内接圆柱．当圆柱的侧面积最大时，球的表面积与该圆柱的侧面积之差是 <u>32π</u> ．



【考点】球内接多面体．
【专题】计算题；压轴题．
【分析】设出圆柱的上底面半径为 r，球的半径与上底面夹角为 α，求出圆柱的侧面积表达式，求出最大值，计算球的表面积，即可得到两者的差值．
【解答】解：设圆柱的上底面半径为 r，球的半径与上底面夹角为 α，则 r=4cosα，圆柱的高为 8sinα，圆柱的侧面积为：32πsin2α，当且仅当 $\alpha=\frac{\pi}{4}$ 时，sin2α=1，圆柱的侧面积最大，圆柱的侧面积为：32π，球的表面积为：64π，球的表面积与该圆柱的侧面积之差是：32π．
故答案为：32π
【点评】本题是基础题，考查球的内接圆柱的知识，球的表面积，圆柱的侧面积的最大值的求法，考查计算能力，常考题型．

16．（4 分）（2011•四川）函数 f（x）的定义域为 A，若 x_1，x_2∈A，且 f（x_1）=f（x_2）时总有 $x_1=x_2$，则称 f（x）为单函数．例如 f（x）=2x+1（x∈R）是单函数，下列命题：
①函数 f（x）=x^2（x∈R）是单函数；
②函数 f（x）=2^x（x∈R）是单函数，

③若 f（x）为单函数，x_1，x_2∈A 且 $x_1≠x_2$，则 f（x_1）≠f（x_2）；
④在定义域上具有单调性的函数一定是单函数
其中的真命题是 ②③④ （写出所有真命题的编号）
【考点】抽象函数及其应用．
【专题】压轴题；新定义．
【分析】根据单函数的定义 f（x_1）=f（x_2）时总有 $x_1=x_2$，可知函数 f（x）则对于任意 b∈B，它至多有一个原象，而①f（﹣1）=f（1），显然﹣1≠1，可知它不是单函数，②③④都是，可得结果．
【解答】解：∵若 x_1，x_2∈A，且 f（x_1）=f（x_2）时总有 $x_1=x_2$，则称 f（x）为单函数
∴①函数 f（x）=x^2 不是单函数，
∵f（﹣1）=f（1），显然﹣1≠1，
∴函数 f（x）=x^2（x∈R）不是单函数；

②∵函数 f（x）=2^x（x∈R）是增函数，
∴f（x_1）=f（x_2）时总有 $x_1=x_2$，
即②正确；

③∵f（x）为单函数，且 $x_1≠x_2$，
若 f（x_1）=f（x_2），则 $x_1=x_2$，与 $x_1≠x_2$ 矛盾
∴③正确；
④同②；
故答案为：②③④．
【点评】此题是个基础题．考查学生分析解决问题的能力和知识方法的迁移能力．

三、解答题（共 6 小题，满分 74 分）

17．（12 分）（2011•四川）本着健康、低碳的生活理念，租自行车骑游的人越来越多．某自行车租车点的收费标准是每车每次租不超过两小时免费，超过两小时的收费标准为 2 元每小时（不足 1 小时的部分按 1 小时计算）．有人独立来该租车点租车骑游．各租一车一次．设甲、乙不超过两小时还车的概率分别为$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{2}$；两小时以上且不超过三小时还车的概率分别为$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$；两人租车时间都不会超过四小时．
（Ⅰ）分别求出甲、乙在三小时以上且不超过四小时还车的概率；
（Ⅱ）求甲、乙两人所付的租车费用之和小于 6 元的概率．
【考点】几何概型．
【专题】计算题．
【分析】（Ⅰ）根据题意，由全部基本事件的概率之和为 1 求解即可．
（Ⅱ）先列出甲、乙两人所付的租车费用之和小于 6 元的所有情况，可按照甲的付费分类，因为各类为互斥事件，分别求概率再取和即可．
【解答】解：（Ⅰ）甲在三小时以上且不超过四小时还车的概率为 $1-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$
乙在三小时以上且不超过四小时还车的概率为$1-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$
（Ⅱ）甲、乙两人所付的租车费用之和小于 6 元的情况有：甲不超过两小时、甲两小时以上且不超过三小时乙不超过三小时、甲在三小时以上且不超过四小时乙不超过两小时三种．
故概率为：$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$
【点评】本题考查独立事件和互斥事件的概率，考查利用所学知识解决问题的能力．

18．（12 分）（2011•四川）已知函数 f（x）=sin（$x+\frac{7\pi}{4}$）+cos（$x-\frac{3\pi}{4}$），x∈R
（Ⅰ）求 f（x）的最小正周期和最小值；
（Ⅱ）已知 cos（β﹣α）=$\frac{4}{5}$，cos（β+α）=﹣$\frac{4}{5}$.$0<\alpha<\beta\leqslant\frac{\pi}{2}$，求证：$[f(\beta)]^2-2=0$．
【考点】两角和与差的正弦函数；运用诱导公式化简求值；三角函数的周期性及其求法．
【专题】计算题；综合题．
【分析】（Ⅰ）利用诱导公式对函数解析式化简整理，进而根据三角函数的周期性和值域求解．

（Ⅱ）利用两角和公式把已知条件展开后相加，求得 β 的值，代入函数解析式中求得答案．

【解答】解：（Ⅰ）f（x）=sin（x+$\frac{7\pi}{4}$）+cos（x - $\frac{3\pi}{4}$）=sin（x - $\frac{\pi}{4}$）+sin（x - $\frac{\pi}{4}$）=2sin（x - $\frac{\pi}{4}$）

∴T=2π，最小值为 - 2

（Ⅱ）∵cos（β - α）=cosβcosα+sinβsinα=$\frac{4}{5}$，cos（β+α）=cosβcosα - sinβsinα= - $\frac{4}{5}$，

两式相加得 2cosβcosα=0，

∵0<α<β≤$\frac{\pi}{2}$，

∴β=$\frac{\pi}{2}$

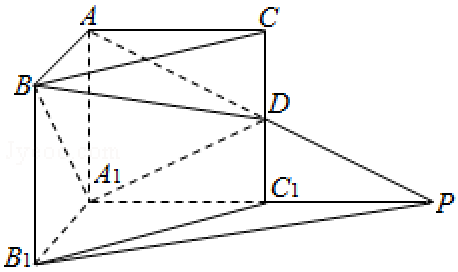
∴[f（β）]^2 - 2=4sin$^2\frac{\pi}{4}$ - 2=0

【点评】本题主要考查了两角和公式和诱导公式的化简求值．考查了考生基础知识的综合运用．

19．（12 分）（2011•四川）如图，在直三棱柱 ABC - $A_1B_1C_1$ 中，∠BAC=90°，AB=AC=AA_1=1，延长 A_1C_1 至点 P，使 $C_1P=A_1C_1$，连接 AP 交棱 CC_1 于点 D．

（Ⅰ）求证：PB_1∥平面 BDA_1；

（Ⅱ）求二面角 A - A_1D - B 的平面角的余弦值．



【考点】直线与平面平行的判定；直线与平面平行的性质．

【专题】计算题；证明题．

【分析】以 A_1 为原点，A_1B，A_1C，A_1A 分别为 x 轴，y 轴，z 轴正方向，建立坐标系，则我们易求出各个点的坐标，进而求出各线的方向向量及各面的法向量．

（I）要证明 PB_1∥平面 BDA_1，我们可以先求出直线 PB_1 的向量，及平面 BDA_1 的法向量，然后判断证明这两个向量互相垂直

（II）由图象可得二面角 A - A_1D - B 是一个锐二面角，我们求出平面 AA_1D 与平面 A_1DB 的法向量，然后求出两个法向量夹角的余弦值，得到结论．

【解答】解：以 A_1 为原点，A_1B，A_1C，A_1A 分别为 x 轴，y 轴，z 轴正方向，建立坐标系，

则 A_1（0，0，0），B_1（1，0，0），C_1（0，1，0），B（1，0，1），P（0，2，0）

（1）在△PAA_1 中，C1D=$\frac{1}{2}$AA1，则 D（0，1，$\frac{1}{2}$）

∴$\overrightarrow{A_1B}$=（1，0，1），$\overrightarrow{A_1D}$=（0，1，$\frac{1}{2}$），$\overrightarrow{B_1P}$=（ - 1，2，0）

设平面 BDA_1 的一个法向量为$\vec{a}$=（a，b，c）

则$\begin{cases}\vec{a}\cdot\overrightarrow{A_1B}=a+c=0\\ \vec{a}\cdot\overrightarrow{A_1D}=b+\frac{1}{2}c=0\end{cases}$

令 c= - 1，则$\vec{a}$=（1，$\frac{1}{2}$， - 1）

∵$\vec{a}$•$\overrightarrow{B_1P}$=1×（ - 1）+$\frac{1}{2}$×2+（ - 1）×0=0

∴PB_1∥平面 BDA_1

（II）由（I）知平面 BDA_1 的一个法向量$\vec{a}$=（1，$\frac{1}{2}$， - 1）

又$\vec{b}$=（1，0，0）为平面 AA_1D 的一个法向量

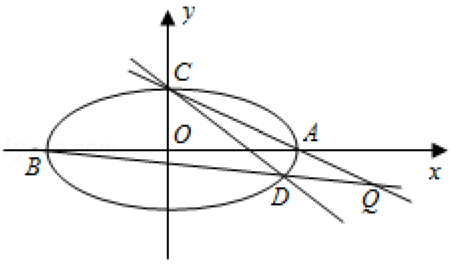
$\therefore \cos<\vec{a},\ \vec{b}>=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\dfrac{1}{1\times\frac{3}{2}}=\dfrac{2}{3}$

故二面角 A﹣A_1D﹣B 的平面角的余弦值为$\dfrac{2}{3}$

【点评】利用向量法求空间夹角问题，包括以下几种情况：
空间两条直线夹角的余弦值等于他们方向向量夹角余弦值的绝对值；
空间直线与平面夹角的余弦值等于直线的方向向量与平面的法向量夹角的正弦值；
空间锐二面角的余弦值等于他的两个半平面方向向量夹角余弦值的绝对值；

20．（12 分）（2011•四川）已知｛a_n｝是以 a 为首项，q 为公比的等比数列，S_n 为它的前 n 项和．
（Ⅰ）当 S_1，S_3，S_4 成等差数列时，求 q 的值；
（Ⅱ）当 S_m，S_n，S_l 成等差数列时，求证：对任意自然数 k，a_{m+k} ，a_{n+k}，a_{l+k} 也成等差数列．
【考点】等差关系的确定；等差数列的性质．
【专题】计算题；证明题．
【分析】（Ⅰ）根据题意，写出等比数列｛a_n｝的前 n 项和是解决本题的关键，利用 S_1，S_3，S_4 成等差数列寻找关于 q 的方程，通过解方程求出字母 q 的值；
（Ⅱ）根据 S_m，S_n，S_l 成等差数列，利用等比数列的求和公式得出关于 q 的方程式是解决本题的关键，注意分类讨论思想和整体思想的运用．
【解答】解：（Ⅰ）由已知得出 $a_n=a_1q^{n-1}$，$S_3=a_1+a_2+a_3=a_1(1+q+q^2)$，$S_4=a_1+a_2+a_3+a_4=a_1(1+q+q^2+q^3)$，
根据 S_1，S_3，S_4 成等差数列得出 $2S_3=S_1+S_4$，
代入整理并化简，约去 q 和 a_1，得 $q^2-q-1=0$，
解得 $q=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$；
（Ⅱ）当 q=1 时，该数列为常数列，若 S_m，S_n，S_l 成等差数列，则也有 a_{m+k}，a_{n+k}，a_{l+k} 成等差数列；
若 q≠1，由 S_m，S_n，S_l 成等差数列，则有 $2S_n=S_l+S_m$，
即有$\dfrac{2a_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{a_1(1-q^m)}{1-q}+\dfrac{a_1(1-q^l)}{1-q}$，
整理化简得 $2q^{n-1}=q^{m-1}+q^{l-1}$，两边同乘以 a_1，得 $2a_1q^{n-1}=a_1q^{m-1}+a_1q^{l-1}$，即 $2a_n=a_m+a_l$，
两边同乘以 q^k 即可得到 $2a_{n+k}=a_{m+k}+a_{l+k}$，
即 a_{m+k} ，a_{n+k}，a_{l+k} 成等差数列．
【点评】本题考查等比数列的通项公式和求和公式的运用，考查学生判断等差数列的方法，考查学生的方程思想和分类讨论思想，转化与化归思想，考查学生的运算能力．

21．（12 分）（2011•四川）过点 C（0，1）的椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，椭圆与 x 轴交于两点 A（a，0）、B（﹣a，0），过点 C 的直线 l 与椭圆交于另一点 D，并与 x 轴交于点 P，直线 AC 与直线 BD 交于点 Q．
（I）当直线 l 过椭圆右焦点时，求线段 CD 的长；
（Ⅱ）当点 P 异于点 B 时，求证：$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$为定值．



【考点】直线与圆锥曲线的综合问题；椭圆的应用．
【专题】计算题；证明题；综合题；压轴题；数形结合．

【分析】(I) 当直线 l 过椭圆右焦点时，写出直线 l 的方程，并和椭圆联立方程，求得点 D 的坐标，根据两点间距离公式即可求得线段 CD 的长；

(Ⅱ) 设出直线 l 的方程，并和椭圆联立方程，求得点 D 的坐标，并求出点 P 的坐标，写出直线 AC 与直线 BD 的方程，并解此方程组，求得 Q 点的坐标，代入 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$ 即可证明结论．

【解答】解：(I) 由已知得 b=1，$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，解得 a=2，

所以椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$．

椭圆的右焦点为 $(\sqrt{3}，0)$，此时直线 l 的方程为 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$，

代入椭圆方程化简得 $7x^2-8\sqrt{3}x=0$．

解得 $x_1=0$，$x_2=\frac{8\sqrt{3}}{7}$，代入直线 l 的方程得 $y_1=1$，$y_2=-\frac{1}{7}$，

所以 D 点坐标为 $(\frac{8\sqrt{3}}{7}，-\frac{1}{7})$

故 $|CD|=\sqrt{(\frac{8\sqrt{3}}{7}-0)^2+(-\frac{1}{7}-1)^2}=\frac{16}{7}$；

(Ⅱ) 当直线 l 与 x 轴垂直时与题意不符，设直线 l 的方程为 $y=kx+1$ $(k\neq 0，k\neq\frac{1}{2})$

代入椭圆方程化简得 $(4k^2+1)x^2+8kx=0$，

解得 $x_1=0$，$x_2=\frac{-8k}{4k^2+1}$，代入直线 l 的方程得 $y_1=1$，$y_2=\frac{1-4k^2}{4k^2+1}$，

所以 D 点坐标为 $(\frac{-8k}{4k^2+1}，\frac{1-4k^2}{4k^2+1})$，

又直线 AC 的方程为 $\frac{x}{2}+y=1$，直线 BD 的方程为 $y=\frac{1+2k}{2-4k}(x+2)$，

联立解得 $\begin{cases}x=-4k\\y=2k+1\end{cases}$，

因此 Q 点坐标为 $(-4k，2k+1)$，

又 P 点坐标为 $(-\frac{1}{k}，0)$，

$\therefore\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=(-\frac{1}{k}，0)\bullet(-4k，2k+1)=4$，

故 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$ 为定值．

【点评】此题是个难题．本题考查了、直线与椭圆的位置关系及弦长公式，和有关定值定点问题，是一道综合性的试题，考查了学生综合运用知识解决问题的能力．其中问题(II) 考查了同学们观察、推理以及创造性地分析问题、解决问题的能力，

22．(14 分) (2011•四川) 已知函数 $f(x)=\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}$，$h(x)=\sqrt{x}$．

(Ⅰ) 设函数 $F(x)=18f(x)-x^2[h(x)]^2$，求 F(x) 的单调区间与极值；

(Ⅱ) 设 a∈R，解关于 x 的方程 $\lg[\frac{3}{2}f(x-1)-\frac{3}{4}]=2\lg h(a-x)-2\lg h(4-x)$；

(Ⅲ) 设 $n\in N^n$，证明：$f(n)h(n)-[h(1)+h(2)+\ldots+h(n)]\geq\frac{1}{6}$．

【考点】利用导数研究函数的极值；利用导数研究函数的单调性；其他不等式的解法．

【专题】计算题；证明题；压轴题；分类讨论．

【分析】(Ⅰ) 首先求出 F(x) 的解析式，求导，令导数大于 0 和小于 0，分别求出单调增区间和减区间，从而可求极值．

（Ⅱ）将方程转化为 $\lg(x-1)+2\lg\sqrt{4-x}=2\lg\sqrt{a-x}$，利用对数的运算法则，注意到真数大于 0，转化为等价的不等式，分离参数 a，求解即可．

（Ⅲ）由已知得 $h(1)+h(2)+\ldots+h(n)=\sqrt{1}+\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{n}$

故原不等式转化为 $f(n)h(n)-\frac{1}{6}=\frac{4n+3}{6}\sqrt{n}-\frac{1}{6}\geq\sqrt{1}+\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{n}$

注意到等式右侧为数列$\{b_n\}$：$b_n=\sqrt{n}$和的形式，将等式的左侧也看作一个数列的前 n 项和的形式，求出通项．问题转化为证明项＞项的问题．可用做差法直接求解．

【解答】解：（Ⅰ）$F(x)=18f(x)-x^2[h(x)]^2=-x^3+12x+9\ (x\geq 0)$

所以 $F'(x)=-3x^2+12=0$，$x=\pm 2$

且 $x\in(0,2)$ 时，$F'(x)>0$，当 $x\in(2,+\infty)$ 时，$F'(x)<0$

所以 $F(x)$ 在 $(0,2)$ 上单调递增，在 $(2,+\infty)$ 上单调递减．

故 $x=2$ 时，$F(x)$ 有极大值，且 $F(2)=-8+24+9=25$．

（Ⅱ）原方程变形为 $\lg(x-1)+2\lg\sqrt{4-x}=2\lg\sqrt{a-x}$，

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\4-x>0\\a-x>0\\(x-1)(4-x)=a-x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1<x<4\\x<a\\a=-(x-3)^2+5\end{cases},$$

①当 $1<a<4$ 时，原方程有一解 $x=3-\sqrt{5-a}$，

②当 $4<a<5$ 时，原方程有两解 $x=3\pm\sqrt{5-a}$，

③当 $a=5$ 时，原方程有一解 $x=3$，

④当 $a\leq 1$ 或 $a>5$ 时，原方程无解．

（Ⅲ）由已知得 $h(1)+h(2)+\ldots+h(n)=\sqrt{1}+\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{n}$，

$f(n)h(n)-\frac{1}{6}=\frac{4n+3}{6}\sqrt{n}-\frac{1}{6}$，

从而 $a_1=s_1=1$，

当 $k\geq 2$ 时，$a_n=s_n-s_{n-1}=\frac{4k+3}{6}\sqrt{k}-\frac{4k-1}{6}\sqrt{k-1}$，

又 $a_n-\sqrt{k}=\frac{1}{6}[(4k-3)\sqrt{k}-(4k-1)\sqrt{k-1}]$

$=\frac{1}{6}\frac{(4k-3)^2-(4k-1)^2(k-1)}{(4k-3)\sqrt{k}+(4k-1)\sqrt{k-1}}$

$=\frac{1}{6}\frac{1}{(4k-3)\sqrt{k}+(4k-1)\sqrt{k-1}}>0$

即对任意的 $k\geq 2$，有 $a_n>\sqrt{k}$，

又因为 $a_1=1=\sqrt{1}$，

所以 $a_1+a_2+\ldots+a_n\geq\sqrt{1}+\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{n}$，

则 $s_n\geq h(1)+h(2)+\ldots+h(n)$，故原不等式成立．

【点评】本题考查求函数的单调区间、极值、方程解的个数问题、不等式证明问题，综合性强，难度较大．