

2011 年浙江省高考数学试卷和答案（理科）

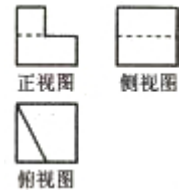
一、选择题（共 10 小题，每小题 5 分，满分 50 分）

1、(2011•浙江) 设函数 $f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$ ，若 $f(a) = 4$ ，则实数 $a =$ ()

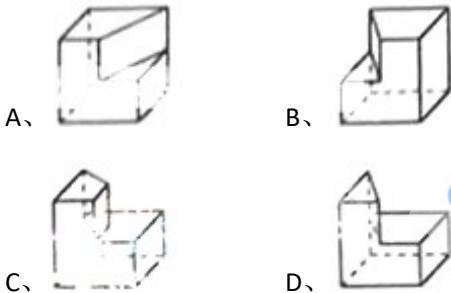
- A、-4 或 -2 B、-4 或 2
C、-2 或 4 D、-2 或 2

2、(2011•浙江) 把复数 z 的共轭复数记作 \bar{z} ， i 为虚数单位。若 $z = 1 + i$ ，则 $(1+z) \cdot \bar{z} =$ ()

- A、 $3 - i$ B、 $3 + i$
C、 $1 + 3i$ D、3



3、(2011•浙江) 若某几何体的三视图如图所示，则这个几何体的直观图可以是 ()



4、(2011•浙江) 下列命题中错误的是 ()

- A、如果平面 $\alpha \perp$ 平面 β ，那么平面 α 内一定存在直线平行于平面 β B、如果平面 α 不垂直于平面 β ，那么平面 α 内一定不存在直线垂直于平面 β
C、如果平面 $\alpha \perp$ 平面 γ ，平面 $\beta \perp$ 平面 γ ， $\alpha \cap \beta = l$ ，那么 $l \perp$ 平面 γ D、如果平面 $\alpha \perp$ 平面 β ，那么平面 α 内所有直线都垂直于平面 β

5、(2011•浙江) 设实数 x, y 满足不等式组
$$\begin{cases} x + 2y - 5 > 0 \\ 2x + y - 7 > 0 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$
，若 x, y 为整数，则 $3x + 4y$ 的最小值是 ()

- A、14 B、16
C、17 D、19

6、(2011•浙江) 若 $0 < a < \frac{\pi}{2}$ ， $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$ ， $\cos(\frac{\pi}{4} + a) = \frac{1}{3}$ ， $\cos(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，则 $\cos(\alpha + \frac{\beta}{2}) =$ ()

A、 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B、 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

C、 $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ D、 $-\frac{\sqrt{6}}{9}$

7、(2011•浙江) 若 a 、 b 为实数，则“ $0 < ab < 1$ ”是“ $a < \frac{1}{b}$ ”或“ $b > \frac{1}{a}$ ”的 ()

- A、充分而不必要条件 B、必要而不充分条件
C、充分必要条件 D、既不充分也不必要条件

8、(2011•浙江) 已知椭圆 $\frac{x^2}{k+8} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的离心率 $e = \frac{1}{2}$ ，则 k 的值为 ()

A、4 或 $\frac{5}{4}$ B、4

C、4 或 $-\frac{5}{4}$ D、 $-\frac{5}{4}$

9、(2011•浙江) 有 5 本不同的书，其中语文书 2 本，数学书 2 本，物理书 1 本。若将其随机地摆放到书架的同一层上，则同一科目的书都不相邻的概率是 ()

A、 $\frac{1}{5}$ B、 $\frac{2}{5}$

C、 $\frac{3}{5}$ D、 $\frac{4}{5}$

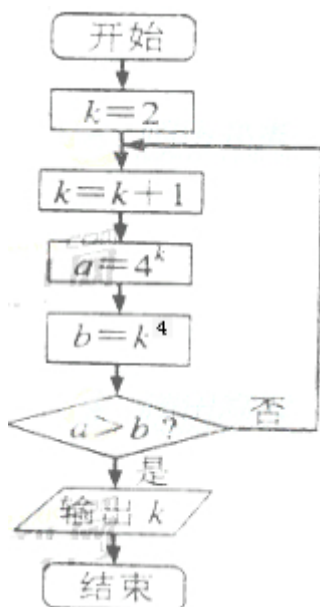
10、(2011•浙江) 设 a 、 b 、 c 为实数， $f(x) = (x+a)(x^2+bx+c)$ ， $g(x) = (ax+1)(cx^2+bx+1)$ 。记集合 $S = \{x | f(x) = 0, x \in \mathbb{R}\}$ ， $T = \{x | g(x) = 0, x \in \mathbb{R}\}$ 。若 $\{S\}$ 、 $\{T\}$ 分别为集合 S 、 T 的元素个数，则下列结论不可能的是 ()

- A、 $\{S\}=1$ 且 $\{T\}=0$ B、 $\{S\}=1$ 且 $\{T\}=1$
C、 $\{S\}=2$ 且 $\{T\}=2$ D、 $\{S\}=2$ 且 $\{T\}=3$

二、填空题 (共 7 小题，每小题 4 分，满分 28 分)

11、(2011•浙江) 若函数 $f(x) = x^2 - |x+a|$ 为偶函数，则实数 $a =$ _____。

12、(2011•浙江) 某程序框图如图所示，则该程序运行后输出的 k 的值是 _____。



13、(2011•浙江) 若二项式 $(x - \frac{a}{\sqrt{x}})^n$ ($a > 0$) 的展开式中 x 的系数为 A ，常数项为 B ，若 $B=4A$ ，则 a 的值是 _____.

14、(2011•浙江) 若平面向量 α, β 满足 $|\alpha|=1, |\beta|\leq 1$ ，且以向量 α, β 为邻边的平行四边形的面积为 $\frac{1}{2}$ ，则 α 和 β 的夹角 θ 的范围是 _____.

15、(2011•浙江) 某毕业生参加人才招聘会，分别向甲、乙、丙三个公司投递了个人简历，假定该毕业生得到甲公司面试的概率为 $\frac{2}{3}$ ，得到乙、丙公司面试的概率均为 p ，且三个公司是否让其面试是相互独立的。记 X 为该毕业生得到面试的公司个数。若 $P(X=0) = \frac{1}{12}$ ，则随机变量 X 的数学期望 $E(X) =$ _____.

16、(2011•浙江) 设 x, y 为实数，若 $4x^2+y^2+xy=1$ ，则 $2x+y$ 的最大值是 _____.

17、(2011•浙江) 一个椭圆的焦点将其准线间的距离三等分，则椭圆的离心率为 _____.

三、解答题 (共 5 小题，满分 72 分)

18、(2011•浙江) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C ，所对的边分别为 a, b, c 。已知 $\sin A + \sin C = p \sin B$ ($p \in \mathbb{R}$)。且 $ac = \frac{1}{4}b^2$ 。

(I) 当 $p = \frac{5}{4}, b=1$ 时，求 a, c 的值；

(II) 若角 B 为锐角，求 p 的取值范围。

19、(2011•浙江) 已知公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 a_1 为 a ($a \in \mathbb{R}$) 设数列的前 n 项和为 S_n ，且 $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_4}$ 成等比数列。

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及 S_n ；

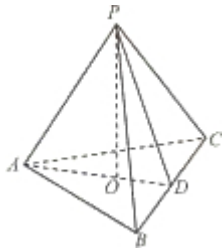
(II) 记 $A_n = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \dots + \frac{1}{S_n}$, $B_n = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{2^n - 1}$, 当 $a \geq 2$ 时, 试比较 A_n 与 B_n 的大小.

20、(2011•浙江) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB=AC$, D 为 BC 的中点, $PO \perp$ 平面 ABC , 垂足 O 落在线段 AD 上, 已知

$BC=8$, $PO=4$, $AO=3$, $OD=2$

(I) 证明: $AP \perp BC$;

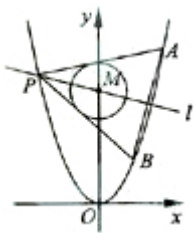
(II) 在线段 AP 上是否存在点 M , 使得二面角 $A-MC-\beta$ 为直二面角? 若存在, 求出 AM 的长; 若不存在, 请说明理由.



21、(2011•浙江) 已知抛物线 $C_1: x^2=y$, 圆 $C_2: x^2+(y-4)^2=1$ 的圆心为点 M

(I) 求点 M 到抛物线 C_1 的准线的距离;

(II) 已知点 P 是抛物线 C_1 上一点 (异于原点), 过点 P 作圆 C_2 的两条切线, 交抛物线 C_1 于 A, B 两点, 若过 M, P 两点的直线 l 垂直于 AB , 求直线 l 的方程.



22、(2011•浙江) 设函数 $f(x) = (x-a)^2 \ln x$, $a \in \mathbb{R}$

(I) 若 $x=e$ 为 $y=f(x)$ 的极值点, 求实数 a ;

(II) 求实数 a 的取值范围, 使得对任意的 $x \in (0, 3a]$, 恒有 $f(x) \leq 4e^2$ 成立.

注: e 为自然对数的底数.