2005年黑龙江高考文科数学真题及答案

本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分． 第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至10页．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

第Ⅰ卷

注意事项：

1．答第Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上．

2．每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号．不能答在试题卷上．

3．本卷共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

参考公式：

如果事件A、B互斥，那么

P(A+B)=P(A)+P(B)

如果事件A、B相互独立，那么

P(A・B)=P(A)・P(B)

如果事件A在一次试验中发生的概率是P，那么n次独立重复试验中恰好发生k次的概率 $P_n(k)=C_n^kP^k(1-P)^{n-k}$

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

其中R表示球的半径

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中R表示球的半径

一、选择题：

1．函数 $f(x)=|\sin x+\cos x|$ 的最小正周期是（　　）

A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi}{2}$　　C．π　　D．2π

2．正方体ABCD—$A_1B_1C_1D_1$中，P、Q、R分别是AB、AD、B_1C_1的中点．那么，正方体的过P、Q、R的截面图形是（　　）

A．三角形　　B．四边形　　C．五边形　　D．六边形

3．函数 $y=x^2-1(x\le 0)$ 的反函数是（　　）

A．$y=\sqrt{x+1}(x\ge -1)$　　B．$y=-\sqrt{x+1}(x\ge -1)$

C．$y=\sqrt{x+1}(x\ge 0)$　　D．$y=-\sqrt{x+1}(x\ge 0)$

4．已知函数 $y=\tan\omega x$在$(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ 内是减函数，则 （　　）

A．$0<\omega\leqslant 1$　　B．$-1\leqslant\omega<0$　　C．$\omega\geqslant 1$　　D．$\omega\leqslant -1$

5．抛物线 $x^2=4y$ 上一点 A 的纵坐标为 4，则点 A 与抛物线焦点的距离为 （　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

6．双曲线 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$ 的渐近线方程是 （　　）

A．$y=\pm\frac{2}{3}x$　　B．$y=\pm\frac{4}{9}x$　　C．$y=\pm\frac{3}{2}x$　　D．$y=\pm\frac{9}{4}x$

7．如果数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，则 （　　）

A．$a_1+a_8<a_4+a_5$　　B．$a_1+a_8=a_4+a_5$

C．$a_1+a_8>a_4+a_5$　　D．$a_1a_8=a_4a_5$

8．$(x-\sqrt{2}y)^{10}$ 的展开式中 x^6y^4 项的系数是 （　　）

A．840　　B．－840　　C．210　　D．－210

9．已知点 A（$\sqrt{3}$，1），B（0，0）C（$\sqrt{3}$，0）．设∠BAC 的平分线 AE 与 BC 相交于 E，那么有 $\overrightarrow{BC}=\lambda\overrightarrow{CE}$，其中 λ 等于 （　　）

A．2　　B．$\frac{1}{2}$　　C．－3　　D．$-\frac{1}{3}$

10．已知集合 $M=\{x|-4\leq x\leq 7|\},N=\{x|x^2-x-6>0\}$，则 $M\cap N$ 为 （　　）

A．$\{x|-4\leq x<-2或3<x\leq 7\}$　　B．$\{x|-4<x\leq -2或3\leq x<7\}$

C．$\{x|x\leq x-2或x>3\}$　　D．$\{x|x<x-2或x\geq 3\}$

11．点 P 在平面上作匀速直线运动，速度向量 $v=(4,-3)$ 即点 P 的运动方向与 v 相同，且每秒移动的距离为$|v|$个单位）．设开始时点 P 的坐标为（－10，10），则 5 秒后点 P 的坐标为 （　　）

A．（－2，4）　　B．（－30，25）　　C．（10，－5）　　D．（5，－10）

12．△ABC 的顶点 B 在平面 α 内，A、C 在 α 的同一侧，AB、BC 与 α 所成的角分别是 30°和 45°．若 AB=3，BC=$4\sqrt{2}$，AC=5，则 AC 与 α 所成的角为 （　　）

A．60°　　B．45°　　C．30°　　D．15°

注意事项：

1．用钢笔或圆珠笔直接答在试题卷中．

2．答卷前将密封线内的项目填写清楚．

3．本卷共 10 小题，共 90 分．

二、填空题：（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分. 把答案填在题中横线上.）

13．在$\dfrac{8}{3}$和$\dfrac{27}{2}$之间插入三个数，使这五个数成等比数列，则插入的三个数的乘积为_____．

14．圆心为（1，2）且与直线$5x-12y-7=0$相切的圆的方程为__________ ．

15．在由数字 0，1，2，3，4，5 所组成的没有重复数字的四位数中，不能被 5 整除的数共有___________个.

16．下面是关于三棱锥的四个命题：

①底面是等边三角形，侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥.

②底面是等边三角形，侧面都是等腰三角形的三棱锥是正三棱锥.

③底面是等边三角形，侧面的面积都相等的三棱锥是正三棱锥.

④侧棱与底面所成的角都相等，且侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥.

其中，真命题的编号是________________（写出所有真命题的编号）.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）

已知α为第二象限的角，$\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$,β为第一象限的角，$\cos\beta=\dfrac{5}{13}$,求$\tan(2\alpha-\beta)$的值.

18.（本小题满分 12 分）

甲、乙两队进行一场排球比赛，根据以往经验，单局比赛甲队胜乙队的概率为 0.6，本场比赛采用五局三胜制，即先胜三局的队获胜，比赛结束，设各局比赛相互间没有影响，求

（Ⅰ）前三局比赛甲队领先的概率；

（Ⅱ）本场比赛乙队以 3：2 取胜的概率.（精确到 0.001）

19.（本小题满分 12 分）

乙知$\{a_n\}$是各项为不同的正数的等差数列，$\lg a_1$、$\lg a_2$、$\lg a_4$成等差数列，又$b_n=\dfrac{1}{a_{2^n}}$，n=1，2，3….

（Ⅰ）证明$\{b_n\}$为等比数列；

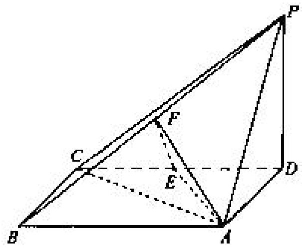
（Ⅱ）如果数列$\{b_n\}$前 3 项的和等于$\dfrac{7}{24}$，求数列$\{a_n\}$的首项a_1和公差d.

20.（本小题满分 12 分）

如图，四棱锥 P-ABCD 中，底面 ABCD 为矩形，PD⊥底面 ABCD，AD=PD，E、F 分别为 CD、PB 的中点.

（Ⅰ）求证：EF⊥平面 PAB；

（Ⅱ）设 AB=$\sqrt{2}$ BC，求 AC 与平面 AEF 所成的角的大小.



21.（本小题满分 12 分）

设 a 为实数，函数 $f(x)=x^3-x^2-x+a$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的极值；

（Ⅱ）当 a 在什么范围内取值时，曲线 $y=f(x)$与x 轴仅有一个交点.

22. P、Q、M、N 四点都在椭圆 $x^2+\frac{y^2}{2}=1$ 上，F 为椭圆在 y 轴正半轴上的焦点. 已知 $\overrightarrow{PF}$与$\overrightarrow{PQ}$ 共线，$\overrightarrow{MF}$与$\overrightarrow{FN}$ 共线，$\overrightarrow{PF}\cdot\overrightarrow{MF}=0$. 求四边形 PMQN 的面积的最小值和最大值.

参考答案

1-6: CDBBDC　7-12: BACACC.

13. 216;　14. $(x-1)^2+(y-2)^2=4$.　15. 192;　16. ①，④.

17. 本小题主要考查有关角的和、差、倍的三角函数的基本知识，以及分析能力和计算能力，满分 12 分

解：因为α 为第二象限的角，$\sin\alpha=\frac{3}{5}$，所以

$$\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\frac{4}{5},\quad \tan\alpha=-\frac{3}{4},\quad \tan 2\alpha=-\frac{24}{7}$$

$\because \beta$ 为第一象限的角，$\cos\beta=\frac{5}{13}$，$\therefore \sin\beta=\frac{12}{13},\tan\beta=\frac{12}{5}$

所以$\tan(2\alpha-\beta)=\dfrac{\tan 2\alpha-\tan\beta}{1+\tan 2\alpha\tan\beta}=\dfrac{-\dfrac{24}{7}-\dfrac{12}{5}}{1+(-\dfrac{24}{7})\times\dfrac{12}{5}}=\dfrac{204}{253}$.

18.本小题主要考查相互独立事件概率的计算，运用概率知识解决实际问题的能力。满分 12 分

解：单局比赛甲队胜乙队的概率为 0.6，乙队胜甲队的概率为 1－0.6＝0.4

（Ⅰ）记“甲队胜三局”为事件 A，“甲队胜二局”为事件 B，则

P（A）$=0.6^3=0.216$，P（B）$=C_3^2\times0.6^2\times0.4=0.432$

所以前三局比赛甲队领先的概率为 P（A）＋P（B）＝0.648

（Ⅱ）若本场比赛乙队 3：2 取胜，则前四局双方应以 2：2 战平，且第五局乙队胜，所以所求事件的概率为$C_5^2\times0.4^2\times0.6^2\times0.4=0.138$

19.本小题主要考查等差数列、等比数列的基本知识以及运用这些知识的能力。满分 12 分。

（Ⅰ）证明：$\because \lg a_1$、$\lg a_2$、$\lg a_4$成等差数列，$\therefore 2\lg a_2=\lg a_1+\lg a_4$，即$a_2{}^2=a_1a_4$

又设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，则$(a_1+d)^2=a_1(a_1+3d)$，即$d^2=a_1d$

$\because d\neq0,\therefore d=a_1\neq0$，$a_{2^n}=a_1+(2^n-1)d=2^nd$，$b_n=\dfrac{1}{a_{2^n}}=\dfrac{1}{d}\cdot\dfrac{1}{2^n}$

这时$\{b_n\}$是首项$b_1=\dfrac{1}{2d}$，公比为$\dfrac{1}{2}$的等比数列。

（Ⅱ）解：$\because b_1+b_2+b_3=\dfrac{1}{2d}(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4})=\dfrac{7}{24},\therefore d=3$，

$\therefore a_1=d=3$

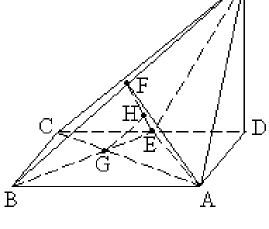
20.本小题主要考查直线与平面垂直、直线与平面所成角的有关知识、及思维能力和空间想象能力。满分 12 分。

证明：（Ⅰ）证明：连结 EP，$\because PD\perp$底面 ABCD，DE 在平面 ABCD 内，$\therefore PD\perp DE$。

又 CE ＝ ED ， PD ＝ AD ＝ BC ，

$\therefore Rt\Delta BCE\cong Rt\Delta PDE,\therefore PE=BE.$

$\because$F 为 PB 中点，$\therefore EF\perp PB.$由三垂线定理得$PA\perp AB$，$\therefore$在$Rt\Delta PAB$中，PF＝AF。



又 PE＝BE＝EA，

$\therefore Rt\Delta EFP \cong Rt\Delta EFA, \therefore EF \perp FA.$

∵PB、FA 为平面 PAB 内的相交直线，∴EF⊥平面 PAB。

（Ⅱ）解：不妨设 BC＝1，则 AD＝PD＝1，AB＝$\sqrt{2}$，PA＝$\sqrt{2}$，AC＝$\sqrt{3}$

∴ΔPAB 为等腰直角三角形，且 PB＝2，F 为其斜边中点，BF＝1，且 AF⊥PB。

∵PB 与平面 AEF 内两条相交直线 EF、AF 都垂直，∴PB⊥平面 AEF。

连结 BE 交 AC 于 G，作 GH∥BP 交 EF 于 H，则 GH⊥平面 AEF，∠GAH 为 AC 与平面 AEF 所成的角。

由ΔEGC∽ΔBGA 可知 EG＝$\frac{1}{2}GB, EG=\frac{1}{3}EB, AG=\frac{2}{3}AC=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

由ΔECH∽ΔEBF 可知 $GH=\frac{1}{3}BF=\frac{1}{3}$，

$\therefore \sin\angle GAH=\frac{GH}{AG}=\frac{\sqrt{3}}{6}.$

∴ AC 与平面 AEF 所成的角为 $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{6}$.

21．本小题主要考查导数的概念和计算，应用导数研究函数性质的方法及推理和运算能力。满分 12 分。

解：（I）$f'(x)=3x^2-2x-1$

若 $f'(x)=0$，则 $x=-\frac{1}{3}, 1.$

当 x 变化时，$f'(x), f(x)$ 的变化情况如下表：

x	$\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$	$-\frac{1}{3}$	$\left(-\frac{1}{3}, 1\right)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	＋	0	－	0	＋
$f(x)$	↑	极大值	↓	极小值	↑

所以 $f(x)$ 的极大值是 $f(-\frac{1}{3})=\frac{5}{27}+a$，极小值是 $f(1)=a-1$。

（II）函数 $f(x)=x^3-x^2-x+a=(x-1)^2(x+1)+a-1$，由此可知 x 取足够大的正数

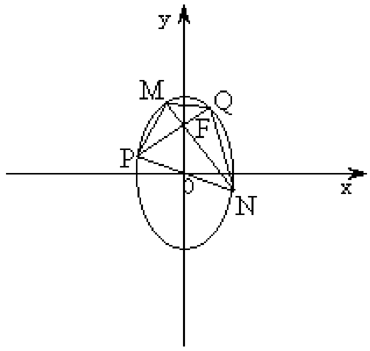
时，有 $f(x)>0$ ，x 取足够小的负数时，有 $f(x)<0$，所以曲线 $y=f(x)$ 与 x 轴至少有一个交点。结合 $f(x)$ 的单调性可知：

当 $f(x)$ 的极大值 $\frac{5}{27}+a<0$ ，即 $a\in\left(-\infty,-\frac{5}{27}\right)$ 时，它的极小值也小于 0，因此曲线 $y=f(x)$ 与 x 轴仅有一个交点，它在 $\left(1,+\infty\right)$ 上；当 $f(x)$ 的极小值 $a-1>0$，即 $a\in\left(1,+\infty\right)$ 时，它的极大值也大于 0，因此曲线 $y=f(x)$ 与 x 轴仅有一个交点，它在 $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$ 上。

所以当 $a\in\left(-\infty,-\frac{5}{27}\right)\cup\left(1,+\infty\right)$ 时，曲线 $y=f(x)$ 与 x 轴仅有一个交点。

22. 本小题主要考查椭圆和直线的方程与性质，两条直线垂直的条件，两点间的距离，不等式的性质等基本知识及综合分析能力。满分 14 分。

解：如图，由条件知 MN 和 PQ 是椭圆的两条弦，相交于焦点 F（0, 1），且 PQ⊥MN，直线 PQ、NM 中至少有一条存在斜率，不妨设 PQ 的斜率为 k 。



又 PQ 过点 F（0, 1），故 PQ 方程为 $y=kx+1$ ，将此式代入椭圆方程得

$$(2+k^2)x^2+2kx-1=0$$

设 P、Q 两点的坐标分别为 $\left(x_1,y_1\right)$ 、$\left(x_2,y_2\right)$，则

$$x_1=\frac{-k-\sqrt{2k^2+2}}{2+k^2},\quad x_2=\frac{-k+\sqrt{2k^2+2}}{2+k^2}$$

从而 $|PQ|^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=\frac{8(1+k^2)^2}{(2+k^2)^2}$ ，$\therefore |PQ|=\frac{2\sqrt{2}(1+k^2)}{2+k^2}$

（1）当 $k\neq 0$ 时，MN 的斜率为 $-\frac{1}{k}$ ，同上可推得 $|MN|=\dfrac{2\sqrt{2}(1+(-\frac{1}{k})^2)}{2+(-\frac{1}{k})^2}$

故四边形的面积$S=\frac{1}{2}|PQ|\cdot|MN|=\frac{4(1+k^2)(1+\frac{1}{k^2})}{(2+k^2)(2+\frac{1}{k^2})}=\frac{4(2+k^2+\frac{1}{k^2})}{5+2k^2+\frac{2}{k^2}}$

令$u=k^2+\frac{1}{k^2}$，得$S=\frac{4(2+u)}{5+2u}=2(1-\frac{1}{5+2u})$

因为$u=k^2+\frac{1}{k^2}\geq 2$，

当$k=\pm 1$时，$u=2,S=\frac{16}{9}$，且S是以u为自变量的增函数，

所以$\frac{16}{9}\leq S<2.$

（2）当$k=0$时，MN为椭圆长轴，$|MN|=2\sqrt{2},|PQ|=\sqrt{2}$，

$S=\frac{1}{2}|PQ|\cdot|MN|=2$

综合（1），（2）知，四边形PMQN面积的最大值为2，最小值为$\frac{16}{9}$.