2005年黑龙江高考理科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分． 第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至10页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

第Ⅰ卷

注意事项：

1．答第Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目涂写在答题卡上。

2．每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。不能答在试题卷上。

3．本卷共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

参考公式：

如果事件A、B互斥，那么	球的表面积公式
P(A+B)=P(A)+P(B)	$S=4\pi R^2$
如果事件A、B相互独立，那么	其中R表示球的半径
P(A•B)=P(A)•P(B)	
如果事件A在一次试验中发生的概率是	球的体积公式
P，那么n次独立重复试验中恰好发生k	$V=\frac{4}{3}\pi R^3$
次的概率$P_n(k)=C_n^kP^k(1-P)^{n-k}$	其中R表示球的半径

一、选择题：

1．函数$f(x)=|\sin x+\cos x|$的最小正周期是　　　（　　）

A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi}{2}$　　C．π　　D．2π

2．正方体ABCD—$A_1B_1C_1D_1$中，P、Q、R分别是AB、AD、B_1C_1的中点。那么，正方体的过P、Q、R的截面图形是　　　（　　）

A．三角形　　B．四边形　　C．五边形　　D．六边形

3．函数$y=\sqrt[3]{x^2-1}(x\le 0)$的反函数是　　　（　　）

A．$y=\sqrt{(x+1)^3}(x\ge -1)$　　B．$y=-\sqrt{(x+1)^3}(x\ge -1)$

C．$y=\sqrt{(x+1)^3}(x\ge 0)$　　D．$y=-\sqrt{(x+1)^3}(x\ge 0)$

4．已知函数 $y=\tan\omega x$在$(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ 内是减函数，则　　　　（　　）

A．$0<\omega\leqslant 1$　　　B．$-1\leqslant\omega<0$　　　C．$\omega\geqslant 1$　　　D．$\omega\leqslant -1$

5．设 a、b、c、d∈R，若 $\frac{a+bi}{c+di}$ 为实数，则　　　　（　　）

A．bc+ad≠0　　　B．bc－ad≠0　　　C．bc－ad=0　　　D．bc+ad=0

6．已知双曲线 $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$ 的焦点为 F_1、F_2，点 M 在双曲线上且 $MF_1\perp x$ 轴，则 F_1 到直线 F_2M 的距离为　　　　（　　）

A．$\frac{3\sqrt{6}}{5}$　　　B．$\frac{5\sqrt{6}}{6}$　　　C．$\frac{6}{5}$　　　D．$\frac{5}{6}$

7．锐角三角形的内角 A、B 满足 $\tan A-\frac{1}{\sin 2A}=\tan B$，则有　　　　（　　）

A．sin2A－cosB=0　　　B．sin2A+cosB=0

C．sin2A－sinB=0　　　D．sin2A+sinB=0

8．已知点 A（$\sqrt{3}$，1），B（0，0）C（$\sqrt{3}$，0）．设∠BAC 的平分线 AE 与 BC 相交于 E，

那么有 $\overrightarrow{BC}=\lambda\overrightarrow{CE}$,其中$\lambda$ 等于　　　　（　　）

A．2　　　B．$\frac{1}{2}$　　　C．－3　　　D．$-\frac{1}{3}$

9．已知集合 M={x|x^2－3x－28≤0}，N={x|x^2－x－6>0}，则 M∩N 为　　　　（　　）

A．{x|－4≤x<－2 或 3<x≤7}　　　B．{x|－4<x≤－2 或 3≤x<7}

C．{x|x≤－2 或 x>3}　　　D．{x|x<－2 或 x≥3}

10．点 P 在平面上作匀速直线运动，速度向量 v=（4，－3）（即点 P 的运动方向与 v 相同，且每秒移动的距离为|v|个单位.设开始时点 P 的坐标为（－10，10），则 5 秒后点 P 的坐标为　　　　（　　）

A．（－2，4）　　　B．（－30，25）　　　C．（10，－5）　　　D．（5，－10）

11．如果 a_1，a_2，…，a_8 为各项都大于零的等差数列，公差 d≠0，则　　　　（　　）

A．$a_1a_8>a_4a_5$　　　B．$a_1a_8<a_4a_5$　　　C．$a_1+a_8>a_4+a_5$　　　D．$a_1a_8=a_4a_5$

12．将半径都为 1 的 4 个铅球完全装人形状为正四面体的容品里，这个正四面体的高最小值为　　　　（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{6}}{3}$　　　B．$2+\frac{2\sqrt{6}}{3}$　　　C．$4+\frac{2\sqrt{6}}{3}$　　　D．$\frac{4\sqrt{3}+2\sqrt{6}}{3}$

第Ⅱ卷

注意事项：

1．用钢笔或圆珠笔直接答在试题卷中。

2．答卷前将密封线内的项目填写清楚。

3．本卷共 10 小题，共 90 分。

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分. 把答案填在题中横线上.

13．圆心为（1，2）且与直线 $5x-12y-7=0$ 相切的圆的方程为________________.

14．设α为第四象限的角，若$\frac{\sin 3\alpha}{\sin\alpha}=\frac{13}{5}$,则$\tan 2\alpha$ =____________ .

15．在由数字 0，1，2，3，4，5 所组成的没有重复数字的四位数中，不能被 5 整除的数共有____________个.

16．下面是关于三棱锥的四个命题：

①底面是等边三角形，侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥.

②底面是等边三角形，侧面都是等腰三角形的三棱锥是正三棱锥.

③底面是等边三角形，侧面的面积都相等的三棱锥是正三棱锥.

④侧棱与底面所成的角都相等，且侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥. 其中，真命题的编号是________________（写出所有真命题的编号）.

三、解答题：（本大题共 6 小题，共 74 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. ）

17．（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=2^{|x+1|-|x-1|}$,求使$f(x)\geq 2\sqrt{2}x$ 的取值范围.

18．（本小题满分 12 分）

已知$\{a_n\}$是各项均为正数的等差数列，$\lg a_1$、$\lg a_2$、$\lg a_4$成等差数列. 又

$b_n=\frac{1}{a_{2^n}},n=1,2,3,\cdots.$

（Ⅰ）证明$\{b_n\}$为等比数列；

（Ⅱ）如果无穷等比数列$\{b_n\}$各项的和$S=\frac{1}{3}$，求数列$\{a_n\}$的首项 a_1和公差 d.

（注：无穷数列各项的和即当$n\to\infty$时数列前 n 项和的极限）

19．（本小题满分 12 分）

甲、乙两队进行一场排球比赛. 根据以往经验，单局比赛甲队胜乙队的概率为 0.6. 本场比赛

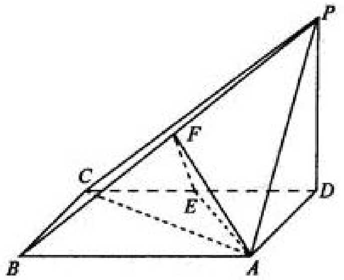
采用五局三胜制，即先胜三局的队获胜，比赛结束.设各局比赛相互间没有影响.令ξ为本场比赛的局数,求ξ的概率分布和数学期望.（精确到0.0001）

20.（本小题满分12分）

如图，四棱锥P—ABCD中，底面ABCD为矩形，PD⊥底面ABCD，AD=PD，E、F分别为CD、PB的中点.

（Ⅰ）求证：EF⊥平面PAB；

（Ⅱ）设AB=$\sqrt{2}$BC，求AC与平面AEF所成的角的大小.



21.（本小题满分14分）

P、Q、M、N四点都在椭圆$x^2+\frac{y^2}{2}=1$上，F为椭圆在y轴正半轴上的焦点.已知

$\overrightarrow{PF}$与$\overrightarrow{FQ}$共线,$\overrightarrow{MF}$与$\overrightarrow{FN}$线,且$\overrightarrow{PF}\cdot\overrightarrow{MF}=0$.求四边形PMQN的面积的最小值和最大值.

22.（本小题满分12分）

已知$a\geq 0$,函数$f(x)=(x^2-2ax)e^x$.

（Ⅰ）当x为何值时，$f(x)$取得最小值？证明你的结论；

（Ⅱ）设$f(x)$在[－1，1]上是单调函数，求a的取值范围.

参考答案

1-6：CDBBCC　7-12：ACACBC

13. $(x-1)^2+(y-2)^2=4$；　14. $-\frac{3}{4}$.　15. 192；　16. ①，④

17.本小题主要考查指数函数的性质、不等式性质和解法，考查分析问题的能力和计算能力，满分12分

解：由于$y=2^x$是增函数，$f(x)\geq 2\sqrt{2}$等价于$|x+1|-|x-1|\geq\frac{3}{2}$　　①

（1） 当$x\geq 1$时，$|x+1|-|x-1|=2$，$\therefore$①式恒成立。

（2） 当$-1<x<1$时，$|x+1|-|x-1|=2x$，①式化为$2x\geq\frac{3}{2}$，即$\frac{3}{4}\leq x<1$

（3） 当$x\leq -1$时，$|x+1|-|x-1|=-2$，①式无解

综上x的取值范围是$\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$

18.本小题主要考查等差数列、等比数列的基本知识以及运用这些知识的能力。满分 12 分。

（Ⅰ）证明：$\because \lg a_1$、$\lg a_2$、$\lg a_4$成等差数列，$\therefore 2\lg a_2=\lg a_1+\lg a_4$，即$a_2{}^2=a_1a_4$

又设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，则$(a_1+d)^2=a_1(a_1+3d)$，即$d^2=a_1d$

$\because d\neq 0,\therefore d=a_1\neq 0$，$a_{2^n}=a_1+(2^n-1)d=2^nd$，$b_n=\frac{1}{a_{2^n}}=\frac{1}{d}\cdot\frac{1}{2^n}$

这时$\{b_n\}$是首项$b_1=\frac{1}{2d}$，公比为$\frac{1}{2}$的等比数列。

（Ⅱ）解：如果无穷等比数列$\{b_n\}$的公比$q=1$，则当$n\to\infty$时其前n项和的极限不存在。

因而$d=a_1\neq 0$，这时公比$q=\frac{1}{2}$，$b_1=\frac{1}{2d}$，这样$\{b_n\}$的前n项和$S_n=\frac{\frac{1}{2d}[1-(\frac{1}{2})^n]}{1-\frac{1}{2}}.$

则$S=\lim\limits_{n\to\infty}S_n=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{2d}[1-(\frac{1}{2})^n]}{1-\frac{1}{2}}=\frac{1}{d}.$

由$S=\frac{1}{3}$得公差$d=3$，首项$a_1=d=3.$

19.本小题考查离散型随机变量分布和数学期望等概念，考查运用概率知识解决实际问题的能力。满分 12 分

解：单局比赛甲队胜乙队的概率为０.６，乙队胜甲队的概率为１－０.６＝０.４

比赛 3 局结束有两种情况：甲队胜 3 局或乙队胜 3 局，因而Ｐ（ξ＝3）＝$0.6^3+0.4^3=0.28$

比赛 4 局结束有两种情况：前 3 局中甲队胜 2 局，第 4 局甲队胜；或前 3 局中乙队胜 2 局，第 4 局乙队胜。因而

Ｐ（ξ＝4）＝$C_3^2\times 0.6^2\times 0.4\times 0.6+C_3^2\times 0.4^2\times 0.6\times 0.4=0.3744$

比赛 5 局结束有两种情况：前 4 局中甲队胜 2 局、乙队胜 2 局，第 5 局甲胜或乙胜。因而

P（ξ＝5）＝$C_4^2 \times 0.6^2 \times 0.4^2 \times 0.6 + C_4^2 \times 0.4^2 \times 0.6^2 \times 0.4 = 0.3456$

所以ξ的概率分布为

ξ	3	4	5
P	0.28	0.3744	0.3456

ξ的期望E_{ξ}＝3×P（ξ＝3）＋4×P（ξ＝4）＋5×P（ξ＝5）＝4.0656

20.本小题主要考查直线与平面垂直、直线与平面所成角的有关知识、及思维能力和空间想象能力。满分 12 分。

证明：（Ⅰ）证明：连结 EP， $\because PD \perp$底面 ABCD，DE 在平面 ABCD 内，$\therefore PD \perp DE$。

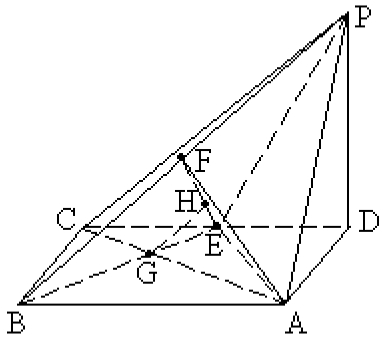
又 CE＝ED，PD＝AD＝BC，$\therefore Rt\Delta BCE \cong Rt\Delta PDE, \therefore PE = BE.$

∵F 为 PB 中点，∴$EF \perp PB.$由三垂线定理得$PA \perp AB$，∴在$Rt\Delta PAB$中，PF＝AF。

又 PE＝BE＝EA，

$\therefore Rt\Delta EFP \cong Rt\Delta EFA, \therefore EF \perp FA.$

∵PB、FA 为平面 PAB 内的相交直线，∴EF⊥平面 PAB。



（Ⅱ）解：不妨设 BC＝1，则 AD＝PD＝1，AB＝$\sqrt{2}$，

PA＝$\sqrt{2}$，AC＝$\sqrt{3}$

∴ΔPAB 为等腰直角三角形，且 PB＝2，F 为其斜边中点，BF＝1，且 AF⊥PB。

∵PB 与平面 AEF 内两条相交直线 EF、AF 都垂直，∴PB⊥平面 AEF。

连结 BE 交 AC 于 G，作 GH∥BP 交 EF 于 H，则 GH⊥平面 AEF，∠GAH 为 AC 与平面 AEF 所成的角。

由ΔEGC∽ΔBGA 可知 EG＝$\frac{1}{2}GB, EG = \frac{1}{3}EB, AG = \frac{2}{3}AC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$，

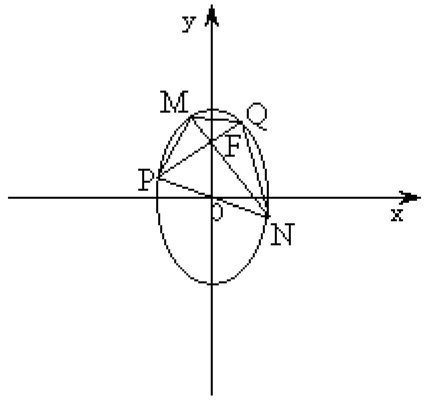
由ΔECH∽ΔEBF 可知$GH = \frac{1}{3}BF = \frac{1}{3}$，

$\therefore \sin\angle GAH = \frac{GH}{AG} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$

∴ AC 与平面 AEF 所成的角为$\arcsin\frac{\sqrt{3}}{6}.$

21.本小题主要考查椭圆和直线的方程与性质，两条直线垂直的条件，两点间的距离，不等式的性质等基本知识及综合分析能力。满分 14 分。

解: 如图，由条件知 MN 和 PQ 是椭圆的两条弦，相交于焦点 F（0,1），且 PQ⊥MN，直线 PQ、NM 中至少有一条存在斜率，不妨设 PQ 的斜率为 k。



又 PQ 过点 F（0,1），故 PQ 方程为 $y=kx+1$，将此式代入椭圆方程得

$$(2+k^2)x^2+2kx-1=0$$

设 P、Q 两点的坐标分别为 (x_1,y_1)、(x_2,y_2)，则

$$x_1=\frac{-k-\sqrt{2k^2+2}}{2+k^2}，\quad x_2=\frac{-k+\sqrt{2k^2+2}}{2+k^2}$$

从而 $|PQ|^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=\dfrac{8(1+k^2)^2}{(2+k^2)^2}$，$\therefore |PQ|=\dfrac{2\sqrt{2}(1+k^2)}{2+k^2}$

（1）当 $k\neq 0$ 时，MN 的斜率为 $-\dfrac{1}{k}$，同上可推得 $|MN|=\dfrac{2\sqrt{2}(1+(-\frac{1}{k})^2)}{2+(-\frac{1}{k})^2}$

故四边形的面积 $S=\dfrac{1}{2}|PQ|\cdot|MN|=\dfrac{4(1+k^2)(1+\frac{1}{k^2})}{(2+k^2)(2+\frac{1}{k^2})}=\dfrac{4(2+k^2+\frac{1}{k^2})}{5+2k^2+\frac{2}{k^2}}$

令 $u=k^2+\dfrac{1}{k^2}$，得 $S=\dfrac{4(2+u)}{5+2u}=2(1-\dfrac{1}{5+2u})$

因为 $u=k^2+\dfrac{1}{k^2}\geq 2$，

当 $k=\pm 1$ 时，$u=2, S=\dfrac{16}{9}$，且 S 是以 u 为自变量的增函数，

所以 $\dfrac{16}{9}\leq S<2.$

（2）当 $k=0$ 时，MN 为椭圆长轴，$|MN|=2\sqrt{2}, |PQ|=\sqrt{2}$，

$$S=\frac{1}{2}|PQ|\cdot|MN|=2$$

综合（1），（2）知，四边形 PMQN 面积的最大值为 2，最小值为 $\dfrac{16}{9}$.

22．本小题主要考查导数的概念和计算，应用导数研究函数性质的方法及推理和运算能力。满分 12 分。

解：（I）对函数 $f(x)$ 求导数，得 $f'(x)=(x^2-2ax)e^x+(2x-2a)e^x=[x^2+2(1-a)x-2a]e^x.$

已知 $a\geq 0$，函数 $f(x)=(x^2-2ax)e^x$.

（Ⅰ）当 x 为何值时，f(x)取得最小值？证明你的结论；

（Ⅱ）设 f(x)在[-1, 1]上是单调函数，求 a 的取值范围.

令 $f'(x)=0$，得 $[x^2+2(1-a)x-2a]e^x=0$，从而 $x^2+2(1-a)x-2a=0$，

解得 $x_1=a-1-\sqrt{1+a^2}$， $x_2=a-1+\sqrt{1+a^2}$ ，其中 $x_1<x_2$

当 x 变化时， $f'(x), f(x)$ 的变化情况如下表：

x	$(-\infty, x_1)$	x_1	(x_1, x_2)	x_2	$(x_2, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	－	0	+
$f(x)$	↗	极大值	↘	极小值	↗

当 $f(x)$ 在 $x=x_1$ 处取到极大值，在 $x=x_2$ 处取到极小值。

当 $a\geq 0$ 时， $x_1<-1$， $x_2\geq 0$， $f(x)$ 在 (x_1, x_2) 上为减函数，在 $(x_2, +\infty)$ 上为增函数，

而当 $x<0$ 时， $f(x)=x(x-2a)e^x>0$；当 $x=0$ 时， $f(x)=0.$

所以当 $x=a-1+\sqrt{1+a^2}$ 时， $f(x)$ 取得最小值。

（II）当 $a\geq 0$ 时， $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上为单调函数的充要条件是 $x_2\geq 1$，

即 $a-1+\sqrt{1+a^2}\geq 1$，解得 $a\geq \dfrac{3}{4}$。

综上， $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上为单调函数的充要条件 $a\geq \dfrac{3}{4}$。

即 a 的取值范围是 $\left[\dfrac{3}{4}, +\infty\right)$。