

2009年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷）

数学（文史类）

一、选择题：

(1) 设集合 $S = \{x \mid |x| < 5\}$, $T = \{x \mid (x+7)(x-3) < 0\}$, 则 $S \cap T =$

- (A) $\{x \mid -7 < x < -5\}$ (B) $\{x \mid 3 < x < 5\}$
(C) $\{x \mid -5 < x < 3\}$ (D) $\{x \mid -7 < x < 5\}$

(2) 函数 $y = 2^{x+1}$ ($x \in \mathbb{R}$) 的反函数是

- (A) $y = 1 + \log_2 x$ ($x > 0$) (B) $\log_2(x-1)$ ($x > 1$)
(C) $y = -1 + \log_2 x$ ($x > 0$) (D) $\log_2(x+1)$ ($x > -1$)

(3) 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差非零，首项 $a_1 = 1$, a_2 是 a_1 和 a_5 等比中项，则数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项之和是

- (A) 90 (B) 100 (C) 145 (D) 190

(4) 已知函数 $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{2})$ ($x \in \mathbb{R}$), 下面结论错误的是

- (A) 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 2π
(B) 函数 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上是增函数
(C) 函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x = 0$ 对称
(D) 函数 $f(x)$ 是奇函数

(5) 设矩形的长为 a , 宽为 b , 其比满足 $b:a = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$, 这种矩形给人美感, 称为黄金矩形。黄金矩形常应用于工艺品设计中。下面是某工艺品厂随机抽取两个批次的初

加工矩形宽度与长度的比值样本：

甲批次：0.598 0.625 0.628 0.595 0.639

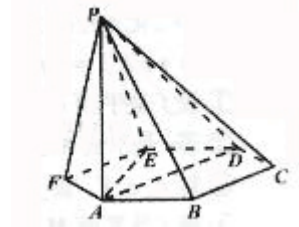
乙批次：0.618 0.613 0.592 0.622 0.620

根据上述两个样本来估计两个批次的总体平均数，与标准值 0.618 比较，正确结论是

- (A) 甲批次的总体平均数与标准值更接近。

- (B) 乙批次的总体平均数与标准值更接近.
 (C) 两个批次总体平均数与标准值接近程度相同
 (D) 两个批次总体平均数与标准值接近程度不能确定
 (6) 如图, 已知六棱锥P-

ABCDEF的底面是正六边形, $PA \perp$ 平面ABC, $PA=2AB$, 则下列结论正确的是



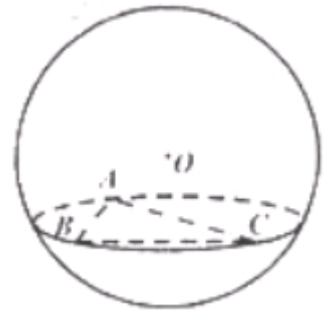
- (A) $PB \perp AD$
 (B) 平面PAB \perp 平面PBC
 (C) 直线BC // 平面PAE.
 (D) 直线PD与平面ABC所成的角为 45°
 (7) 已知a, b, c, d为实数, 且 $c > d$, 则“ $a > b$ ”是“ $a - c > b - d$ ”的
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(8) 已知双曲线 $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 其一条渐进线方程为

$y = x$, 点 $p(\sqrt{3}, y_0)$ 在该双曲线上, 则 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} =$

- A -12 B -2 C 0 D 4

(9)



如图, 在半径为3的球面上有A.B.C三点, $\angle ABC = 90^\circ$, $BA=BC$, 球心O到平面A

BC的距离是 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$, 则B.C两点的球面距离是

- A $\frac{\pi}{3}$ B π C $\frac{4}{3}\pi$ D 2π

(10)

某企业生产甲、乙两种产品。已知生产每吨甲产品要用A原料3吨、B原料2吨; 生产每吨乙产品要用A原料1吨、B原料3吨。销售每吨甲产品可获得利润5万元、每吨

乙产品可获得利润3万元。该企业在一个生产周期内消耗A原料不超过13吨，B原料不超过18吨，那么该企业可获得最大利润是。

- A 12万 B 20万 C 25万 D 27万

(11)

2位男生和3位女生共5位同学站成一排，若男生甲不站两端，3为女生中有且只有两位女生相邻，则不同排法的种数是

- A 60 B 48 C 42 D 36

(12) 已知函数 $f(x)$ 是定义在实数集 \mathbb{R} 上的不恒为零的偶函数，且对任意实数 x 都有

$$xf(x+1) = (1+x)f(x), \text{ 则 } f\left(\frac{5}{2}\right) \text{ 的值是}$$

- A 0 B $\frac{1}{2}$ C 1 D $\frac{5}{2}$

第II卷

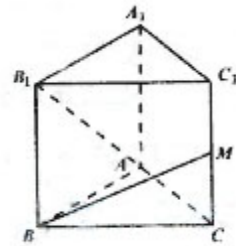
本卷共10小题，共90分。

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。把答案填在题中横线上。

(13) 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点到准线的距离是_____。

(14) $(2x - \frac{1}{2x})^6$ 的展开式的常数项是_____。(用数字作答)

(15) 如图，已知正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的各条棱长都相等，M是侧棱 CC_1 的中点，侧异面直线 AB_1 和 BM 所成的角的大小是_____。



(16) 设 V 是已知平面 M 上所有向量的集合，对于映射 $f: V \rightarrow V, a \in V$, 记 a 的象为 $f(a)$. 若映射 $f: V \rightarrow V$ 满足：对所有 $a, b \in V$ 及任意实数 λ, μ 都有

$f(\lambda a + \mu b) = \lambda f(a) + \mu f(b)$, 则 f 称为平面 M 上的线性变换，现有下列命题：

- ① 设 f 是平面 M 上的线性变换， $a, b \in V$, 则 $f(a+b) = f(a) + f(b)$;
- ② 若 e 是平面 M 上的单位向量，对 $a \in V$, 设 $f(a) = a + e$, 则 f 是平面 M 上的线性变换；
- ③ 对 $a \in V$, 设 $f(a) = -a$, 则 f 是平面 M 上的线性变换；
- ④ 设 f 是平面 M 上的线性变换， $a \in V$, 则对任意实数 k 均有 $f(ka) = kf(a)$.

其中的真命题是____. (写出所有真命题的编号).

三、解答题：本大题共6小题，共74分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

(17) (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中，A、B为锐角，角A、B、C所对的边分别为a、b、c，且

$$\sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}, \sin B = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

(I) 求A+B的值；

(II) 若 $a - b = \sqrt{2} - 1$ ，求a、b、c得值.

(18) (本小题满分12分)

为振兴旅游业，四川省2009年面向国内发行总量为2000万张的熊猫优惠卡，向省外人士发行的是熊猫金卡（简称金卡），向省内人士发行的是熊猫银卡（简称银卡），某旅游公司

组织了一个有36名游客的旅游团到四川名胜旅游，其中 $\frac{3}{4}$ 是省外游客，其余是省内游客，

在省外游客中有 $\frac{1}{3}$ 持金卡，在省内游客中有 $\frac{2}{3}$ 持银卡.

(I) 在该团中随即采访2名游客，求恰有1人持银卡的概率；

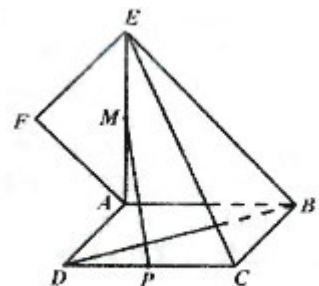
(II) 在该团中随机采访2名游客，求其中持金卡与持银卡人数相当的概率.

(19) (本小题满分12分) 如图，正方形ABCD所在平面与平面四边形ABEF所在平面互相垂直， $\triangle ABE$ 是等腰直角三角形， $AB=AE, FA=FE, \angle AEF=45^\circ$.

(I) 求证：EF \perp 平面BCE；

(II) 设线段CD、AE的中点分别为P、M，求证：PM \parallel 平面BCE；

(III) 求二面角F-BD-A的大小.



(20) (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = x^3 + 2bx^2 + cx - 2$ 的图象在与x轴交点处的切线方程是 $y = 5x - 10$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(II) 设函数 $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}mx$, 若 $g(x)$ 的极值存在, 求实数 m 的取值范围以及函数 $g(x)$ 取得极值时对应的自变量 x 的值.

(21) (本小题满分12分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 右准线方程为 $x = 2$.

(I) 求椭圆的标准方程;

(II) 过点 F_1 的直线 l 与该椭圆相交于 M, N 两点, 且 $|\overrightarrow{F_2M} + \overrightarrow{F_2N}| = \frac{2\sqrt{26}}{3}$, 求直线 l 的方程式.

(22) (本小题满分14分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 s_n , 对任意的正整数 n , 都有 $a_n = 5s_n + 1$ 成立, 记

$$b_n = \frac{4 + a_n}{1 - a_n} (n \in N^+).$$

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 与数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 R_n , 是否存在正整数 k , 使得 $R_k \geq 4k$ 成立? 若存在, 找出一个正整数 k ; 若不存在, 请说明理由;

(III) 记 $c_n = b_{2^n} - b_{2^{n-1}}$ ($n \in N^+$), 设数列 $|c_n|$ 的前 n 项和为 T_n , 求证: 对任意正整数 n , 都有 $T_n < \frac{3}{2}$.