

## 2010年全国统一高考数学试卷（理科）（大纲版 I）

### 一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. (5分) 复数  $\frac{3+2i}{2-3i} = ( \quad )$

- A.  $i$                       B.  $-i$                       C.  $12 - 13i$                       D.  $12+13i$

2. (5分) 记  $\cos(-80^\circ) = k$ , 那么  $\tan 100^\circ = ( \quad )$

- A.  $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$                       B.  $-\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$                       C.  $\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$                       D.  $-\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$

3. (5分) 若变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} y \leq 1 \\ x+y \geq 0 \\ x-y-2 \leq 0 \end{cases}$ , 则  $z=x-2y$  的最大值为 ( )

)

- A. 4                      B. 3                      C. 2                      D. 1

4. (5分) 已知各项均为正数的等比数列  $\{a_n\}$ ,  $a_1 a_2 a_3 = 5$ ,  $a_7 a_8 a_9 = 10$ , 则  $a_4 a_5 a_6 = ( \quad )$

- A.  $5\sqrt{2}$                       B. 7                      C. 6                      D.  $4\sqrt{2}$

5. (5分)  $(1+2\sqrt{x})^3 (1-\sqrt[3]{x})^5$  的展开式中  $x$  的系数是 ( )

- A. -4                      B. -2                      C. 2                      D. 4

6. (5分) 某校开设A类选修课3门, B类选择课4门, 一位同学从中共选3门, 若要求两类课程中各至少选一门, 则不同的选法共有 ( )

- A. 30种                      B. 35种                      C. 42种                      D. 48种

7. (5分) 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $BB_1$  与平面  $ACD_1$  所成角的余弦值为 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

8. (5分) 设  $a = \log_3 2$ ,  $b = \ln 2$ ,  $c = 5^{-\frac{1}{2}}$ , 则 ( )

- A.  $a < b < c$                       B.  $b < c < a$                       C.  $c < a < b$                       D.  $c < b < a$

9. (5分) 已知  $F_1, F_2$  为双曲线  $C: x^2 - y^2 = 1$  的左、右焦点, 点  $P$  在  $C$  上,  $\angle F_1 P F_2 = 60^\circ$ , 则  $P$  到  $x$  轴的距离为 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$                       C.  $\sqrt{3}$                       D.  $\sqrt{6}$

10. (5分) 已知函数  $f(x) = |\lg x|$ , 若  $0 < a < b$ , 且  $f(a) = f(b)$ , 则  $a+2b$  的取值范围是 ( )
- A.  $(2\sqrt{2}, +\infty)$     B.  $[2\sqrt{2}, +\infty)$     C.  $(3, +\infty)$     D.  $[3, +\infty)$
11. (5分) 已知圆  $O$  的半径为 1,  $PA$ 、 $PB$  为该圆的两条切线,  $A$ 、 $B$  为两切点, 那么  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$  的最小值为 ( )
- A.  $-4+\sqrt{2}$     B.  $-3+\sqrt{2}$     C.  $-4+2\sqrt{2}$     D.  $-3+2\sqrt{2}$
12. (5分) 已知在半径为 2 的球面上有  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四点, 若  $AB=CD=2$ , 则四面体  $ABCD$  的体积的最大值为 ( )
- A.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$     B.  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$     C.  $2\sqrt{3}$     D.  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

二、填空题 (共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分)

13. (5分) 不等式  $\sqrt{2x^2+1}-x \leq 1$  的解集是\_\_\_\_\_.
14. (5分) 已知  $\alpha$  为第三象限的角,  $\cos 2\alpha = -\frac{3}{5}$ , 则  $\tan(\frac{\pi}{4}+2\alpha) =$ \_\_\_\_\_.
15. (5分) 直线  $y=1$  与曲线  $y=x^2 - |x|+a$  有四个交点, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
16. (5分) 已知  $F$  是椭圆  $C$  的一个焦点,  $B$  是短轴的一个端点, 线段  $BF$  的延长线交  $C$  于点  $D$ , 且  $\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{FD}$ , 则  $C$  的离心率为\_\_\_\_\_.

三、解答题 (共 6 小题, 满分 70 分)

17. (10分) 已知  $\triangle ABC$  的内角  $A$ ,  $B$  及其对边  $a$ ,  $b$  满足  $a+b = a\cot A + b\cot B$ , 求内角  $C$ .

18. (12分) 投到某杂志的稿件, 先由两位初审专家进行评审. 若能通过两位初审专家的评审, 则予以录用; 若两位初审专家都未予通过, 则不予录用; 若恰能通过一位初审专家的评审, 则再由第三位专家进行复审, 若能通过复审专家的评审, 则予以录用, 否则不予录用. 设稿件能通过各初审专家评审的概率均为0.5, 复审的稿件能通过评审的概率为0.3. 各专家独立评审.

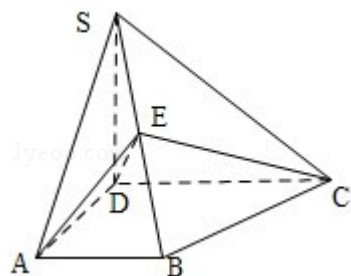
(I) 求投到该杂志的1篇稿件被录用的概率;

(II) 求投到该杂志的4篇稿件中, 至少有2篇被录用的概率.

19. (12分) 如图, 四棱锥S - ABCD中,  $SD \perp$  底面ABCD,  $AB \parallel DC$ ,  $AD \perp DC$ ,  $AB = AD = 1$ ,  $DC = SD = 2$ , E为棱SB上的一点, 平面EDC  $\perp$  平面SBC.

(I) 证明:  $SE = 2EB$ ;

(II) 求二面角A - DE - C的大小.



20. (12分) 已知函数  $f(x) = (x+1) \ln x - x+1$ .

(I) 若  $xf'(x) \leq x^2 + ax + 1$ , 求a的取值范围;

(II) 证明:  $(x-1)f(x) \geq 0$ .

21. (12分) 已知抛物线C:  $y^2=4x$ 的焦点为F, 过点K(-1, 0)的直线l与C相交于A、B两点, 点A关于x轴的对称点为D.

(I) 证明: 点F在直线BD上;

(II) 设 $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FB} = \frac{8}{9}$ , 求 $\triangle BDK$ 的内切圆M的方程.

22. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 中,  $a_1=1$ ,  $a_{n+1}=c - \frac{1}{a_n}$ .

(I) 设 $c=\frac{5}{2}$ ,  $b_n=\frac{1}{a_n-2}$ , 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 求使不等式 $a_n < a_{n+1} < 3$ 成立的c的取值范围.