

2018年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

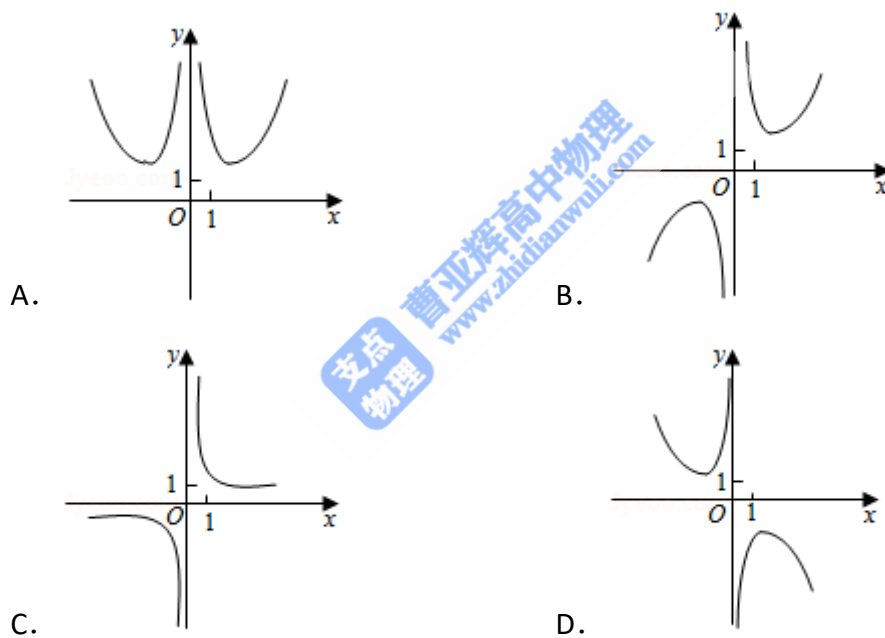
1. (5分) $\frac{1+2i}{1-2i} = (\quad)$

- A. $-\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$ B. $-\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ C. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ D. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

2. (5分) 已知集合 $A = \{ (x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 3, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z} \}$, 则A中元素的个数为 ()

- A. 9 B. 8 C. 5 D. 4

3. (5分) 函数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x^2}$ 的图象大致为 ()



4. (5分) 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = 1, \vec{a} \cdot \vec{b} = -1$, 则 $\vec{a} \cdot (2\vec{a} - \vec{b}) = (\quad)$

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 0

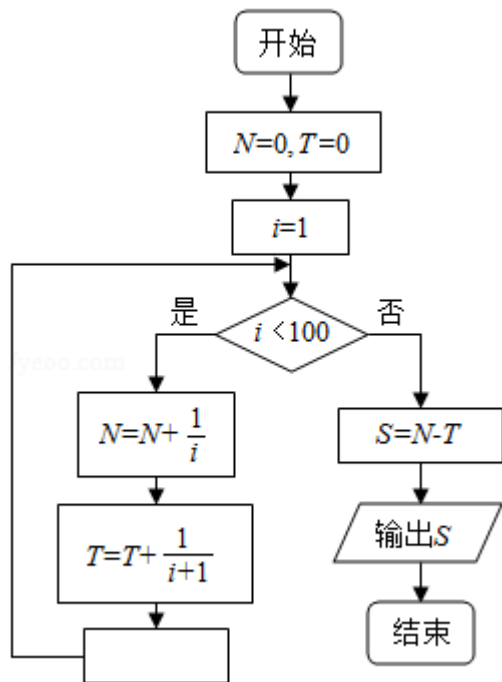
5. (5分) 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\sqrt{3}$, 则其渐近线方程为 ()

- A. $y = \pm\sqrt{2}x$ B. $y = \pm\sqrt{3}x$ C. $y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$ D. $y = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$

6. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos \frac{C}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $BC = 1, AC = 5$, 则 $AB = (\quad)$

- A. $4\sqrt{2}$ B. $\sqrt{30}$ C. $\sqrt{29}$ D. $2\sqrt{5}$

7. (5分) 为计算 $S=1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$, 设计了如图的程序框图, 则在空白框中应填入 ()



- A. $i=i+1$ B. $i=i+2$ C. $i=i+3$ D. $i=i+4$

8. (5分) 我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果. 哥德巴赫猜想是“每个大于2的偶数可以表示为两个素数的和”, 如 $30=7+23$. 在不大于30的素数中, 随机选取两个不同的数, 其和等于30的概率是 ()

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{14}$ C. $\frac{1}{15}$ D. $\frac{1}{18}$

9. (5分) 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC=1$, $AA_1=\sqrt{3}$, 则异面直线 AD_1 与 DB_1 所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. (5分) 若 $f(x) = \cos x - \sin x$ 在 $[-a, a]$ 是减函数, 则 a 的最大值是 ()

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. π

11. (5分) 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数, 满足 $f(1-x) = f(1+x)$, 若 $f(1) = 2$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(50) = ()$

- A. - 50 B. 0 C. 2 D. 50

12. (5分) 已知 F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点, A 是 C 的左顶点, 点 P 在过 A 且斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$ 的直线上, $\triangle PF_1F_2$ 为等腰三角形, $\angle F_1F_2P = 120^\circ$, 则 C 的离心率为 ()
- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

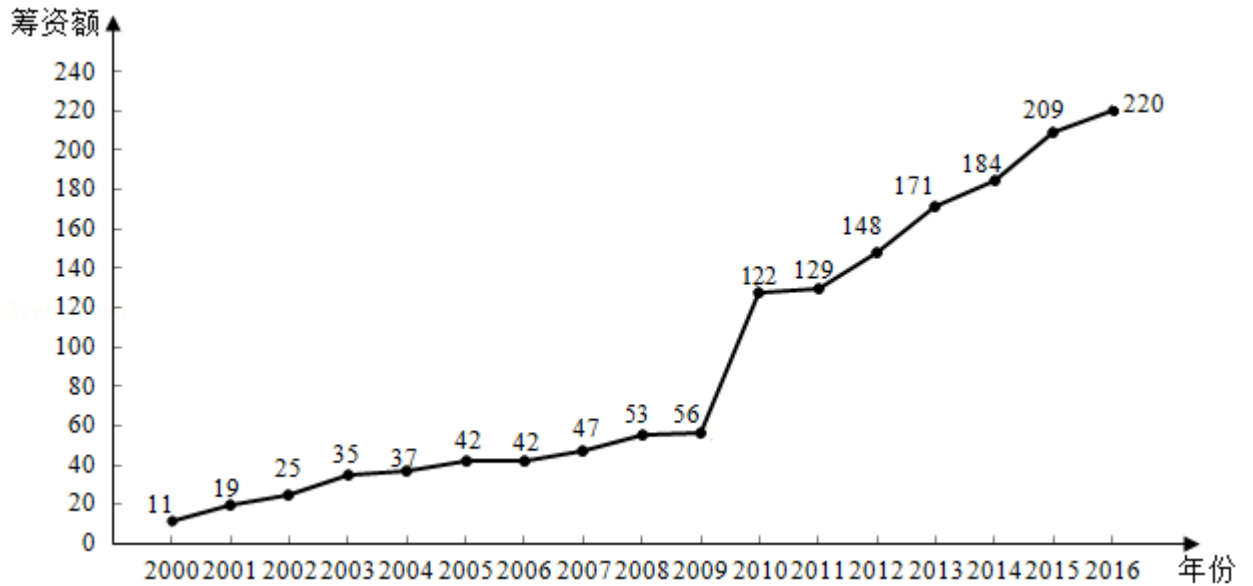
二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。

13. (5分) 曲线 $y = 2\ln(x+1)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为_____.
14. (5分) 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y-5 \geq 0 \\ x-2y+3 \geq 0 \\ x-5 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z=x+y$ 的最大值为_____.
15. (5分) 已知 $\sin\alpha + \cos\beta = 1, \cos\alpha + \sin\beta = 0$, 则 $\sin(\alpha + \beta) =$ _____.
16. (5分) 已知圆锥的顶点为 S , 母线 SA, SB 所成角的余弦值为 $\frac{7}{8}$, SA 与圆锥底面所成角为 45° , 若 $\triangle SAB$ 的面积为 $5\sqrt{15}$, 则该圆锥的侧面积为_____.

三、解答题: 共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题, 考生根要求作答。(一)必考题: 共60分。

17. (12分) 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_1 = -7, S_3 = -15$.
- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 求 S_n , 并求 S_n 的最小值.

18. (12分) 如图是某地区2000年至2016年环境基础设施投资额 y (单位: 亿元) 的折线图.



为了预测该地区2018年的环境基础设施投资额, 建立了 y 与时间变量 t 的两个线性回归模型. 根据2000年至2016年的数据 (时间变量 t 的值依次为1, 2, ..., 17) 建立模型①: $\hat{y} = -30.4 + 13.5t$; 根据2010年至2016年的数据 (时间变量 t 的值依次为1, 2, ..., 7) 建立模型②: $\hat{y} = 99 + 17.5t$.

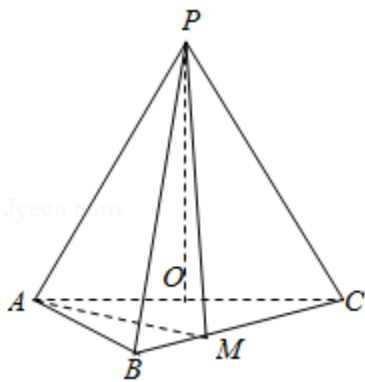
- (1) 分别利用这两个模型, 求该地区2018年的环境基础设施投资额的预测值;
- (2) 你认为用哪个模型得到的预测值更可靠? 并说明理由.

19. (12分) 设抛物线C: $y^2=4x$ 的焦点为F, 过F且斜率为k ($k>0$) 的直线l与C交于A, B两点, $|AB|=8$.

- (1) 求l的方程;
- (2) 求过点A, B且与C的准线相切的圆的方程.

20. (12分) 如图, 在三棱锥P - ABC中, $AB=BC=2\sqrt{2}$, $PA=PB=PC=AC=4$, O为AC的中点.

- (1) 证明: $PO \perp$ 平面ABC;
- (2) 若点M在棱BC上, 且二面角M - PA - C为 30° , 求PC与平面PAM所成角的正弦值.



21. (12分) 已知函数 $f(x) = e^x - ax^2$.

- (1) 若 $a=1$, 证明: 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \geq 1$;
- (2) 若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 只有一个零点, 求a.

(二) 选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。[选修4-4：坐标系与参数方程]

22. (10分) 在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos\theta \\ y=4\sin\theta \end{cases}$ ，(θ 为参数)，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=1+t\cos\alpha \\ y=2+t\sin\alpha \end{cases}$ ，(t 为参数)。

(1) 求 C 和 l 的直角坐标方程；

(2) 若曲线 C 截直线 l 所得线段的中点坐标为 $(1, 2)$ ，求 l 的斜率。

[选修4-5：不等式选讲]

23. 设函数 $f(x) = 5 - |x+a| - |x-2|$ 。

(1) 当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x) \geq 0$ 的解集；

(2) 若 $f(x) \leq 1$ ，求 a 的取值范围。