2016年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅲ）

参考答案与试题解析

一、选择题:本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．（5分）设集合S={x|（x﹣2）（x﹣3）≥0}，T={x|x＞0}，则S∩T=（　　）

A．[2，3]　　B．（﹣∞，2]∪[3，+∞）　　C．[3，+∞）　　D．（0，2]∪[3，+∞）

【考点】1E：交集及其运算.

【专题】37：集合思想；4O：定义法；5J：集合.

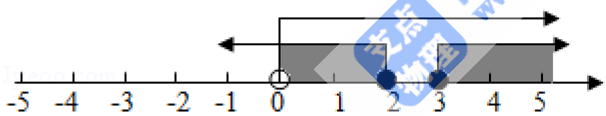
【分析】求出S中不等式的解集确定出S，找出S与T的交集即可.

【解答】解：由S中不等式解得：x≤2或x≥3，即S=（﹣∞，2]∪[3，+∞），

∵T=（0，+∞），

∴S∩T=（0，2]∪[3，+∞），

故选：D.



【点评】此题考查了交集及其运算，熟练掌握交集的定义是解本题的关键.

2．（5分）若z=1+2i，则$\frac{4i}{z\cdot\overline{z}-1}$=（　　）

A．1　　B．﹣1　　C．i　　D．﹣i

【考点】A5：复数的运算.

【专题】11：计算题；29：规律型；35：转化思想；5N：数系的扩充和复数.

【分析】利用复数的乘法运算法则，化简求解即可.

【解答】解：z=1+2i，则$\frac{4i}{z\overline{z}-1}=\frac{4i}{(1+2i)(1-2i)-1}=\frac{4i}{5-1}$=i.

故选：C.

【点评】本题考查复数的代数形式混合运算，考查计算能力．

3．（5分）已知向量$\overrightarrow{BA}$=（$\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），$\overrightarrow{BC}$=（$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{1}{2}$），则∠ABC=（　　）

A．30°　　　　B．45°　　　　C．60°　　　　D．120°

【考点】9S：数量积表示两个向量的夹角．

【专题】11：计算题；41：向量法；49：综合法；5A：平面向量及应用．

【分析】根据向量$\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{BC}$的坐标便可求出$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$，及$|\overrightarrow{BA}|$，$|\overrightarrow{BC}|$的值，从而根据向量夹角余弦公式即可求出cos∠ABC的值，根据∠ABC的范围便可得出∠ABC的值．

【解答】解：$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$|\overrightarrow{BA}|=|\overrightarrow{BC}|=1$；

$\therefore\cos\angle ABC=\frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|}=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

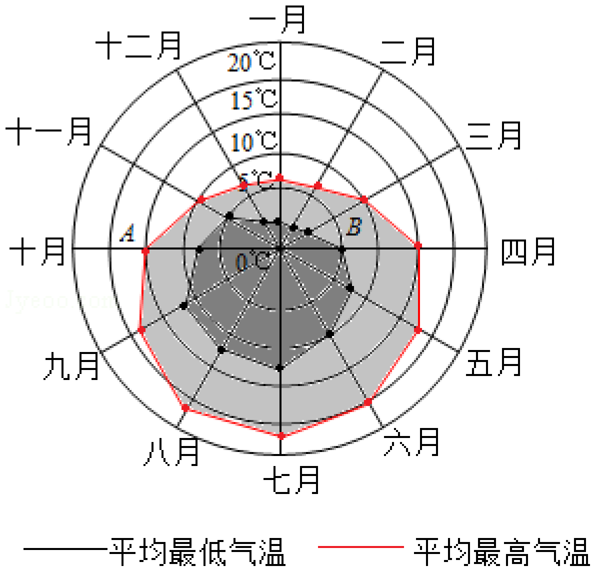
又0°≤∠ABC≤180°；

∴∠ABC=30°．

故选：A．

【点评】考查向量数量积的坐标运算，根据向量坐标求向量长度的方法，以及向量夹角的余弦公式，向量夹角的范围，已知三角函数值求角．

4．（5分）某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况，绘制了一年中各月平均最高气温和平均最低气温的雷达图，图中A点表示十月的平均最高气温约为15℃，B点表示四月的平均最低气温约为5℃，下面叙述不正确的是（　　）



A．各月的平均最低气温都在0℃以上

B．七月的平均温差比一月的平均温差大

C．三月和十一月的平均最高气温基本相同

D．平均最高气温高于20℃的月份有5个

【考点】F4：进行简单的合情推理．

【专题】31：数形结合；4A：数学模型法；5M：推理和证明．

【分析】根据平均最高气温和平均最低气温的雷达图进行推理判断即可．

【解答】解：A．由雷达图知各月的平均最低气温都在0℃以上，正确

B．七月的平均温差大约在10°左右，一月的平均温差在5°左右，故七月的平均温差比一月的平均温差大，正确

C．三月和十一月的平均最高气温基本相同，都为10°，正确

D．平均最高气温高于20℃的月份有7，8两个月，故D错误，

故选：D．

【点评】本题主要考查推理和证明的应用，根据平均最高气温和平均最低气温的雷达图，利用图象法进行判断是解决本题的关键．

5．（5分）若$\tan\alpha=\frac{3}{4}$，则$\cos^2\alpha+2\sin2\alpha=$（　　）

A．$\frac{64}{25}$　　B．$\frac{48}{25}$　　C．1　　D．$\frac{16}{25}$

【考点】GF：三角函数的恒等变换及化简求值．

【专题】11：计算题；35：转化思想；4R：转化法；56：三角函数的求值．

【分析】将所求的关系式的分母“1”化为（$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha$），再将“弦”化“切”即可得到答案．

【解答】解：∵$\tan\alpha=\frac{3}{4}$，

∴$\cos^2\alpha+2\sin2\alpha=\frac{\cos^2\alpha+4\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\frac{1+4\tan\alpha}{\tan^2\alpha+1}=\frac{1+4\times\frac{3}{4}}{\frac{9}{16}+1}=\frac{64}{25}$．

故选：A．

【点评】本题考查三角函数的化简求值，“弦”化“切”是关键，是基础题．

6．（5分）已知$a=2^{\frac{4}{3}}$，$b=3^{\frac{2}{3}}$，$c=25^{\frac{1}{3}}$，则（　　）

A．b＜a＜c　　B．a＜b＜c　　C．b＜c＜a　　D．c＜a＜b

【考点】4Y：幂函数的单调性、奇偶性及其应用．

【专题】35：转化思想；4R：转化法；51：函数的性质及应用．

【分析】$b=4^{\frac{2}{3}}=2^{\frac{4}{3}}$，$c=25^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{2}{3}}$，结合幂函数的单调性，可比较a，b，c，进而得到答案．

【解答】解：∵$a=2^{\frac{4}{3}}=4^{\frac{2}{3}}$，

$b=3^{\frac{2}{3}}$，

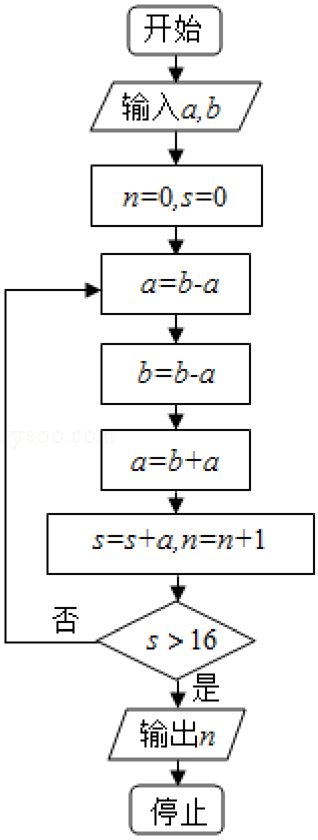
$c=25^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{2}{3}}$，

综上可得：b＜a＜c，

故选：A．

【点评】本题考查的知识点是指数函数的单调性，幂函数的单调性，是函数图象和性质的综合应用，难度中档．

7．（5分）执行如图程序框图，如果输入的a=4，b=6，那么输出的n=（　　）



A．3　　　　B．4　　　　C．5　　　　D．6

【考点】EF：程序框图．

【专题】11：计算题；27：图表型；4B：试验法；5K：算法和程序框图．

【分析】模拟执行程序，根据赋值语句的功能依次写出每次循环得到的a，b，s，n的值，当s=20时满足条件s＞16，退出循环，输出n的值为4．

【解答】解：模拟执行程序，可得

a=4，b=6，n=0，s=0

执行循环体，a=2，b=4，a=6，s=6，n=1

不满足条件s＞16，执行循环体，a=﹣2，b=6，a=4，s=10，n=2

不满足条件s＞16，执行循环体，a=2，b=4，a=6，s=16，n=3

不满足条件s＞16，执行循环体，a=﹣2，b=6，a=4，s=20，n=4

满足条件s＞16，退出循环，输出n的值为4．

故选：B．

【点评】本题主要考查了循环结构的程序框图的应用，正确依次写出每次循环

得到的a，b，s的值是解题的关键，属于基础题．

8．（5分）在△ABC中，$B=\frac{\pi}{4}$，BC边上的高等于$\frac{1}{3}$BC，则cosA等于（　　）

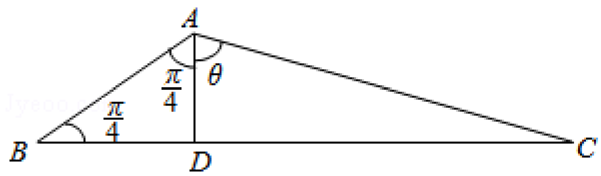
A．$\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　B．$\frac{\sqrt{10}}{10}$　　C．$-\frac{\sqrt{10}}{10}$　　D．$-\frac{3\sqrt{10}}{10}$

【考点】HT：三角形中的几何计算．

【专题】35：转化思想；44：数形结合法；58：解三角形．

【分析】作出图形，令∠DAC=θ，依题意，可求得$\cos\theta=\frac{AD}{AC}=\frac{\frac{a}{3}}{\sqrt{(\frac{1}{3}a)^2(\frac{2a}{3})^2}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\sin\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，利用两角和的余弦即可求得答案．

【解答】解：设△ABC中角A、B、C、对应的边分别为a、b、c，AD⊥BC于D，令∠DAC=θ，



∵在△ABC中，$B=\frac{\pi}{4}$，BC边上的高$AD=h=\frac{1}{3}BC=\frac{1}{3}a$，

∴$BD=AD=\frac{1}{3}a$，$CD=\frac{2}{3}a$，

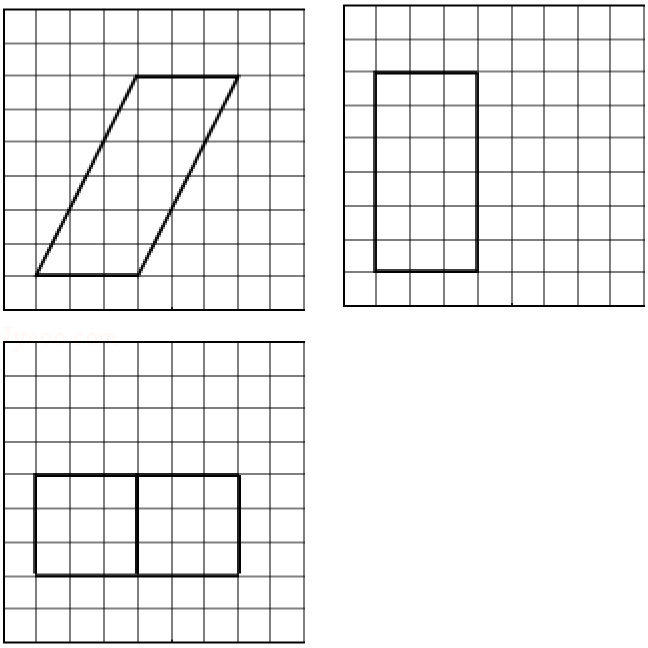
在Rt△ADC中，$\cos\theta=\frac{AD}{AC}=\frac{\frac{a}{3}}{\sqrt{(\frac{1}{3}a)^2+(\frac{2a}{3})^2}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，故$\sin\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

∴$\cos A=\cos(\frac{\pi}{4}+\theta)=\cos\frac{\pi}{4}\cos\theta-\sin\frac{\pi}{4}\sin\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{5}}{5}-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}=-\frac{\sqrt{10}}{10}$．

故选：C．

【点评】本题考查解三角形中，作出图形，令∠DAC=θ，利用两角和的余弦求cosA是关键，也是亮点，属于中档题．

9．（5分）如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线画出的是某多面体的三视图，则该多面体的表面积为（　　）



A．$18+36\sqrt{5}$　　B．$54+18\sqrt{5}$　　C．90　　D．81

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】11：计算题；5F：空间位置关系与距离；5Q：立体几何．

【分析】由已知中的三视图可得：该几何体是一个以主视图为底面的直四棱柱，进而得到答案．

【解答】解：由已知中的三视图可得：该几何体是一个以主视图为底面的直四棱柱，

其底面面积为：$3\times6=18$，

侧面的面积为：$(3\times3+3\times\sqrt{3^2+6^2})\times2=18+18\sqrt{5}$，

故棱柱的表面积为：$18\times2+18+18\sqrt{5}=54+18\sqrt{5}$．

故选：B．

【点评】本题考查的知识点是由三视图，求体积和表面积，根据已知的三视图，判断几何体的形状是解答的关键．

10．（5分）在封闭的直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$内有一个体积为V的球，若$AB\perp BC$，$AB=6$，$BC=8$，$AA_1=3$，则V的最大值是（　　）

A．4π　　B．$\frac{9\pi}{2}$　　C．6π　　D．$\frac{32\pi}{3}$

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积．

【专题】11：计算题；5F：空间位置关系与距离；5Q：立体几何．

【分析】根据已知可得直三棱柱ABC﹣$A_1B_1C_1$的内切球半径为$\frac{3}{2}$，代入球的体积公式，可得答案．

【解答】解：∵AB⊥BC，AB=6，BC=8，

∴AC=10．

故三角形ABC的内切圆半径$r=\frac{6+8-10}{2}=2$，

又由$AA_1=3$，

故直三棱柱ABC﹣$A_1B_1C_1$的内切球半径为$\frac{3}{2}$，

此时V的最大值$\frac{4}{3}\pi\bullet(\frac{3}{2})^3=\frac{9\pi}{2}$，

故选：B．

【点评】本题考查的知识点是棱柱的几何特征，根据已知求出球的半径，是解答的关键．

11．（5分）已知O为坐标原点，F是椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左焦点，A，B分别为C的左，右顶点．P为C上一点，且PF⊥x轴，过点A的直线l与线段PF交于点M，与y轴交于点E．若直线BM经过OE的中点，则C的离心率为（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{3}{4}$

【考点】K4：椭圆的性质．

【专题】34：方程思想；48：分析法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】由题意可得F，A，B的坐标，设出直线AE的方程为y=k（x+a），分别令x=﹣c，x=0，可得M，E的坐标，再由中点坐标公式可得H的坐标，运用三点共线的条件：斜率相等，结合离心率公式，即可得到所求值．

【解答】解：由题意可设F（﹣c，0），A（﹣a，0），B（a，0），

设直线AE的方程为$y=k(x+a)$，

令$x=-c$，可得$M(-c，k(a-c))$，令$x=0$，可得$E(0，ka)$，

设OE的中点为H，可得$H(0，\frac{ka}{2})$，

由B，H，M三点共线，可得$k_{BH}=k_{BM}$，

即为$\frac{\frac{ka}{2}}{-a}=\frac{k(a-c)}{-c-a}$，

化简可得$\frac{a-c}{a+c}=\frac{1}{2}$，即为$a=3c$，

可得$e=\frac{c}{a}=\frac{1}{3}$.

另解：由$\triangle AMF\backsim\triangle AEO$，

可得$\frac{a-c}{a}=\frac{MF}{OE}$，

由$\triangle BOH\backsim\triangle BFM$，

可得$\frac{a}{a+c}=\frac{OH}{FM}=\frac{OE}{2FM}$，

即有$\frac{2(a-c)}{a}=\frac{a+c}{a}$即$a=3c$，

可得$e=\frac{c}{a}=\frac{1}{3}$.

故选：A.

【点评】本题考查椭圆的离心率的求法，注意运用椭圆的方程和性质，以及直线方程的运用和三点共线的条件：斜率相等，考查化简整理的运算能力，属于中档题.

12．（5分）定义"规范01数列"$\{a_n\}$如下：$\{a_n\}$共有2m项，其中m项为0，m项为1，且对任意$k\leq 2m$，a_1，a_2，…，a_k中0的个数不少于1的个数，若$m=4$，则不同的"规范01数列"共有（　　）

A．18个　　B．16个　　C．14个　　D．12个

【考点】8B：数列的应用.

【专题】16：压轴题；23：新定义；38：对应思想；4B：试验法.

【分析】由新定义可得，"规范01数列"有偶数项2m项，且所含0与1的个数相等

，首项为0，末项为1，当m=4时，数列中有四个0和四个1，然后一一列举得答案．

【解答】解：由题意可知，“规范01数列”有偶数项2m项，且所含0与1的个数相等，首项为0，末项为1，若m=4，说明数列有8项，满足条件的数列有：

0，0，0，0，1，1，1，1；　0，0，0，1，0，1，1，1；

0，0，0，1，1，0，1，1；　0，0，0，1，1，1，0，1；

0，0，1，0，0，1，1，1；

0，0，1，0，1，0，1，1；　0，0，1，0，1，1，0，1；

0，0，1，1，0，1，0，1；　0，0，1，1，0，0，1，1；

0，1，0，0，0，1，1，1；

0，1，0，0，1，0，1，1；　0，1，0，0，1，1，0，1；

0，1，0，1，0，0，1，1；　0，1，0，1，0，1，0，1．共14个．

故选：C．

【点评】本题是新定义题，考查数列的应用，关键是对题意的理解，枚举时做到不重不漏，是压轴题．

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分．

13．（5分）若x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y+1\geqslant 0\\ x-2y\leqslant 0\\ x+2y-2\leqslant 0\end{cases}$，则z=x+y的最大值为__$\frac{3}{2}$__．

【考点】7C：简单线性规划．

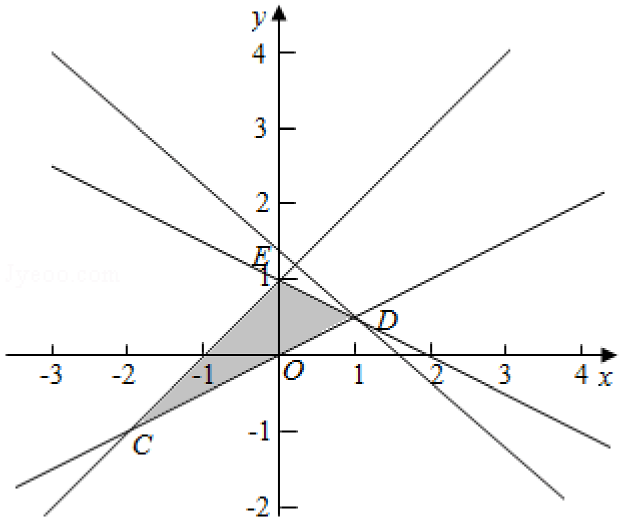
【专题】59：不等式的解法及应用．

【分析】首先画出平面区域，然后将目标函数变形为直线的斜截式，求在y轴的截距最大值．

【解答】解：不等式组表示的平面区域如图阴影部分，当直线经过D点时，z最大，

由$\begin{cases}x-2y=0\\ x+2y-2=0\end{cases}$得D（1，$\frac{1}{2}$），

所以z=x+y的最大值为$1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$；



故答案为：$\frac{3}{2}$.

【点评】本题考查了简单线性规划；一般步骤是：①画出平面区域；②分析目标函数，确定求最值的条件.

14．（5分）函数$y=\sin x-\sqrt{3}\cos x$的图象可由函数$y=\sin x+\sqrt{3}\cos x$的图象至少向右平移___$\frac{2\pi}{3}$___个单位长度得到.

【考点】HJ：函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换.

【专题】33：函数思想；4R：转化法；57：三角函数的图像与性质.

【分析】令$f(x)=\sin x+\sqrt{3}\cos x=2\sin(x+\frac{\pi}{3})$，则$f(x-\phi)=2\sin(x+\frac{\pi}{3}-\phi)$，依题意可得$2\sin(x+\frac{\pi}{3}-\phi)=2\sin(x-\frac{\pi}{3})$，由$\frac{\pi}{3}-\phi=2k\pi-\frac{\pi}{3}$（$k\in Z$），可得答案.

【解答】解：$\because y=f(x)=\sin x+\sqrt{3}\cos x=2\sin(x+\frac{\pi}{3})$，$y=\sin x-\sqrt{3}\cos x=2\sin(x-\frac{\pi}{3})$，

$\therefore f(x-\phi)=2\sin(x+\frac{\pi}{3}-\phi)$ （$\phi>0$），

令$2\sin(x+\frac{\pi}{3}-\phi)=2\sin(x-\frac{\pi}{3})$，

则$\frac{\pi}{3}-\phi=2k\pi-\frac{\pi}{3}$（$k\in Z$），

即$\phi=\frac{2\pi}{3}-2k\pi$（k∈Z），

当k=0时，正数$\phi_{min}=\frac{2\pi}{3}$，

故答案为：$\frac{2\pi}{3}$.

【点评】本题考查函数y=sinx的图象变换得到y=Asin（ωx+ϕ）（A＞0，ω＞0）的图象，得到$\frac{\pi}{3}-\phi=2k\pi-\frac{\pi}{3}$（k∈Z）是关键，也是难点，属于中档题.

15．（5分）已知f（x）为偶函数，当x＜0时，f（x）=ln（﹣x）+3x，则曲线y=f（x）在点（1，﹣3）处的切线方程是__2x+y+1=0__.

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程.

【专题】34：方程思想；51：函数的性质及应用；52：导数的概念及应用.

【分析】由偶函数的定义，可得f（﹣x）=f（x），即有x＞0时，f（x）=lnx﹣3x，求出导数，求得切线的斜率，由点斜式方程可得切线的方程.

【解答】解：f（x）为偶函数，可得f（﹣x）=f（x），

当x＜0时，f（x）=ln（﹣x）+3x，即有

x＞0时，f（x）=lnx﹣3x，f′（x）$=\frac{1}{x}-3$，

可得f（1）=ln1﹣3=﹣3，f′（1）=1﹣3=﹣2，

则曲线y=f（x）在点（1，﹣3）处的切线方程为y﹣（﹣3）=﹣2（x﹣1），

即为2x+y+1=0.

故答案为：2x+y+1=0.

【点评】本题考查导数的运用：求切线的方程，同时考查函数的奇偶性的定义和运用，考查运算能力，属于中档题.

16．（5分）已知直线l：$mx+y+3m-\sqrt{3}=0$与圆$x^2+y^2=12$交于A，B两点，过A，B分别作l的垂线与x轴交于C，D两点，若$|AB|=2\sqrt{3}$，则|CD|=__4__.

【考点】J8：直线与圆相交的性质.

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5B：直线与圆.

【分析】先求出m，可得直线l的倾斜角为30°，再利用三角函数求出|CD|即可.

【解答】解：由题意，|AB|=$2\sqrt{3}$，∴圆心到直线的距离d=3，

∴$\frac{|3m-\sqrt{3}|}{\sqrt{m^2+1}}$=3，

∴m=－$\frac{\sqrt{3}}{3}$

∴直线l的倾斜角为30°，

∵过A，B分别作l的垂线与x轴交于C，D两点，

∴|CD|=$\frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$=4.

故答案为：4.

【点评】本题考查直线与圆的位置关系，考查弦长的计算，考查学生的计算能力，比较基础.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17．（12分）已知数列{a_n}的前n项和$S_n=1+\lambda a_n$，其中λ≠0.

（1）证明{a_n}是等比数列，并求其通项公式；

（2）若$S_5=\frac{31}{32}$，求λ.

【考点】87：等比数列的性质；8H：数列递推式.

【专题】34：方程思想；4R：转化法；54：等差数列与等比数列.

【分析】（1）根据数列通项公式与前n项和公式之间的关系进行递推，结合等比数列的定义进行证明求解即可.

（2）根据条件建立方程关系进行求解就可.

【解答】解：（1）∵$S_n=1+\lambda a_n$，λ≠0.

∴$a_n\neq0$.

当n≥2时，$a_n=S_n－S_{n－1}=1+\lambda a_n－1－\lambda a_{n－1}=\lambda a_n－\lambda a_{n－1}$，

即（λ－1）$a_n=\lambda a_{n－1}$，

∵λ≠0，$a_n\neq0$．∴λ－1≠0．即λ≠1，

即$\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{\lambda}{\lambda-1}$，（n≥2），

∴$\{a_n\}$是等比数列，公比$q=\frac{\lambda}{\lambda-1}$，

当n=1时，$S_1=1+\lambda a_1=a_1$，

即$a_1=\frac{1}{1-\lambda}$，

∴$a_n=\frac{1}{1-\lambda}\bullet\left(\frac{\lambda}{\lambda-1}\right)^{n-1}$.

（2）若$S_5=\frac{31}{32}$，

则若$S_5=1+\lambda\left[\frac{1}{1-\lambda}\bullet\left(\frac{\lambda}{\lambda-1}\right)^{4}\right]=\frac{31}{32}$，

即$\left(\frac{\lambda}{1-\lambda}\right)^{5}=\frac{31}{32}-1=-\frac{1}{32}$，

则$\frac{\lambda}{1-\lambda}=-\frac{1}{2}$，得$\lambda=-1$.

【点评】本题主要考查数列递推关系的应用，根据n≥2时，$a_n=S_n-S_{n-1}$的关系进行递推是解决本题的关键．考查学生的运算和推理能力．

18．（12分）如图是我国2008年至2014年生活垃圾无害化处理量（单位：亿吨）的折线图．

注：年份代码1﹣7分别对应年份2008﹣2014．

（Ⅰ）由折线图看出，可用线性回归模型拟合y与t的关系，请用相关系数加以证明；

（Ⅱ）建立y关于t的回归方程（系数精确到0.01），预测2016年我国生活垃圾无害化处理量．

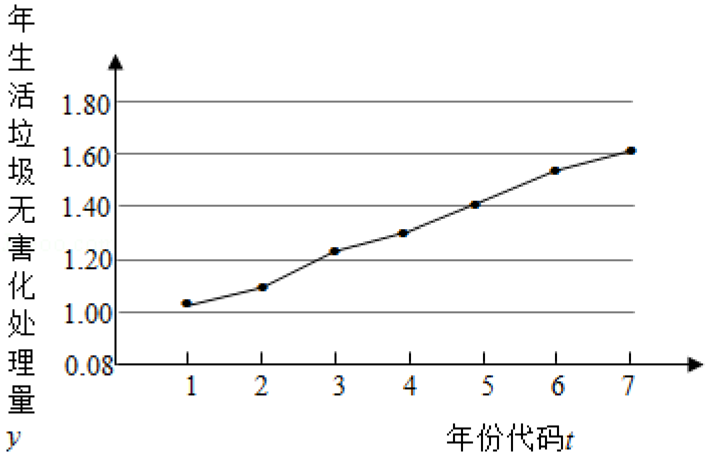
附注：

参考数据：$\sum_{i=1}^{7}y_i=9.32$，$\sum_{i=1}^{7}t_iy_i=40.17$，$\sqrt{\sum_{i=1}^{7}(y_i-\overline{y})^2}=0.55$，$\sqrt{7}\approx2.646$.

参考公式：相关系数$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$，

回归方程$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}t$中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：

$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}$.



【考点】BK：线性回归方程.

【专题】11：计算题；35：转化思想；5I：概率与统计.

【分析】（1）由折线图看出，y与t之间存在较强的正相关关系，将已知数据代入相关系数方程，可得答案；

（2）根据已知中的数据，求出回归系数，可得回归方程，2016年对应的t值为9，代入可预测2016年我国生活垃圾无害化处理量.

【解答】解：（1）由折线图看出，y与t之间存在较强的正相关关系，理由如下：

$$\because r=\frac{\sum_{i=1}^{7}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{7}(t_i-\bar{t})^2\sum_{i=1}^{7}(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{\sum_{i=1}^{7}t_iy_i-7\bar{t}\bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{7}(t_i-\bar{t})^2\sum_{i=1}^{7}(y_i-\bar{y})^2}}\approx\frac{40.17-4\times9.32}{2\sqrt{7}\cdot0.55}\approx\frac{2.89}{2.9106}\approx0.993,$$

∵0.993＞0.75，

故y与t之间存在较强的正相关关系；

（2）$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{7}t_iy_i-7\overline{t}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{7}t_i^2-7\overline{t}^2}\approx\dfrac{2.89}{28}\approx0.103$，

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{t}\approx1.331-0.103\times4\approx0.92$，

∴y关于t的回归方程$\hat{y}=0.10t+0.92$，

2016年对应的t值为9，

故$\hat{y}=0.10\times9+0.92=1.82$，

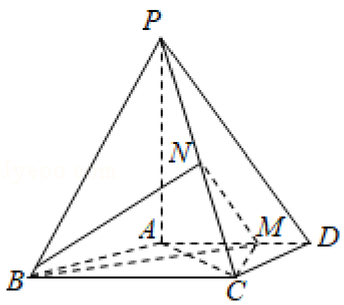
预测2016年我国生活垃圾无害化处理量为1.82亿吨．

【点评】本题考查的知识点是线性回归方程，回归分析，计算量比较大，计算时要细心．

19．（12分）如图，四棱锥P﹣ABCD中，PA⊥底面ABCD，AD∥BC，AB=AD=AC=3，PA=BC=4，M为线段AD上一点，AM=2MD，N为PC的中点．

（1）证明：MN∥平面PAB；

（2）求直线AN与平面PMN所成角的正弦值．



【考点】LS：直线与平面平行；MI：直线与平面所成的角．

【专题】15：综合题；35：转化思想；44：数形结合法；5F：空间位置关系与距离；5G：空间角．

【分析】（1）法一、取PB中点G，连接AG，NG，由三角形的中位线定理可得NG∥BC，且NG=$\frac{1}{2}$BC，再由已知得AM∥BC，且AM=$\frac{1}{2}$BC，得到NG∥AM，且NG=AM，说明四边形AMNG为平行四边形，可得NM∥AG，由线面平行的判定得到

MN∥平面PAB；

法二、证明MN∥平面PAB，转化为证明平面NEM∥平面PAB，在△PAC中，过N作NE⊥AC，垂足为E，连接ME，由已知PA⊥底面ABCD，可得PA∥NE，通过求解直角三角形得到ME∥AB，由面面平行的判定可得平面NEM∥平面PAB，则结论得证；

（2）连接CM，证得CM⊥AD，进一步得到平面PNM⊥平面PAD，在平面PAD内，过A作AF⊥PM，交PM于F，连接NF，则∠ANF为直线AN与平面PMN所成角．然后求解直角三角形可得直线AN与平面PMN所成角的正弦值．

【解答】（1）证明：法一、如图，取PB中点G，连接AG，NG，

∵N为PC的中点，

∴NG∥BC，且$NG=\frac{1}{2}BC$，

又$AM=\frac{2}{3}AD=2$，BC=4，且AD∥BC，

∴AM∥BC，且$AM=\frac{1}{2}BC$，

则NG∥AM，且NG=AM，

∴四边形AMNG为平行四边形，则NM∥AG，

∵AG⊂平面PAB，NM⊄平面PAB，

∴MN∥平面PAB；

法二、

在△PAC中，过N作NE⊥AC，垂足为E，连接ME，

在△ABC中，由已知AB=AC=3，BC=4，得$\cos\angle ACB=\frac{4^2+3^2-3^2}{2\times4\times3}=\frac{2}{3}$，

∵AD∥BC，

∴$\cos\angle EAM=\frac{2}{3}$，则$\sin\angle EAM=\frac{\sqrt{5}}{3}$，

在△EAM中，

∵$AM=\frac{2}{3}AD=2$，$AE=\frac{1}{2}AC=\frac{3}{2}$，

由余弦定理得：$EM=\sqrt{AE^2+AM^2-2AE\cdot AM\cdot\cos\angle EAM}=\sqrt{\frac{9}{4}+4-2\times\frac{3}{2}\times2\times\frac{2}{3}}=\frac{3}{2}$，

∴$\cos\angle AEM=\dfrac{(\frac{3}{2})^2+(\frac{3}{2})^2-4}{2\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}}=\dfrac{1}{9}$，

而在△ABC中，$\cos\angle BAC=\dfrac{3^2+3^2-4^2}{2\times3\times3}=\dfrac{1}{9}$，

∴cos∠AEM=cos∠BAC，即∠AEM=∠BAC，

∴AB∥EM，则EM∥平面PAB．

由PA⊥底面ABCD，得PA⊥AC，又NE⊥AC，

∴NE∥PA，则NE∥平面PAB．

∵NE∩EM=E，

∴平面NEM∥平面PAB，则MN∥平面PAB；

（2）解：在△AMC中，由AM=2，AC=3，$\cos\angle MAC=\dfrac{2}{3}$，得$CM^2=AC^2+AM^2-2AC\bullet AM\bullet\cos\angle MAC=9+4-2\times3\times2\times\dfrac{2}{3}=5$．

∴$AM^2+MC^2=AC^2$，则AM⊥MC，

∵PA⊥底面ABCD，PA⊂平面PAD，

∴平面ABCD⊥平面PAD，且平面ABCD∩平面PAD=AD，

∴CM⊥平面PAD，则平面PNM⊥平面PAD．

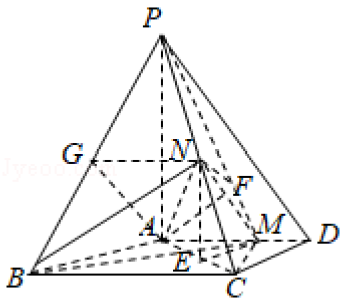
在平面PAD内，过A作AF⊥PM，交PM于F，连接NF，则∠ANF为直线AN与平面PMN所成角．

在Rt△PAC中，由N是PC的中点，得$AN=\dfrac{1}{2}PC=\dfrac{1}{2}\sqrt{PA^2+PC^2}=\dfrac{5}{2}$，

在Rt△PAM中，由PA•AM=PM•AF，得$AF=\dfrac{PA\bullet AM}{PM}=\dfrac{4\times2}{\sqrt{4^2+2^2}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$，

∴$\sin\angle ANF=\dfrac{AF}{AN}=\dfrac{\frac{4\sqrt{5}}{5}}{\frac{5}{2}}=\dfrac{8\sqrt{5}}{25}$．

∴直线AN与平面PMN所成角的正弦值为$\dfrac{8\sqrt{5}}{25}$．



【点评】本题考查直线与平面平行的判定，考查直线与平面所成角的求法，考查数学转化思想方法，考查了空间想象能力和计算能力，是中档题.

20．（12分）已知抛物线C：$y^2=2x$的焦点为F，平行于x轴的两条直线l_1，l_2分别交C于A，B两点，交C的准线于P，Q两点.

（Ⅰ）若F在线段AB上，R是PQ的中点，证明AR∥FQ；

（Ⅱ）若△PQF的面积是△ABF的面积的两倍，求AB中点的轨迹方程.

【考点】J3：轨迹方程；K8：抛物线的性质.

【专题】15：综合题；35：转化思想；49：综合法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】（Ⅰ）连接RF，PF，利用等角的余角相等，证明∠PRA=∠PQF，即可证明AR∥FQ；

（Ⅱ）利用△PQF的面积是△ABF的面积的两倍，求出N的坐标，利用点差法求AB中点的轨迹方程.

【解答】（Ⅰ）证明：连接RF，PF，

由AP=AF，BQ=BF及AP∥BQ，得∠AFP+∠BFQ=90°，

∴∠PFQ=90°，

∵R是PQ的中点，

∴RF=RP=RQ，

∴△PAR≌△FAR，

∴∠PAR=∠FAR，∠PRA=∠FRA，

∵∠BQF+∠BFQ=180°﹣∠QBF=∠PAF=2∠PAR，

∴∠FQB=∠PAR，

$\therefore\angle PRA=\angle PQF$，

$\therefore AR\parallel FQ$.

（Ⅱ）设 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，

$F(\frac{1}{2}, 0)$，准线为 $x=-\frac{1}{2}$，

$S_{\triangle PQF}=\frac{1}{2}|PQ|=\frac{1}{2}|y_1-y_2|$，

设直线AB与x轴交点为N，

$\therefore S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}|FN||y_1-y_2|$，

$\because\triangle PQF$的面积是$\triangle ABF$的面积的两倍，

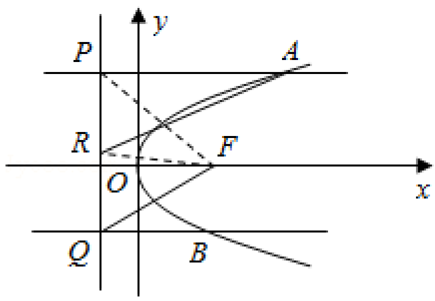
$\therefore 2|FN|=1$，$\therefore x_N=1$，即 $N(1, 0)$.

设AB中点为 $M(x, y)$，由 $\begin{cases}y_1^2=2x_1\\ y_2^2=2x_2\end{cases}$ 得 $y_1^2-y_2^2=2(x_1-x_2)$，

又 $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{y}{x-1}$，

$\therefore\frac{y}{x-1}=\frac{1}{y}$，即 $y^2=x-1$.

$\therefore$AB中点轨迹方程为 $y^2=x-1$.



【点评】本题考查抛物线的方程与性质，考查轨迹方程，考查学生的计算能力，属于中档题.

21．（12分）设函数 $f(x)=a\cos 2x+(a-1)(\cos x+1)$，其中 $a>0$，记 $|f(x)|$ 的最大值为A.

（Ⅰ）求 $f'(x)$；

（Ⅱ）求A；

（Ⅲ）证明：$|f'(x)|\le 2A$.

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性．

【专题】32：分类讨论；35：转化思想；4J：换元法；51：函数的性质及应用；53：导数的综合应用；56：三角函数的求值．

【分析】（Ⅰ）根据复合函数的导数公式进行求解即可求f′（x）；

（Ⅱ）讨论a的取值，利用分类讨论的思想方法，结合换元法，以及一元二次函数的最值的性质进行求解；

（Ⅲ）由（I），结合绝对值不等式的性质即可证明：|f′（x）|≤2A．

【解答】（I）解：f′（x）=﹣2asin2x﹣（a﹣1）sinx．

（II）当a≥1时，|f（x）|=|acos2x+（a﹣1）（cosx+1）|≤a|cos2x|+（a﹣1）|（cosx+1）|≤a|cos2x|+（a﹣1）（|cosx|+1）|≤a+2（a﹣1）=3a﹣2=f（0），因此A=3a﹣2．

当0＜a＜1时，f（x）=acos2x+（a﹣1）（cosx+1）=2a$\cos^2$x+（a﹣1）cosx﹣1，

令g（t）=2at^2+（a﹣1）t﹣1，

则A是|g（t）|在[﹣1，1]上的最大值，g（﹣1）=a，g（1）=3a﹣2，

且当t=$\frac{1-a}{4a}$时，g（t）取得极小值，极小值为g（$\frac{1-a}{4a}$）=﹣$\frac{(a-1)^2}{8a}$﹣1=﹣$\frac{a^2+6a+1}{8a}$，（二次函数在对称轴处取得极值）

令﹣1＜$\frac{1-a}{4a}$＜1，得a＜$-\frac{1}{3}$（舍）或a＞$\frac{1}{5}$．

①当0＜a≤$\frac{1}{5}$时，g（t）在（﹣1，1）内无极值点，|g（﹣1）|=a，|g（1）|=2﹣3a，|g（﹣1）|＜|g（1）|，

∴A=2﹣3a，

②当$\frac{1}{5}$＜a＜1时，由g（﹣1）﹣g（1）=2（1﹣a）＞0，得g（﹣1）＞g（1）＞g（$\frac{1-a}{4a}$），

又|g（$\frac{1-a}{4a}$）|﹣|g（﹣1）|=$\frac{(1-a)(1+7a)}{8a}$＞0，

∴A=|g（$\frac{1-a}{4a}$）|=$\frac{a^2+6a+1}{8a}$，

综上，$A=\begin{cases}2-3a, & 0<a\leqslant\frac{1}{5}\\ \frac{a^2+6a+1}{8a}, & \frac{1}{5}<a<1\\ 3a-2, & a\geqslant 1\end{cases}$.

（III）证明：由（I）可得：$|f'(x)|=|-2a\sin 2x-(a-1)\sin x|\leq 2a+|a-1|$，

当$0<a\leq\frac{1}{5}$时，$|f'(x)|<1+a\leq 2-4a<2(2-3a)=2A$，

当$\frac{1}{5}<a<1$时，$A=\frac{a^2+6a+1}{8a}=\frac{a}{8}+\frac{1}{8a}+\frac{3}{4}>1$，

$\therefore |f'(x)|\leq 1+a\leq 2A$，

当$a\geq 1$时，$|f'(x)|\leq 3a-1\leq 6a-4=2A$，

综上：$|f'(x)|\leq 2A$.

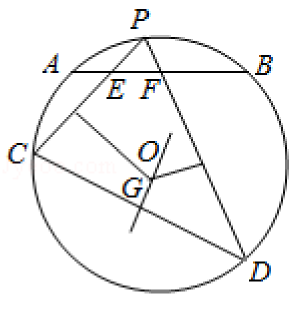
【点评】本题主要考查函数的导数以及函数最值的应用，求函数的导数，以及换元法，转化法转化为一元二次函数是解决本题的关键．综合性较强，难度较大．

请考生在第22-24题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分.[选修4-1：几何证明选讲]

22．（10分）如图，⊙O中$\overset{\frown}{AB}$的中点为P，弦PC，PD分别交AB于E，F两点．

（1）若∠PFB=2∠PCD，求∠PCD的大小；

（2）若EC的垂直平分线与FD的垂直平分线交于点G，证明：OG⊥CD．



【考点】NC：与圆有关的比例线段．

【专题】35：转化思想；49：综合法；5M：推理和证明．

【分析】（1）连接PA，PB，BC，设∠PEB=∠1，∠PCB=∠2，∠ABC=∠3，∠PBA=∠4，∠PAB=∠5，运用圆的性质和四点共圆的判断，可得E，C，D，F共圆，再由圆内接四边形的性质，即可得到所求∠PCD的度数；

（2）运用圆的定义和E，C，D，F共圆，可得G为圆心，G在CD的中垂线上，即可得证.

【解答】（1）解：连接PB，BC，

设∠PEB=∠1，∠PCB=∠2，∠ABC=∠3，

∠PBA=∠4，∠PAB=∠5，

由⊙O中$\overset{\frown}{AB}$的中点为P，可得∠4=∠5，

在△EBC中，∠1=∠2+∠3，

又∠D=∠3+∠4，∠2=∠5，

即有∠2=∠4，则∠D=∠1，

则四点E，C，D，F共圆，

可得∠EFD+∠PCD=180°，

由∠PFB=∠EFD=2∠PCD，

即有3∠PCD=180°，

可得∠PCD=60°；

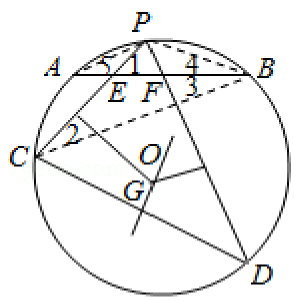
（2）证明：由C，D，E，F共圆，

由EC的垂直平分线与FD的垂直平分线交于点G

可得G为圆心，即有GC=GD，

则G在CD的中垂线，又CD为圆G的弦，

则OG⊥CD.



【点评】本题考查圆内接四边形的性质和四点共圆的判断，以及圆的垂径定理的运用，考查推理能力，属于中档题.

[选修4-4：坐标系与参数方程]

23．在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$（α为参数），以坐标原点为极点，以x轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线C_2的极坐标方程为$\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=2\sqrt{2}$.

（1）写出C_1的普通方程和C_2的直角坐标方程；

（2）设点P在C_1上，点Q在C_2上，求|PQ|的最小值及此时P的直角坐标.

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程；QH：参数方程化成普通方程.

【专题】34：方程思想；48：分析法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程；5S：坐标系和参数方程.

【分析】（1）运用两边平方和同角的平方关系，即可得到C_1的普通方程，运用$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，以及两角和的正弦公式，化简可得C_2的直角坐标方程；

（2）由题意可得当直线$x+y-4=0$的平行线与椭圆相切时，|PQ|取得最值．设与直线$x+y-4=0$平行的直线方程为$x+y+t=0$，代入椭圆方程，运用判别式为0，求得t，再由平行线的距离公式，可得|PQ|的最小值，解方程可得P的直角坐标.

另外：设P（$\sqrt{3}\cos\alpha$，$\sin\alpha$），由点到直线的距离公式，结合辅助角公式和正弦函数的值域，即可得到所求最小值和P的坐标.

【解答】解：（1）曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$（α为参数），

移项后两边平方可得$\frac{x^2}{3}+y^2=\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$，

即有椭圆C_1：$\frac{x^2}{3}+y^2=1$；

曲线C_2的极坐标方程为$\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=2\sqrt{2}$，

即有$\rho(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\theta)=2\sqrt{2}$，

由$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，可得$x+y-4=0$，

即有C_2的直角坐标方程为直线$x+y-4=0$；

（2）由题意可得当直线$x+y-4=0$的平行线与椭圆相切时，

$|PQ|$取得最值.

设与直线$x+y-4=0$平行的直线方程为$x+y+t=0$,

联立$\begin{cases}x+y+t=0\\x^2+3y^2=3\end{cases}$可得$4x^2+6tx+3t^2-3=0$,

由直线与椭圆相切,可得$\triangle=36t^2-16(3t^2-3)=0$,

解得$t=\pm2$,

显然$t=-2$时,$|PQ|$取得最小值,

即有$|PQ|=\frac{|-4-(-2)|}{\sqrt{1+1}}=\sqrt{2}$,

此时$4x^2-12x+9=0$,解得$x=\frac{3}{2}$,

即为$P(\frac{3}{2},\frac{1}{2})$.

另解:设$P(\sqrt{3}\cos\alpha,\sin\alpha)$,

由P到直线的距离为$d=\frac{|\sqrt{3}\cos\alpha+\sin\alpha-4|}{\sqrt{2}}$

$=\frac{|2\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})-4|}{\sqrt{2}}$,

当$\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})=1$时,$|PQ|$的最小值为$\sqrt{2}$,

此时可取$\alpha=\frac{\pi}{6}$,即有$P(\frac{3}{2},\frac{1}{2})$.

【点评】本题考查参数方程和普通方程的互化、极坐标和直角坐标的互化,同时考查直线与椭圆的位置关系,主要是相切,考查化简整理的运算能力,属于中档题.

[选修4-5:不等式选讲]

24.已知函数$f(x)=|2x-a|+a$.

(1)当$a=2$时,求不等式$f(x)\leq6$的解集;

(2)设函数$g(x)=|2x-1|$,当$x\in R$时,$f(x)+g(x)\geq3$,求a的取值范围.

【考点】R5:绝对值不等式的解法.

【专题】11:计算题;35:转化思想;49:综合法;59:不等式的解法及应用

.

【分析】（1）当a=2时，由已知得$|2x-2|+2\leq 6$，由此能求出不等式f（x）≤6的解集．

（2）由f（x）+g（x）$=|2x-1|+|2x-a|+a\geq 3$，得$|x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{a}{2}|\geq \frac{3-a}{2}$，由此能求出a的取值范围．

【解答】解：（1）当a=2时，f（x）$=|2x-2|+2$，

∵f（x）≤6，∴$|2x-2|+2\leq 6$，

$|2x-2|\leq 4$，$|x-1|\leq 2$，

∴$-2\leq x-1\leq 2$，

解得$-1\leq x\leq 3$，

∴不等式f（x）≤6的解集为$\{x|-1\leq x\leq 3\}$．

（2）∵g（x）$=|2x-1|$，

∴f（x）+g（x）$=|2x-1|+|2x-a|+a\geq 3$，

$2|x-\frac{1}{2}|+2|x-\frac{a}{2}|+a\geq 3$，

$|x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{a}{2}|\geq \frac{3-a}{2}$，

当a≥3时，成立，

当a＜3时，$|x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{a}{2}|\geq \frac{1}{2}|a-1|\geq \frac{3-a}{2}>0$，

∴$(a-1)^2\geq (3-a)^2$，

解得2≤a＜3，

∴a的取值范围是$[2,+\infty)$．

【点评】本题考查含绝对值不等式的解法，考查实数的取值范围的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意不等式性质的合理运用．