绝密★启用前

2021年普通高等学校招生全国统一考试（甲卷）

文科数学

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用皮擦干净后，再选涂其他答案标号，回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

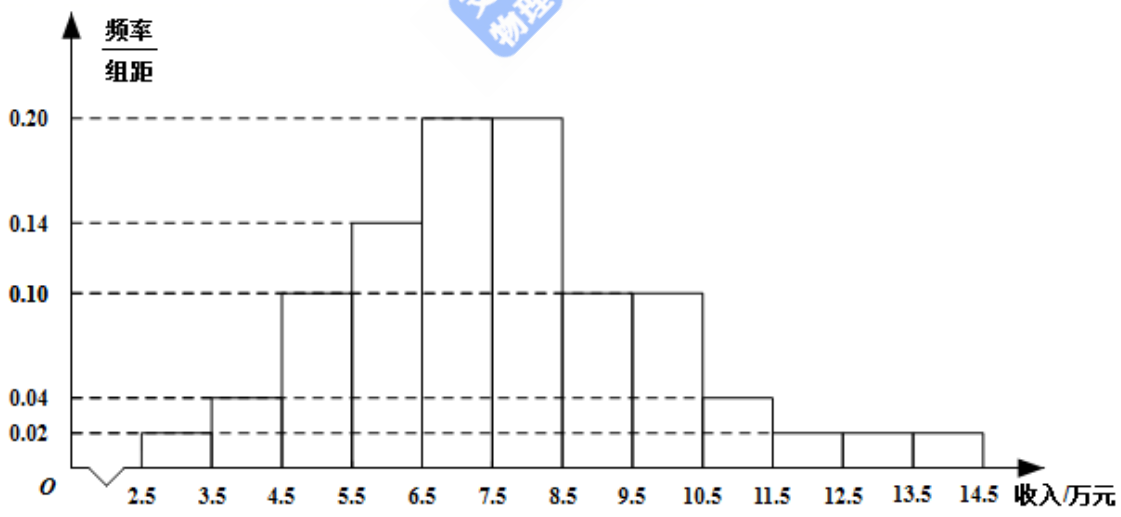
一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $M=\{1,3,5,7,9\}, N=\{x|2x>7\}$，则 $M\cap N=$（　）

A. $\{7,9\}$　　B. $\{5,7,9\}$　　C. $\{3,5,7,9\}$　　D. $\{1,3,5,7,9\}$

2.

为了解某地农村经济情况，对该地农户家庭年收入进行抽样调查，将农户家庭年收入的调查数据整理得到如下频率分布直方图：



根据此频率分布直方图，下面结论中不正确的是（　）

A. 该地农户家庭年收入低于4.5万元的农户比率估计为6%

B. 该地农户家庭年收入不低于10.5万元的农户比率估计为10%

C. 估计该地农户家庭年收入的平均值不超过6.5万元

D. 估计该地有一半以上的农户，其家庭年收入介于4.5万元至8.5万元之间

3. 已知$(1-i)^2z=3+2i$，则$z=$（　）

A. $-1-\frac{3}{2}i$　　B. $-1+\frac{3}{2}i$　　C. $-\frac{3}{2}+i$　　D. $-\frac{3}{2}-i$

4. 下列函数中是增函数的为（　）

A. $f(x)=-x$　　B. $f(x)=\left(\frac{2}{3}\right)^x$　　C. $f(x)=x^2$　　D. $f(x)=\sqrt[3]{x}$

5. 点$(3,0)$到双曲线$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$的一条渐近线的距离为（　）

A. $\frac{9}{5}$　　B. $\frac{8}{5}$　　C. $\frac{6}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

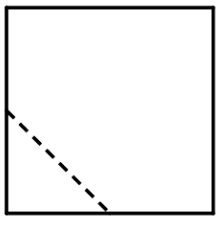
6.

青少年视力是社会普遍关注的问题，视力情况可借助视力表测量．通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据，五分记录法的数据L和小数记录表的数据V的满足$L=5+\lg V$．已知某同学视力的五分记录法的数据为4.9，则其视力的小数记录法的数据为（　）（$\sqrt[10]{10}\approx1.259$）

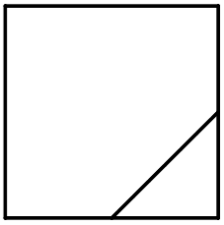
A. 1.5　　B. 1.2　　C. 0.8　　D. 0.6

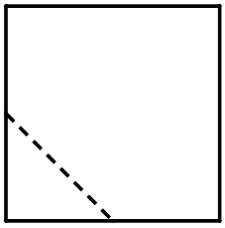
7.

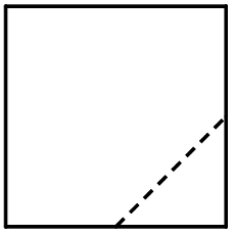
在一个正方体中，过顶点A的三条棱的中点分别为E，F，G．该正方体截去三棱锥$A-EFG$后，所得多面体的三视图中，正视图如图所示，则相应的侧视图是（　）

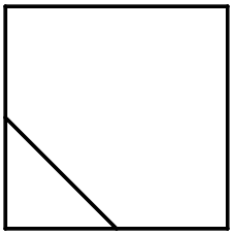


正视图

A. 

B. 

C. 

D. 

8. 在$\triangle ABC$中，已知$B=120°$，$AC=\sqrt{19}$，$AB=2$，则$BC=$（　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. 3

9. 记S_n为等比数列$\{a_n\}$的前n项和.若$S_2=4$，$S_4=6$，则$S_6=$（　）

A. 7　　B. 8　　C. 9　　D. 10

10. 将3个1和2个0随机排成一行，则2个0不相邻的概率为（　）

A. 0.3　　B. 0.5　　C. 0.6　　D. 0.8

11. 若$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right),\tan 2\alpha=\frac{\cos\alpha}{2-\sin\alpha}$，则$\tan\alpha=$（　）

A. $\frac{\sqrt{15}}{15}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

12. 设$f(x)$是定义域为$\boldsymbol{R}$的奇函数，且$f(1+x)=f(-x)$.若$f\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}$，则$f\left(\frac{5}{3}\right)=$（　）

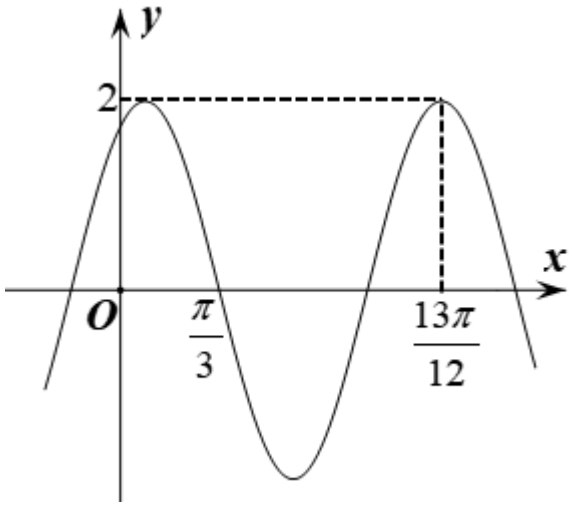
A. $-\frac{5}{3}$　　B. $-\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{5}{3}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 若向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=3,|\vec{a}-\vec{b}|=5,\vec{a}\cdot\vec{b}=1$，则$|\vec{b}|=$_____.

14. 已知一个圆锥的底面半径为6，其体积为30π则该圆锥的侧面积为_____.

15. 已知函数$f(x)=2\cos(\omega x+\varphi)$的部分图像如图所示，则$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=$_____.



16. 已知F_1,F_2为椭圆C：$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$的两个焦点，$P$，$Q$为$C$上关于坐标原点对称的两点，且

$|PQ|=|F_1F_2|$，则四边形 PF_1QF_2 的面积为_____.

三、解答题：共70分.解答应写出交字说明、证明过程程或演算步骤，第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共60分.

17.

甲、乙两台机床生产同种产品，产品按质量分为一级品和二级品，为了比较两台机床产品的质量，分别用两台机床各生产了200件产品，产品的质量情况统计如下表：

	一级品	二级品	合计
甲机床	150	50	200
乙机床	120	80	200
合计	270	130	400

（1）甲机床、乙机床生产的产品中一级品的频率分别是多少?

（2）能否有99%的把握认为甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异?

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

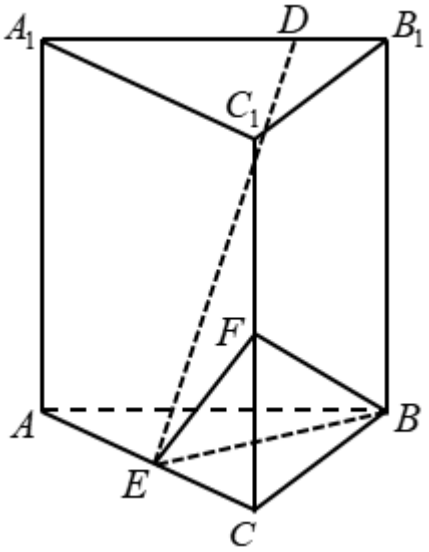
$P\left(K^2\geq k\right)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18.

记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前n项和，已知 $a_n>0, a_2=3a_1$，且数列 $\left\{\sqrt{S_n}\right\}$ 是等差数列，证明：$\{a_n\}$ 是等差数列.

19.

已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 AA_1B_1B 为正方形，$AB=BC=2$，E，F分别为 AC 和 CC_1 的中点，$BF\perp A_1B_1$.



（1）求三棱锥 $F-EBC$ 的体积；

（2）已知D为棱 A_1B_1 上的点，证明： $BF\perp DE$.

20. 设函数 $f(x)=a^2x^2+ax-3\ln x+1$，其中 $a>0$.

（1）讨论 $f\left(x\right)$ 的单调性；

（2）若 $y=f\left(x\right)$ 的图象与 x 轴没有公共点，求a的取值范围.

21. 抛物线C的顶点为坐标原点O. 焦点在x轴上，直线l： $x=1$ 交C于P，Q两点，且 $OP\perp OQ$. 已知点 $M\left(2,0\right)$，且 $\odot M$ 与l相切.

（1）求C， $\odot M$ 的方程；

（2）设 A_1,A_2,A_3 是C上的三个点，直线 A_1A_2， A_1A_3 均与 $\odot M$ 相切. 判断直线 A_2A_3 与 $\odot M$ 的位置关系，并说明理由.

(二)选考题：共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分.

[选修4-4：坐标系与参数方程]

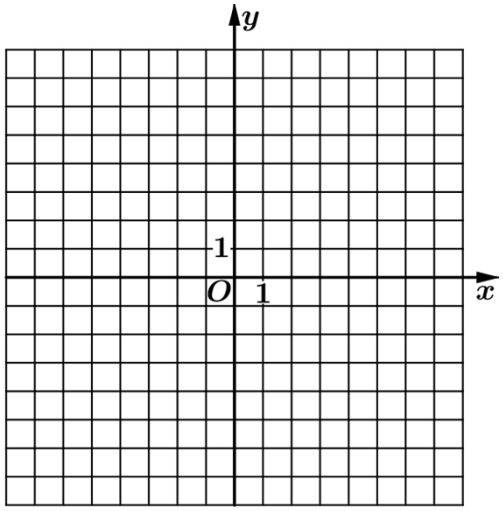
22. 在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C的极坐标方程为 $\rho=2\sqrt{2}\cos\theta$.

（1）将C的极坐标方程化为直角坐标方程；

（2）设点A的直角坐标为 $\left(1,0\right)$，M为C上的动点，点P满足 $\overrightarrow{AP}=\sqrt{2}\overrightarrow{AM}$，写出$P$的轨迹 C_1 的参数方程，并判断C与 C_1 是否有公共点.

[选修4-5：不等式选讲]

23. 已知函数 $f(x)=|x-2|, g(x)=|2x+3|-|2x-1|$.



（1）画出 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 的图像；

（2）若 $f(x+a)\geq g(x)$，求a的取值范围.