

# 2005 年山东高考理科数学真题及答案

第 I 卷 (共 60 分)

参考公式: 如果事件 A、B 互斥, 那么  $P(A+B) = P(A) + P(B)$

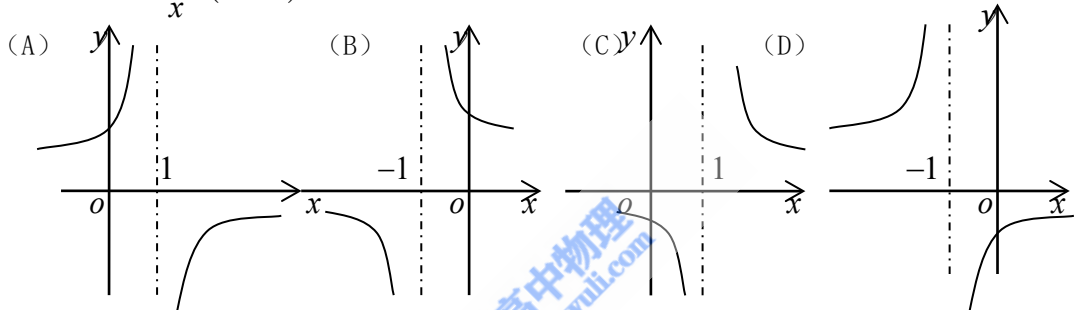
如果事件 A、B 相互独立, 那么  $P(A \cdot B) = P(A)P(B)$

一. 选择题 本大题共 12 小题, 每题 5 分, 共 60 分, 在每小题给出的四个选项中, 选择一个符合题目要求的选项.

(1)  $\frac{1-i}{(1+i)^2} + \frac{1+i}{(1-i)^2} =$  ( )

- (A)  $i$  (B)  $-i$  (C)  $1$  (D)  $-1$

(2) 函数  $y = \frac{1-x}{x} (x \neq 0)$  的反函数图像大致是 ( )



(3) 已知函数  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$ , 则下列判断正确的是 ( )

(A) 此函数的最小周期为  $2\pi$ , 其图像的一个对称中心是  $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$

(B) 此函数的最小周期为  $\pi$ , 其图像的一个对称中心是  $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$

(C) 此函数的最小周期为  $2\pi$ , 其图像的一个对称中心是  $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$

(D) 此函数的最小周期为  $\pi$ , 其图像的一个对称中心是  $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$

(4) 下列函数既是奇函数, 又在区间  $[-1, 1]$  上单调递减的是 ( )

(A)  $f(x) = \sin x$  (B)  $f(x) = -|x+1|$  (C)  $f(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x})$  (D)

$f(x) = \ln \frac{2-x}{2+x}$

(5) 如果  $\left(3x - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$  的展开式中各项系数之和为 128, 则展开式中  $\frac{1}{x^3}$  的系数是 ( )

- (A) 7 (B) -7 (C) 21 (D) -21

(6) 函数  $f(x) = \begin{cases} \sin(\pi x^2), & -1 < x < 0, \\ e^{x-1}, & x \geq 0. \end{cases}$ , 若  $f(10 + f(a)) = 2$ , 则  $a$  的所有可能值为 ( )

- (A) 1 (B)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (C)  $1, -\frac{\sqrt{2}}{2}$  (D)  $1, \frac{\sqrt{2}}{2}$

(7) 已知向量  $\vec{a}, \vec{b}$ , 且  $\vec{AB} = \vec{a} + 2\vec{b}, \vec{BC} = -5\vec{a} + 6\vec{b}, \vec{CD} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$ , 则一定共线的三点是 ( )

- (A) A、B、D (B) A、B、C (C) B、C、D (D) A、C、D

(8) 设地球的半径为  $R$ , 若甲地位于北纬  $45^\circ$  东经  $120^\circ$ , 乙地位于南纬  $75^\circ$  东经  $120^\circ$ , 则甲、乙两地的球面距离为 ( )

- (A)  $\sqrt{3}R$  (B)  $\frac{\pi}{6}R$  (C)  $\frac{5\pi}{6}R$  (D)  $\frac{2\pi}{3}R$

(9) 10 张奖券中只有 3 张有奖, 5 个人购买, 至少有 1 人中奖的概率是 ( )

- (A)  $\frac{3}{10}$  (B)  $\frac{1}{12}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{11}{12}$

(10) 设集合  $A, B$  是全集  $U$  的两个子集, 则  $A \subset B$  是  $(C_U A) \cup B = U$  的 ( )

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(11)  $0 < a < 1$ , 下列不等式一定成立的是 ( )

(A)  $|\log_{(1+a)}(1-a)| + |\log_{(1-a)}(1+a)| > 2$  (B)  $|\log_{(1+a)}(1-a)| < |\log_{(1-a)}(1+a)|$

(C)  $|\log_{(1+a)}(1-a) + \log_{(1-a)}(1+a)| < |\log_{(1+a)}(1-a)| + |\log_{(1-a)}(1+a)|$

(D)  $|\log_{(1+a)}(1-a) - \log_{(1-a)}(1+a)| < |\log_{(1+a)}(1-a)| - |\log_{(1-a)}(1+a)|$

(12) 设直线  $l: 2x + y + 2 = 0$  关于原点对称的直线为  $l'$ , 若  $l'$  与椭圆  $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$  的交点为

A、B, 点  $P$  为椭圆上的动点, 则使  $\Delta PAB$  的面积为  $\frac{1}{2}$  的点  $P$  的个数为 ( )

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

## 第 II 卷 (共 90 分)

二. 填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 答案须填在题中横线上.

(13)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C_n^2 + 2C_n^{n-2}}{(n+1)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(14) 设双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右焦点为  $F$ , 右准线  $l$  与两条渐近线交于  $P, Q$  两

点, 如果  $\Delta PQF$  是直角三角形, 则双曲线的离心率  $e =$  \_\_\_\_\_.

(15) 设  $x$ 、 $y$  满足约束条件 
$$\begin{cases} x+y \leq 5, \\ 3x+2y \leq 12, \\ 0 \leq x \leq 3, \\ 0 \leq y \leq 4. \end{cases}$$
 则使得目标函数  $z = 6x + 5y$  的最大的点  $(x, y)$

是 \_\_\_\_\_.

(16) 已知  $m$ 、 $n$  是不同的直线,  $\alpha$ 、 $\beta$  是不重合的平面, 给出下列命题:

①若  $\alpha // \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta$ , 则  $m // n$

②若  $m, n \subset \alpha, m // \beta$ , 则  $\alpha // \beta$  ③若  $m \perp \alpha, n \perp \beta, m // n$ , 则  $\alpha // \beta$  ④  $m, n$  是两条异面直线,

若  $m // \alpha, m // \beta, n // \alpha, n // \beta$ , 则  $\alpha // \beta$

上面的命题中, 真命题的序号是 \_\_\_\_\_ (写出所有真命题的序号)

三. 解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(17) (本小题满分 12 分)

已知向量  $\vec{m} = (\cos \theta, \sin \theta)$  和  $\vec{n} = (\sqrt{2} - \sin \theta, \cos \theta)$ ,  $\theta \in (\pi, 2\pi)$ , 且  $|\vec{m} + \vec{n}| = \frac{8\sqrt{2}}{5}$ , 求

$\cos\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{8}\right)$  的值.

(18) (本小题满分 12 分)

袋中装有黑球和白球共 7 个, 从中任取 2 个球都是白球的概率为  $\frac{1}{7}$ , 现有甲、乙两人从袋中轮流摸取 1 球, 甲先取, 乙后取, 然后甲再取……取后不放回, 直到两人中有一人取到白球时既终止, 每个球在每一次被取出的机会是等可能的, 用  $\xi$  表示取球终止所需要的取球次数.

(I) 求袋中所有的白球的个数;

(II) 求随机变量  $\xi$  的概率分布;

(III) 求甲取到白球的概率.

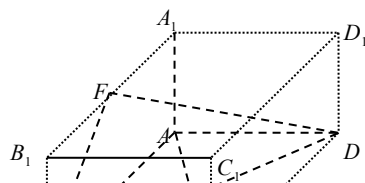
(19) (本小题满分 12 分)

已知  $x = 1$  是函数  $f(x) = mx^3 - 3(m+1)x^2 + nx + 1$  的一个极值点, 其中  $m, n \in R, m < 0$ ,

(I) 求  $m$  与  $n$  的关系式;

(II) 求  $f(x)$  的单调区间;

(III) 当  $x \in [-1, 1]$  时, 函数  $y = f(x)$  的图象上任意一点的切线斜率恒大于  $3m$ , 求  $m$  的



取值范围.

(20) (本小题满分 12 分)

如图, 已知长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ ,  $AB = 2, AA_1 = 1$ ,

直线  $BD$  与平面  $AA_1B_1B$  所成的角为  $30^\circ$ ,  $AE$  垂直  $BD$  于

$E$ ,  $F$  为  $A_1B_1$  的中点.

(I) 求异面直线  $AE$  与  $BF$  所成的角;

(II) 求平面  $BDF$  与平面  $AA_1B$  所成的二面角;

(III) 求点  $A$  到平面  $BDF$  的距离.

(21) (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的首项  $a_1 = 5$ , 前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $S_{n+1} = S_n + n + 5 (n \in \mathbb{N}^*)$

(I) 证明数列  $\{a_n + 1\}$  是等比数列;

(II) 令  $f(x) = a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ , 求函数  $f(x)$  在点  $x = 1$  处的导数  $f'(1)$  并比较

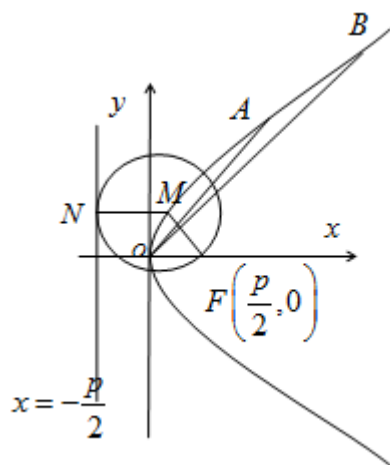
$2f'(1)$  与  $23n^2 - 13n$  的大小.

(22) (本小题满分 14 分)

已知动圆过定点  $\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ , 且与直线  $x = -\frac{p}{2}$  相切, 其中  $p > 0$ .

(I) 求动圆圆心  $C$  的轨迹的方程;

(II) 设  $A, B$  是轨迹  $C$  上异于原点  $O$  的两个不同点, 直线  $OA$  和  $OB$  的倾斜角分别为  $\alpha$  和  $\beta$ , 当  $\alpha, \beta$  变化且  $\alpha + \beta$  为定值  $\theta (0 < \theta < \pi)$  时, 证明直线  $AB$  恒过定点, 并求出该定点的坐标.



参考答案

一. 选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	B	B	D	C	C	A	D	D	A	A	B

二. 填空题

13.  $\frac{3}{2}$       14.  $e = \sqrt{2}$       15.  $(2, 3)$       16. ③④

三. 解答题

17. 考查知识点: (三角和向量相结合)

解:  $\vec{m} + \vec{n} = (\cos\theta - \sin\theta + \sqrt{2}, \cos\theta + \sin\theta)$

$$|\vec{m} + \vec{n}| = \sqrt{(\cos\theta - \sin\theta + \sqrt{2})^2 + (\cos\theta + \sin\theta)^2} =$$

$$\sqrt{4 + 2\sqrt{2}(\cos\theta - \sin\theta)} = \sqrt{4 + 4\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)} = 2\sqrt{1 + \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)}$$

由已知  $|\vec{m} + \vec{n}| = \frac{8\sqrt{2}}{5}$ , 得  $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{7}{25}$  又  $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{8}\right) - 1$

$$\therefore \cos^2\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{8}\right) = \frac{16}{25} \quad \therefore \theta \in (\pi, 2\pi) \quad \therefore \frac{5\pi}{8} < \frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{8} < \frac{9\pi}{8}$$

$$\therefore \cos\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{8}\right) < 0 \quad \therefore \cos\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{8}\right) = -\frac{4}{5}$$

18. (考查知识点: 概率及分布列)

解: (I) 设袋中原有  $n$  个白球, 由题意知  $\frac{1}{7} = \frac{C_n^2}{C_7^2} = \frac{\frac{n(n-1)}{2}}{\frac{7 \times 6}{2}} = \frac{n(n-1)}{7 \times 6}$

可得  $n = 3$  或  $n = -2$  (舍去) 即袋中原有 3 个白球.

(II) 由题意,  $\xi$  的可能取值为 1, 2, 3, 4, 5

$$P(\xi = 1) = \frac{3}{7};$$

$$P(\xi = 2) = \frac{4 \times 3}{7 \times 6} = \frac{2}{7};$$

$$P(\xi = 3) = \frac{4 \times 3 \times 2}{7 \times 6 \times 5} = \frac{6}{35};$$

$$P(\xi = 4) = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 3}{7 \times 6 \times 5 \times 4} = \frac{3}{35};$$

$$P(\xi = 5) = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3} = \frac{1}{35};$$

所以  $\xi$  的分布列为:

$\xi$	1	2	3	4	5
$P$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{6}{35}$	$\frac{3}{35}$	$\frac{1}{35}$

(III) 因为甲先取, 所以甲只有可能在第一次, 第三次和第 5 次取球, 记“甲取到白球”为事件  $A$ , 则  $P(A) = P(\xi = 1) + P(\xi = 3) + P(\xi = 5) = \frac{22}{35}$

19. (考查知识点: 函数结合导数)

解(I)  $f'(x) = 3mx^2 - 6(m+1)x + n$  因为  $x = 1$  是函数  $f(x)$  的一个极值点, 所以  $f'(1) = 0$ ,

即  $3m - 6(m+1) + n = 0$ , 所以  $n = 3m + 6$

(II) 由 (I) 知,  $f'(x) = 3mx^2 - 6(m+1)x + 3m + 6 = 3m(x-1) \left[ x - \left(1 + \frac{2}{m}\right) \right]$

当  $m < 0$  时, 有  $1 > 1 + \frac{2}{m}$ , 当  $x$  变化时,  $f(x)$  与  $f'(x)$  的变化如下表:

$x$	$\left(-\infty, 1 + \frac{2}{m}\right)$	$1 + \frac{2}{m}$	$\left(1 + \frac{2}{m}, 1\right)$	1	$(1, +\infty)$
$f'(x)$	$< 0$	0	$> 0$	0	$< 0$
$f(x)$	单调递减	极小值	单调递增	极大值	单调递减

故有上表知, 当  $m < 0$  时,  $f(x)$  在  $\left(-\infty, 1 + \frac{2}{m}\right)$  单调递减, 在  $\left(1 + \frac{2}{m}, 1\right)$  单调递增, 在  $(1, +\infty)$  上单调递减.

(III) 由已知得  $f'(x) > 3m$ , 即  $mx^2 - 2(m+1)x + 2 > 0$

又  $m < 0$  所以  $x^2 - \frac{2}{m}(m+1)x + \frac{2}{m} < 0$  即  $x^2 - \frac{2}{m}(m+1)x + \frac{2}{m} < 0, x \in [-1, 1]$  ①

设  $g(x) = x^2 - 2\left(1 + \frac{1}{m}\right)x + \frac{2}{m}$ , 其函数开口向上, 由题意知①式恒成立,

所以  $\begin{cases} g(-1) < 0 \\ g(1) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + 2 + \frac{2}{m} + \frac{2}{m} < 0 \\ -1 < 0 \end{cases}$  解之得  $-\frac{4}{3} < m$  又  $m < 0$  所以  $-\frac{4}{3} < m < 0$

即  $m$  的取值范围为  $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$

20. (考查知识点: 立体几何)

解: 在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, 以  $AB$  所在的直线为  $x$  轴, 以  $AD$  所在的直线为  $y$  轴,

$AA_1$  所在的直线为  $z$  轴建立如图示空间直角坐标系

由已知  $AB = 2, AA_1 = 1$ , 可得  $A(0, 0, 0), B(2, 0, 0), F(1, 0, 1)$

又  $AD \perp$  平面  $AA_1B_1B$ , 从而  $BD$  与平面  $AA_1B_1B$  所成的角为  $\angle DBA = 30^\circ$ , 又  $AB = 2$ ,

$AE \perp BD, AE = 1, AD = \frac{2\sqrt{3}}{3}$  从而易得  $E\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right), D\left(0, \frac{2\sqrt{3}}{3}, 0\right)$

$$(I) \text{ 因为 } \overrightarrow{AE} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right), \overrightarrow{BF} = (-1, 0, 1) \text{ 所以 } \cos(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BF}) = \frac{\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BF}}{|\overrightarrow{AE}| |\overrightarrow{BF}|} = \frac{-\frac{1}{2}}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

易知异面直线  $AE, BF$  所成的角为  $\arccos \frac{\sqrt{2}}{4}$

(II) 易知平面  $AA_1B$  的一个法向量  $\vec{m} = (0, 1, 0)$  设  $\vec{n} = (x, y, z)$  是平面  $BDF$  的一个法向量,

$$\overrightarrow{BD} = \left(-2, \frac{2\sqrt{3}}{3}, 0\right) \text{ 由 } \begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{BF} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{BD} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{BF} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + z = 0 \\ 2x - \frac{2\sqrt{3}}{3}y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = z \\ \sqrt{3}x = y \end{cases}$$

即  $\vec{n} = (1, \sqrt{3}, 1)$  所以  $\cos(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \frac{\sqrt{15}}{5}$  即平面  $BDF$  与平面  $AA_1B$  所成的二面角的大小 (锐角) 为  $\arccos \frac{\sqrt{15}}{5}$

大小 (锐角) 为  $\arccos \frac{\sqrt{15}}{5}$

(III) 点  $A$  到平面  $BDF$  的距离, 即  $\overrightarrow{AB}$  在平面  $BDF$  的法向量  $\vec{n}$  上的投影的绝对值,

所以距离  $d = \left| \overrightarrow{AB} \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \vec{n}) \right| = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$  所以点  $A$  到平面  $BDF$  的距离为  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

21. (考查知识点: 数列)

解: 由已知  $S_{n+1} = S_n + n + 5 (n \in N^*)$  可得  $n \geq 2, S_n = 2S_{n-1} + n + 4$  两式相减得

$$S_{n+1} - S_n = 2(S_n - S_{n-1}) + 1 \text{ 即 } a_{n+1} = 2a_n + 1 \text{ 从而 } a_{n+1} + 1 = 2(a_n + 1) \text{ 当 } n = 1 \text{ 时}$$

$$S_2 = 2S_1 + 1 + 5 \text{ 所以 } a_2 + a_1 = 2a_1 + 6 \text{ 又 } a_1 = 5 \text{ 所以 } a_2 = 11 \text{ 从而 } a_2 + 1 = 2(a_1 + 1)$$

故总有  $a_{n+1} + 1 = 2(a_n + 1), n \in N^*$  又  $a_1 = 5, a_1 + 1 \neq 0$  从而  $\frac{a_{n+1} + 1}{a_n + 1} = 2$  即数列  $\{a_n + 1\}$  是

等比数列:

(II) 由 (I) 知  $a_n = 3 \times 2^n - 1$

因为  $f(x) = a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  所以  $f'(x) = a_1 + 2a_2x + \dots + na_nx^{n-1}$

从而  $f'(1) = a_1 + 2a_2 + \dots + na_n = (3 \times 2 - 1) + 2(3 \times 2^2 - 1) + \dots + n(3 \times 2^n - 1)$

$$= 3(2 + 2 \times 2^2 + \dots + n \times 2^n) - (1 + 2 + \dots + n) = 3(n-1) \cdot 2^{n+1} - \frac{n(n+1)}{2} + 6$$

由上  $2f'(1) - (23n^2 - 13n) = 12(n-1) \cdot 2^n - 12(2n^2 - n - 1) =$

$$12(n-1) \cdot 2^n - 12(n-1)(2n+1) = 12(n-1)[2^n - (2n+1)] \text{ ①}$$

当  $n=1$  时, ①式=0 所以  $2f'(1) = 23n^2 - 13n$ ;

当  $n=2$  时, ①式=-12 < 0 所以  $2f'(1) < 23n^2 - 13n$

当  $n \geq 3$  时,  $n-1 > 0$  又  $2^n = (1+1)^n = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n \geq 2n+2 > 2n+1$

所以  $(n-1)[2^n - (2n+1)] > 0$  即 ① > 0 从而  $2f'(1) > 23n^2 - 13n$

22. (考查知识点:圆锥曲线)

解: (I) 如图, 设  $M$  为动圆圆心,  $\left(\frac{p}{2}, 0\right)$  为记为  $F$ , 过点  $M$  作直线  $x = -\frac{p}{2}$  的垂线, 垂

足为  $N$ , 由题意知:  $|MF| = |MN|$  即动点  $M$  到定点  $F$  与定直线  $x = -\frac{p}{2}$  的距离相等, 由抛

物线的定义知, 点  $M$  的轨迹为抛物线, 其中  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$  为焦点,  $x = -\frac{p}{2}$  为准线, 所以轨迹

方程为  $y^2 = 2px (P > 0)$ ;

(II) 如图, 设  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ , 由题意得  $x_1 \neq x_2$  (否则  $\alpha + \beta = \pi$ ) 且  $x_1, x_2 \neq 0$  所

以直线  $AB$  的斜率存在, 设其方程为  $y = kx + b$ , 显然  $x_1 = \frac{y_1^2}{2p}, x_2 = \frac{y_2^2}{2p}$ , 将  $y = kx + b$  与

$y^2 = 2px (P > 0)$  联立消去  $x$ , 得  $ky^2 - 2py + 2pb = 0$  由韦达定理知

$$y_1 + y_2 = \frac{2p}{k}, y_1 \cdot y_2 = \frac{2pb}{k} \text{ ①}$$

(1) 当  $\theta = \frac{\pi}{2}$  时, 即  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$  时,  $\tan \alpha \cdot \tan \beta = 1$  所以  $\frac{y_1}{x_1} \cdot \frac{y_2}{x_2} = 1, x_1x_2 - y_1y_2 = 0$ ,

$\frac{y_1^2 y_2^2}{4p^2} - y_1 y_2 = 0$  所以  $y_1 y_2 = 4p^2$  由①知:  $\frac{2pb}{k} = 4p^2$  所以  $b = 2pk$ . 因此直线  $AB$  的方程

可表示为  $y = kx + 2Pk$ , 即  $k(x + 2P) - y = 0$  所以直线  $AB$  恒过定点  $(-2p, 0)$

(2) 当  $\theta \neq \frac{\pi}{2}$  时, 由  $\alpha + \beta = \theta$ , 得  $\tan \theta = \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} =$

$\frac{2p(y_1 + y_2)}{y_1 y_2 - 4p^2}$  将①式代入上式整理化简可得:  $\tan \theta = \frac{2p}{b - 2pk}$ , 所以  $b = \frac{2p}{\tan \theta} + 2pk$ ,

此时, 直线  $AB$  的方程可表示为  $y = kx + \frac{2p}{\tan \theta} + 2pk$  即  $k(x + 2p) - \left(y - \frac{2p}{\tan \theta}\right) = 0$

所以直线  $AB$  恒过定点  $\left(-2p, \frac{2p}{\tan \theta}\right)$

所以由 (1) (2) 知, 当  $\theta = \frac{\pi}{2}$  时, 直线  $AB$  恒过定点  $(-2p, 0)$ , 当  $\theta \neq \frac{\pi}{2}$  时直线  $AB$  恒过

定点  $\left(-2p, \frac{2p}{\tan \theta}\right)$ .