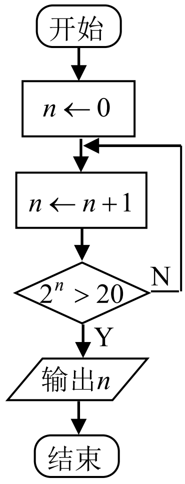
2014年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）

一、填空题：本大题共14小题，每小题5分，共计70分．请把答案填写在答题卡相应位置上．

1. 已知集合$A=\{-2,-1,3,4\}$， $B=\{-1,2,3\}$，则 $A\cap B=$_▲_.

2. 已知复数 $z=(5+2\mathrm{i})^2$ (i为虚数单位),则 z 的实部为_▲_.

3. 右图是一个算法流程图,则输出的 n 的值是_▲_.

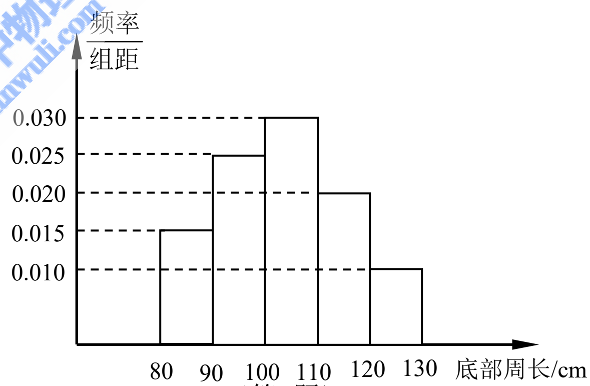


（第3题）

4. 从1,2,3,6这4个数中一次随机地取2个数,则所取2个数的乘积为6的概率是_▲_.

5. 已知函数 $y=\cos x$ 与 $y=\sin(2x+\varphi)$ $(0\leqslant\varphi<\pi)$,zxxk它们的图象有一个横坐标为 $\dfrac{\pi}{3}$ 的交点,则 φ 的值是_▲_.

6. 设抽测的树木的底部周长均在区间[80,130]上,其频率分布直方图如图所示,则在抽测的60株树木中,有_▲_株树木的底部周长小于100cm.



（第6题）

7. 在各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中, $a_2=1$, $a_8=a_6+2a_4$,则 a_6 的值是_▲_.

8. 设甲、乙两个圆柱的底面分别为S_1， S_2，体积分别为V_1， V_2，若它们的侧面积相等，且$\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{9}{4}$，则$\dfrac{V_1}{V_2}$的值是_▲_.

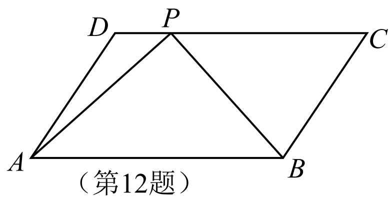
9. 在平面直角坐标系 xOy 中,直线 $x+2y-3=0$ 被圆 $(x-2)^2+(y+1)^2=4$ 截得的弦长为_▲_.

10.

已知函数 $f(x)=x^2+mx-1$,若对于任意 $x\in[m,m+1]$,都有 $f(x)<0$ 成立,则实数 m 的取值范围是__▲__.

11. 在平面直角坐标系 xOy 中，若曲线 $y=ax^2+\dfrac{b}{x}$ (a，b为常数) zxxk过点 $P(2,-5)$，且该曲线在点P处的切线与直线 $7x+2y+3=0$ 平行，则 $a+b$ 的值是__▲__.

12. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，已知 $AB=8$，$AD=5$，$\overrightarrow{CP}=3\overrightarrow{PD}$，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=2$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ 的值是__▲__.



（第12题）

13.

已知 $f(x)$ 是定义在**R**上且周期为3的函数,当 $x\in[0,3)$ 时, $f(x)=|x^2-2x+\dfrac{1}{2}|$.若函数 $y=f(x)-a$ 在区间 $[-3,4]$ 上有10个零点(互不相同),则实数 a 的取值范围是__▲__.

14. 若△ ABC 的内角满足 $\sin A+\sqrt{2}\sin B=2\sin C$,则 $\cos C$ 的最小值是__▲__.

二、解答题：本大题共6小题，共计90分．请在答题卡指定区域内作答，学科网解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.(本小题满分14分)

已知 $\alpha\in(\dfrac{\pi}{2},\pi)$, $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

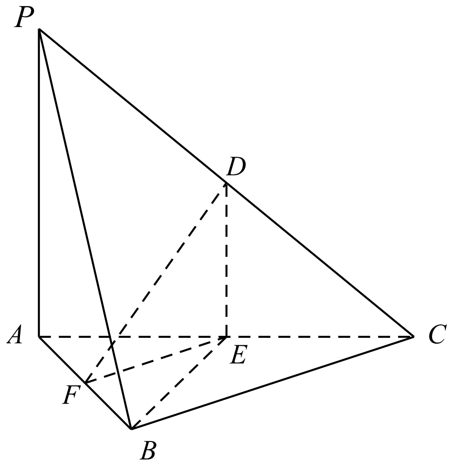
(1)求 $\sin(\dfrac{\pi}{4}+\alpha)$ 的值;

(2)求 $\cos(\dfrac{5\pi}{6}-2\alpha)$ 的值.

16.(本小题满分14分)

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， D，E，F分zxxk别为棱 PC, AC, AB 的中点.已知

$PA \perp AC$, $PA = 6$,
$BC = 8, DF = 5$.
求证: (1)直线 PA // 平面 DEF ;
(2)平面 $BDE \perp$ 平面 ABC .



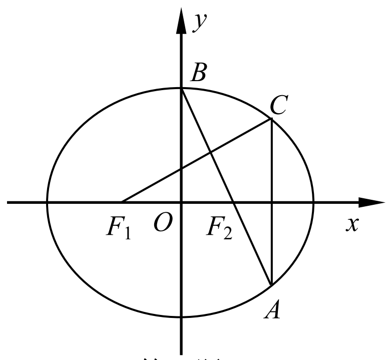
（第16题）

17.(本小题满分14分)

如图,在平面直角坐标系 xOy 中, F_1, F_2 分别是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^3}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，顶点 B 的坐标为 $(0,b)$，连结 BF_2 并延长交椭圆于点A，过点A作 x 轴的垂线交椭圆于另一点C，连结 F_1C .

(1)若点C的坐标为 $(\frac{4}{3},\frac{1}{3})$,且 $BF_2=\sqrt{2}$,求椭圆的方程;

(2)若 $F_1C \perp AB$, 求椭圆离心率e的值.



(第17题)

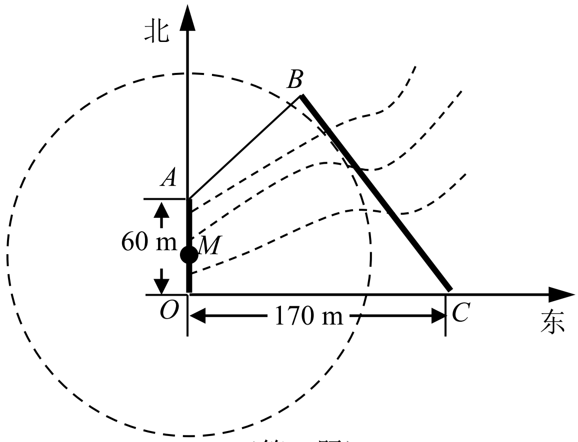
18.(本小题满分16分)

如图,为了保护河上古桥 OA ,规划建一座新桥BC,同时设立一个圆形学科网保护区.规划要求:新桥BC与河岸AB垂直;保护区的边界为圆心M在线段OA上并与BC相切的圆.且古桥两端O和A到该圆上任意一点的距离均不少于80m.

经测量，点A位于点O正北方向60m处，　　　点C位于点O正东方向170m处(OC为河岸)，$\tan\angle BCO=\dfrac{4}{3}$.

(1)求新桥BC的长；

(2)当OM多长时,圆形保护区的面积最大？



（第18题）

19.(本小题满分16分)

已知函数$f(x)=\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}$,其中e是自然对数的底数.

(1)证明: $f(x)$是$\mathbf{R}$上的偶函数；

(2)若关于x的不等式$mf(x)\le \mathrm{e}^{-x}+m-1$在$(0,+\infty)$上恒成立，学科网求实数$m$的取值范围；

(3)已知正数a满足：存在$x_0\in[1,+\infty)$，使得$f(x_0)<a(-x_0^3+3x_0)$成立.试比较e^{a-1}与$a^{\mathrm{e}-1}$的大小，并证明你的结论.

20.(本小题满分16分)

设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n.若对任意正整数n，学科网总存在正整数m，使得$S_n=a_m$，则称$\{a_n\}$是“H数列”.

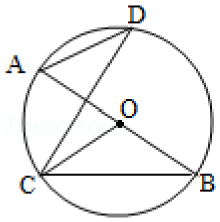
(1)若数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=2^n$ ($n\in\mathbf{N}^*$),证明: $\{a_n\}$是“H数列”；

(2)设$\{a_n\}$ 是等差数列,其首项$a_1=1$,公差$d<0$.若$\{a_n\}$ 是“H数列”,求d的值；

(3)证明：对任意的等差数列$\{a_n\}$，总存在两个“H数列”$\{b_n\}$和$\{c_n\}$，使得$a_n=b_n+c_n$ ($n\in\mathbf{N}^*$)成立.

三、附加题（本大题包括选做题和必做题两部分）（一）选择题（本题包括21、22、23、24四小题，请选定其中两个小题作答，若多做，则按作答的前两个小题评分）【选修4-1：几何证明选讲】

21．（10分）（2014•江苏）如图，AB是圆O的直径，C，D是圆O上位于AB异侧的两点，证明：∠OCB=∠D．



【选修4-2：矩阵与变换】

22．（10分）（2014•江苏）已知矩阵A=$\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 1 & x\end{bmatrix}$，B=$\begin{bmatrix}1 & 1\\ 2 & -1\end{bmatrix}$，向量$\overrightarrow{\alpha}$=$\begin{bmatrix}2\\ y\end{bmatrix}$，x，y为实数，若A$\overrightarrow{\alpha}$=B$\overrightarrow{\alpha}$，求x+y的值．

【选修4-3：极坐标及参数方程】

23．（2014•江苏）在平面直角坐标系xOy中，已知直线l的参数方程为$\begin{cases}x=1-\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=2+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（t为参数），直线l与抛物线$y^2=4x$相交于A，B两点，求线段AB的长．

【选修4-4：不等式选讲】

24．（2014•江苏）已知x＞0，y＞0，证明（$1+x+y^2$）（$1+x^2+y$）≥9xy．

(二）必做题（本部分包括25、26两题，每题10分，共计20分）

25．（10分）（2014•江苏）盒中共有9个球，其中有4个红球，3个黄球和2个绿球，这些球除颜色外完全相同．

（1）从盒中一次随机取出2个球，求取出的2个球颜色相同的概率P；

（2）从盒中一次随机取出4个球，其中红球、黄球、绿球的个数分别记为x_1，x_2，x_3，随机变量X表示x_1，x_2，x_3中的最大数，求X的概率分布和数学期望E（X）．

26．（10分）（2014•江苏）已知函数$f_0(x)=\frac{\sin x}{x}$（x＞0），设$f_n(x)$为$f_{n-1}(x)$的导数，n∈N^*．

（1）求$2f_1\left(\frac{\pi}{2}\right)+\frac{\pi}{2}f_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$的值；

（2）证明：对任意n∈N^*，等式$\left|nf_{n-1}\left(\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{4}f_n\left(\frac{\pi}{4}\right)\right|=\frac{\sqrt{2}}{2}$都成立．