

2015 年普通高等学校招生全国统一考试（陕西卷）

数学（文科）

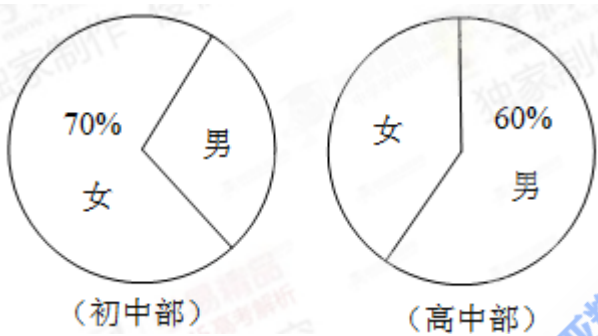
一. 选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）。

1. 设集合 $M = \{x | x^2 = x\}$ ， $N = \{x | \lg x \leq 0\}$ ，则 $M \cup N =$ ()

- A. $[0,1]$ B. $(0,1]$ C. $[0,1)$ D. $(-\infty,1]$

2. 某中学初中部共有 110 名教师，高中部共有 150 名教师，其性别比例如图所示，则该校女教师的人数为 ()

- A. 93 B. 123 C. 137 D. 167



3. 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线经过点 $(-1,1)$ ，则抛物线焦点坐标为 ()

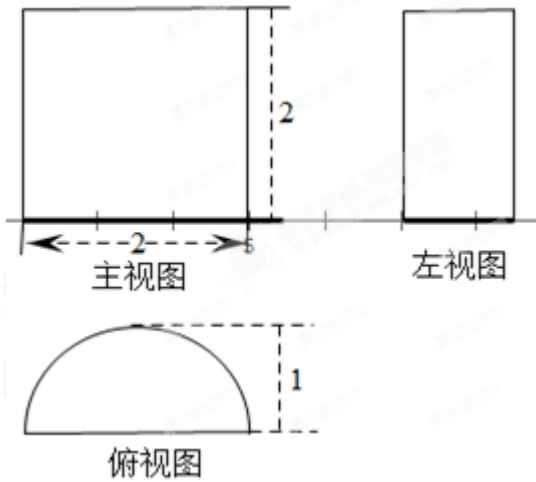
- A. $(-1,0)$ B. $(1,0)$ C. $(0,-1)$ D. $(0,1)$

4. 设 $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ 2^x, & x < 0 \end{cases}$ ，则 $f(f(-2)) =$ ()

- A. -1 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

5. 一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为 ()

- A. 3π B. 4π C. $2\pi + 4$ D. $3\pi + 4$

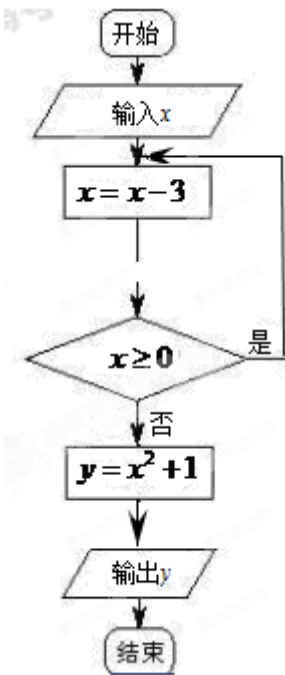


6. “ $\sin \alpha = \cos \alpha$ ”是“ $\cos 2\alpha = 0$ ”的 ()

- A 充分不必要条件 B 必要不充分条件 C 充分必要条件 D 既不充分也不必要

7. 根据右边框图，当输入 x 为6时，输出的 $y = ()$

- A. 1 B. 2 C. 5 D. 10



8. 对任意向量 \vec{a}, \vec{b} ，下列关系式中不恒成立的是 ()

- A. $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$ B. $|\vec{a} - \vec{b}| \leq ||\vec{a}| - |\vec{b}||$ C. $(\vec{a} + \vec{b})^2 = |\vec{a} + \vec{b}|^2$ D. $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2$

9. 设 $f(x) = x - \sin x$ ，则 $f(x) = ()$

- A. 既是奇函数又是减函数 B. 既是奇函数又是增函数
C. 是有零点的减函数 D. 是没有零点的奇函数

10. 设 $f(x) = \ln x, 0 < a < b$, 若 $p = f(\sqrt{ab}), q = f(\frac{a+b}{2}), r = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$, 则下列关系式中正确的是 ()

- A. $q = r < p$ B. $q = r > p$ C. $p = r < q$ D. $p = r > q$

11. 某企业生产甲乙两种产品均需用 A, B 两种原料, 已知生产 1 吨每种产品需原料及每天原料的可用限额表所示, 如果生产 1 吨甲乙产品可获利润分别为 3 万元、4 万元, 则该企业每天可获得最大利润为 ()

	甲	乙	原料限额
A(吨)	3	2	12
B(吨)	1	2	8

- A. 12 万元 B. 16 万元 C. 17 万元 D. 18 万元

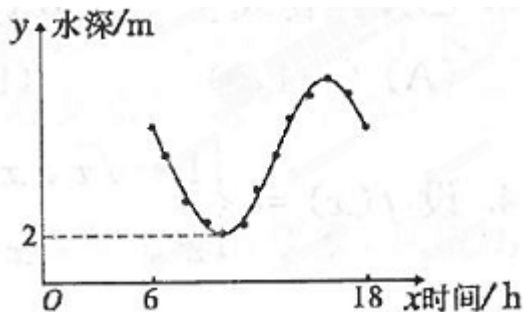
12. 设复数 $z = (x-1) + yi (x, y \in R)$, 若 $|z| \leq 1$, 则 $y \geq x$ 的概率 ()

- A. $\frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi}$ B. $\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}$ C. $\frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi}$ D. $\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}$

二、填空题: 把答案填写在答题卡相应题号后的横线上 (本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分).

13. 中位数为 1010 的一组数构成等差数列, 其末项为 2015, 则该数列的首项为 _____

14. 如图, 某港口一天 6 时到 18 时的水深变化曲线近似满足函数 $y = 3\sin(\frac{\pi}{6}x + \Phi) + k$, 据此函数可知, 这段时间水深(单位: m)的最大值为 _____.



15. 函数 $y = xe^x$ 在其极值点处的切线方程为 _____.

16. 观察下列等式:

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$$

.....

据此规律, 第 n 个等式可为 _____.

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤（本大题共 6 小题，共 75 分）

17. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，向量 $\vec{m} = (a, \sqrt{3}b)$ 与 $\vec{n} = (\cos A, \sin B)$ 平行.

(I) 求 A ;

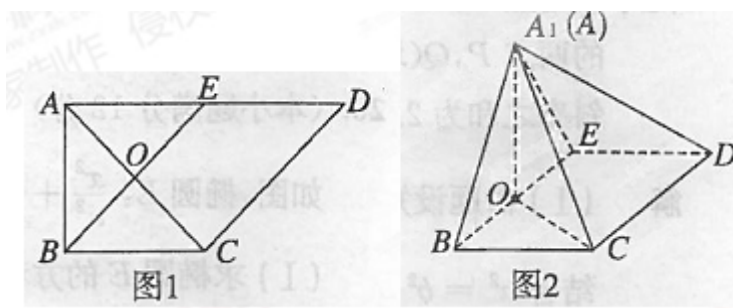
(II) 若 $a = \sqrt{7}, b = 2$ 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. 如图 1，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC, \angle BAD = \frac{\pi}{2}, AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$ ， E 是 AD 的中点， O

是 OC 与 BE 的交点，将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折起到图 2 中 $\triangle A_1BE$ 的位置，得到四棱锥 $A_1 - BCDE$.

(I) 证明： $CD \perp$ 平面 A_1OC ;

(II) 当平面 $A_1BE \perp$ 平面 $BCDE$ 时，四棱锥 $A_1 - BCDE$ 的体积为 $36\sqrt{2}$ ，求 a 的值.



19. 随机抽取一个年份，对西安市该年 4 月份的天气情况进行统计，结果如下：

日期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
天气	晴	雨	阴	阴	阴	雨	阴	晴	晴	晴	阴	晴	晴	晴	晴

日期	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
天气	晴	阴	雨	阴	阴	晴	阴	晴	晴	晴	阴	晴	晴	晴	雨

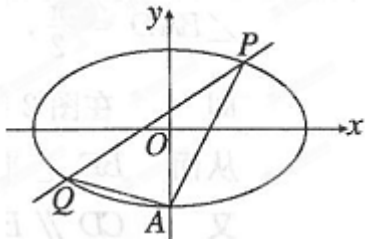
(I) 在 4 月份任取一天，估计西安市在该天不下雨的概率；

(II) 西安市某学校拟从 4 月份的一个晴天开始举行连续两天的运动会，估计运动会期间不下雨的概率.

20. 如图，椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $A(0, -1)$ ，且离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(I) 求椭圆 E 的方程；

(II) 经过点 $(1, 1)$ ，且斜率为 k 的直线与椭圆 E 交于不同两点 P, Q （均异于点 A ），证明：直线 AP 与 AQ 的斜率之和为 2.



21. 设 $f_n(x) = x + x^2 + \dots + x^n - 1, n \in N, n \geq 2$.

(I) 求 $f'_n(2)$;

(II) 证明: $f_n(x)$ 在 $(0, \frac{2}{3})$ 内有且仅有一个零点 (记为 a_n), 且 $0 < a_n - \frac{1}{2} < \frac{1}{3}(\frac{2}{3})^n$.

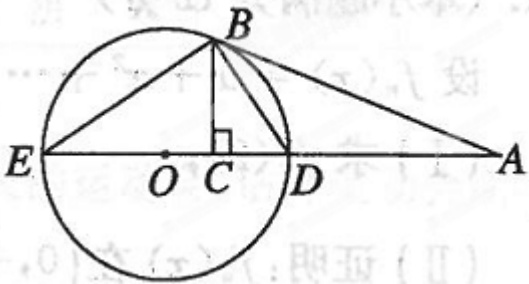
考生注意: 请在 22、23、24 三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号以后的方框涂黑.

22. 选修 4-1: 几何证明选讲

如图, AB 切 $\odot O$ 于点 B , 直线 AO 交 $\odot O$ 于 D, E 两点, $BC \perp DE$, 垂足为 C .

(I) 证明: $\angle CBD = \angle DBA$

(II) 若 $AD = 3DC, BC = \sqrt{2}$, 求 $\odot O$ 的直径.



23. 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = 3 + \frac{1}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} (t \text{ 为参数}),$$
 以原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, $\odot C$ 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{3}\sin\theta$.

(I) 写出 $\odot C$ 的直角坐标方程;

(II) P 为直线 l 上一动点, 当 P 到圆心 C 的距离最小时, 求点 P 的坐标.

24. 选修 4-5: 不等式选讲

已知关于 x 的不等式 $|x + a| < b$ 的解集为 $\{x \mid 2 < x < 4\}$

(I) 求实数 a, b 的值;

(II) 求 $\sqrt{at + 12} + \sqrt{bt}$ 的最大值.