

2009年湖南省高考数学试卷（文科）

参考答案与试题解析

一、选择题（共8小题，每小题5分，满分40分）

1. （5分）（2009•湖南） $\log_2\sqrt{2}$ 的值为（ ）

- A. $-\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

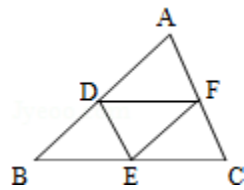
2. （5分）（2009•湖南）抛物线 $y^2=4x$ 的焦点坐标是（ ）

- A. (4, 0) B. (2, 0) C. (1, 0) D. $(\frac{1}{2}, 0)$

3. （5分）（2009•湖南）设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $a_2=3$ ， $a_6=11$ ，则 S_7 等于（ ）

- A. 13 B. 35 C. 49 D. 63

4. （5分）（2009•湖南）如图，D，E，F分别是 $\triangle ABC$ 的边AB，BC，CA的中点，则（ ）



- A. $\vec{AD} + \vec{DF} + \vec{CF} = \vec{0}$ B. $\vec{BD} - \vec{CF} + \vec{DF} = \vec{0}$ C. $\vec{AD} + \vec{CE} - \vec{CF} = \vec{0}$ D. $\vec{BD} - \vec{BE} - \vec{FC} = \vec{0}$

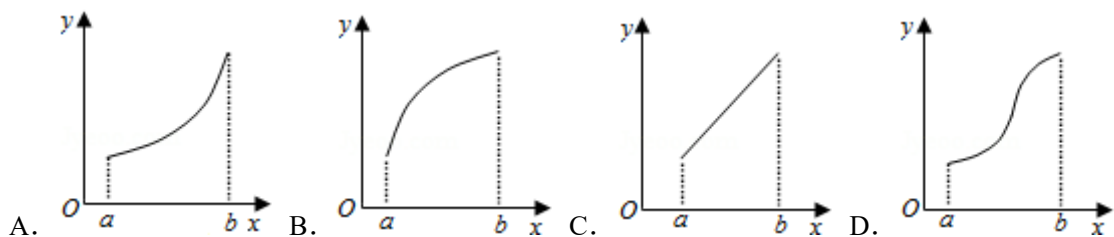
5. （5分）（2009•湖南）某地政府召集5家企业的负责人开会，已知甲企业有2人到会，其余4家企业各有1人到会，会上有3人发言，则这3人来自3家不同企业的可能情况的种数为（ ）

- A. 14 B. 16 C. 20 D. 48

6. （5分）（2009•湖南）平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，既与AB共面也与 CC_1 共面的棱的条数为（ ）

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

7. （5分）（2009•湖南）若函数 $y=f(x)$ 的导函数在区间 $[a, b]$ 上是增函数，则函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的图象可能是（ ）



8. (5分) (2009•湖南) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有定义, 对于给定的正数 K , 定义函数 $f_K(x) = \begin{cases} f(x), & f(x) \leq K \\ K, & f(x) > K \end{cases}$. 取函数 $f(x) = 2^{-|x|}$. 当 $K = \frac{1}{2}$ 时, 函数 $f_K(x)$ 的单调递增区间为 ()
- A. $(-\infty, 0)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-\infty, -1)$ D. $(1, +\infty)$

二、填空题 (共7小题, 每小题5分, 满分35分)

9. (5分) (2009•湖南) 某班共30人, 其中15人喜爱篮球运动, 10人喜爱乒乓球运动, 8人对这两项运动都不喜爱, 则喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为_____.

10. (5分) (2009•湖南) 若 $x > 0$, 则 $x + \frac{2}{x}$ 的最小值为_____.

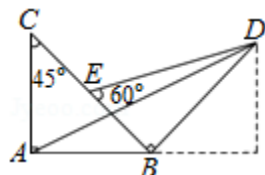
11. (5分) (2009•湖南) 在 $(1 + \sqrt{x})^4$ 的展开式中, x 的系数为_____.

12. (5分) (2009•湖南) 一个总体分为A, B两层, 用分层抽样方法从总体中抽取一个容量为10的样本. 已知B层中每个个体被抽到的概率都为 $\frac{1}{12}$, 则总体中的个体数为_____.

13. (5分) (2009•湖南) 过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一个焦点作圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 的两条切线, 切点分别为A, B. 若 $\angle AOB = 120^\circ$ (O是坐标原点), 则双曲线C的离心率为_____.

14. (5分) (2009•湖南) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $BC = 1, B = 2A$, 则 $\frac{AC}{\cos A}$ 的值等于_____, AC 的取值范围为_____.

15. (5分) (2009•湖南) 如图所示, 把两块斜边长相等的直角三角板拼在一起, 若 $\vec{AD} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$, 则 $x =$ _____, $y =$ _____.



三、解答题 (共6小题, 满分75分)

16. (12分) (2009•湖南) 已知向量 $\vec{a} = (\sin\theta, \cos\theta - 2\sin\theta)$, $\vec{b} = (1, 2)$.

(1) 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 求 $\tan\theta$ 的值;

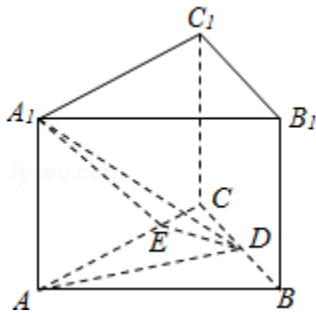
(2) 若 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, $0 < \theta < \pi$, 求 θ 的值.

17. (12分) (2009•湖南) 为拉动经济增长, 某市决定新建一批重点工程, 分别为基础设施工程、民生工程和产业建设工程三类, 这三类工程所含项目的个数分别占总数的 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, 现在3名工人独立地从中任选一个项目参与建设, 选择哪个工程是随机的.

- (I) 求他们选择的项目所属类别互不相同的概率;
 (II) 记 X 为3人中选择的项目属于基础设施工程的人数, 求 X 的分布列及数学期望.

18. (12分) (2009•湖南) 如图, 在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB=4$, $AA_1=\sqrt{7}$, 点 D 是 BC 的中点, 点 E 在 AC 上, 且 $DE \perp A_1E$.

- (1) 证明: 平面 $A_1DE \perp$ 平面 ACC_1A_1 ;
 (2) 求直线 AD 和平面 A_1DE 所成角的正弦值.



19. (13分) (2009•湖南) 已知函数 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx$ 的导函数的图象关于直线 $x=2$ 对称.

- (1) 求 b 的值;
 (2) 若 $f(x)$ 在 $x=t$ 处取得极小值, 记此极小值为 $g(t)$, 求 $g(t)$ 的定义域和值域.

20. (13分) (2009•湖南) 已知椭圆 C 的中心在原点, 焦点在 x 轴上, 以两个焦点和短轴的两个端点为顶点的四边形是一个面积为8的正方形 (记为 Q)

- (1) 求椭圆 C 的方程;
 (2) 设点 P 是椭圆 C 的左准线与 x 轴的交点, 过点 P 的直线 l 与椭圆 C 相交于 M 、 N 两点, 当线段 MN 的中点落在正方形 Q 内 (包括边界) 时, 求直线 l 的斜率的取值范围.

21. (13分) (2009•湖南) 对于数列 $\{u_n\}$ 若存在常数 $M > 0$, 对任意的 $n \in \mathbb{N}^+$, 恒有 $|u_{n+1} - u_n| + |u_n - u_{n-1}| + \dots + |u_2 - u_1| \leq M$ 则称数列 u_n 为 B^- 数列

(1) 首项为1, 公比为 $-\frac{1}{2}$ 的等比数列是否为 B^- 数列? 请说明理由;

(2) 设 s_n 是数列 $\{x_n\}$ 的前 n 项和, 给出下列两组判断:

A组: ① 数列 $\{x_n\}$ 是 B^- 数列. ② 数列 $\{x_n\}$ 不是 B^- 数列.

B组: ③ 数列 $\{s_n\}$ 是 B^- 数列. ④ 数列 $\{s_n\}$ 不是 B^- 数列

请以其中一组的一个论断条件, 另一组中的一个论断为结论组成一个命题判断所给命题的真假, 并证明你的结论;

(3) 若数列 $\{a_n\}$ 是 B^- 数列, 证明: 数列 $\{a_n^2\}$ 也是 B^- 数列.

