2017年北京市高考数学试卷（文科）

参考答案与试题解析

一、选择题

1．（5 分）已知全集 U=R，集合 A={x|x＜－2 或 x＞2}，则C_UA=（　　）

A．（－2，2）　　B．（－∞，－2）∪（2，+∞）

C．［－2，2］　　D．（－∞，－2］∪[2，+∞）

【考点】1F：补集及其运算．

【专题】11：计算题；37：集合思想；5J：集合．

【分析】根据已知中集合 A 和 U，结合补集的定义，可得答案．

【解答】解：∵集合 A={x|x＜－2 或 x＞2}=（－∞，－2）∪（2，+∞），全集 U=R，

∴C_UA=［－2，2］，

故选：C．

【点评】本题考查的知识点是集合的补集及其运算，难度不大，属于基础题．

2．（5 分）若复数（1－i）（a+i）在复平面内对应的点在第二象限，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．（－∞，1）　B．（－∞，－1）　C．（1，+∞）　D．（－1，+∞）

【考点】A1：虚数单位 i、复数．

【专题】35：转化思想；59：不等式的解法及应用；5N：数系的扩充和复数．

【分析】复数（1－i）（a+i）=a+1+（1－a）i 在复平面内对应的点在第二象限，可得$\begin{cases}a+1<0\\1-a>0\end{cases}$，解得 a 范围．

【解答】解：复数（1－i）（a+i）=a+1+（1－a）i 在复平面内对应的点在第二象

限，

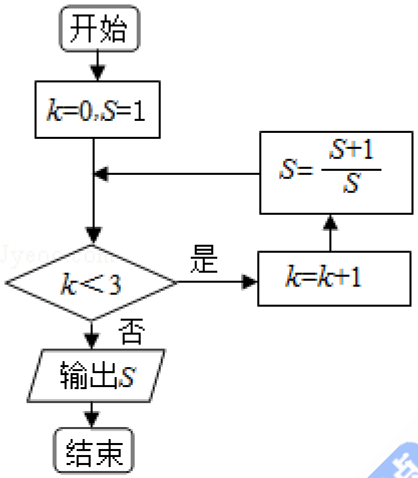
∴$\begin{cases}a+1<0\\1-a>0\end{cases}$，解得 a＜﹣1．

则实数 a 的取值范围是（﹣∞，﹣1）．

故选：B．

【点评】本题考查了复数的运算法则、几何意义、不等式的解法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

3．（5 分）执行如图所示的程序框图，输出的 S 值为（　　）



A．2　　　B．$\frac{3}{2}$　　　C．$\frac{5}{3}$　　　D．$\frac{8}{5}$

【考点】EF：程序框图．

【专题】5K：算法和程序框图．

【分析】由已知中的程序框图可知：该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量 S 的值，模拟程序的运行过程，分析循环中各变量值的变化情况，可得答案．

【解答】解：当 k=0 时，满足进行循环的条件，执行完循环体后，k=1，S=2，

当 k=1 时，满足进行循环的条件，执行完循环体后，k=2，S=$\frac{3}{2}$，

当 k=2 时，满足进行循环的条件，执行完循环体后，k=3，S=$\frac{5}{3}$，

当 k=3 时，不满足进行循环的条件，

故输出结果为：$\frac{5}{3}$，

故选：C．

【点评】本题考查的知识点是程序框图，当循环的次数不多，或有规律时，常采用模拟循环的方法解答．

4．（5 分）若 x，y 满足$\begin{cases}x\leqslant 3\\x+y\geqslant 2\\y\leqslant x\end{cases}$，则 x+2y 的最大值为（　　）

A．1　　B．3　　C．5　　D．9

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11：计算题；31：数形结合；35：转化思想；5T：不等式．

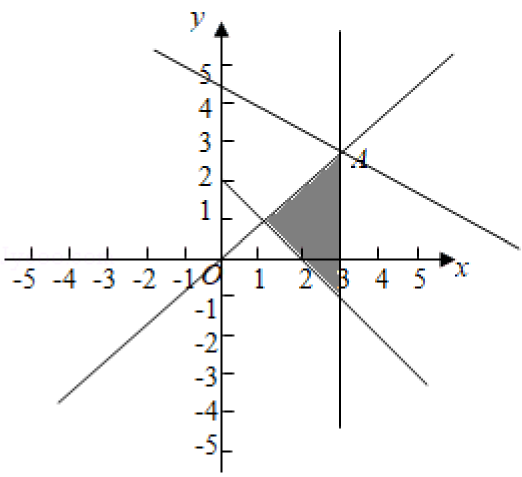
【分析】画出约束条件的可行域，利用目标函数的最优解求解目标函数的最值即可．

【解答】解：x，y 满足$\begin{cases}x\leqslant 3\\x+y\geqslant 2\\y\leqslant x\end{cases}$的可行域如图：

由可行域可知目标函数 z=x+2y 经过可行域的 A 时，取得最大值，由$\begin{cases}x=3\\x=y\end{cases}$，可得 A（3，3），

目标函数的最大值为：3+2×3=9．

故选：D．



【点评】本题考查线性规划的简单应用，画出可行域判断目标函数的最优解是解题的关键．

5．（5 分）已知函数 $f(x)=3^x-\left(\frac{1}{3}\right)^x$，则 $f(x)$（　　）

A．是偶函数，且在 R 上是增函数　　B．是奇函数，且在 R 上是增函数

C．是偶函数，且在 R 上是减函数　　D．是奇函数，且在 R 上是减函数

【考点】3N：奇偶性与单调性的综合．

【专题】2A：探究型；4O：定义法；51：函数的性质及应用．

【分析】由已知得 $f(-x)=-f(x)$，即函数 $f(x)$ 为奇函数，由函数 $y=3^x$ 为增函数，$y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 为减函数，结合"增"－"减"="增"可得答案．

【解答】解：$f(x)=3^x-\left(\frac{1}{3}\right)^x=3^x-3^{-x}$，

$\therefore f(-x)=3^{-x}-3^x=-f(x)$，

即函数 $f(x)$ 为奇函数，

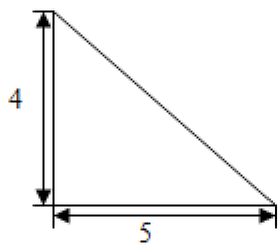
又由函数 $y=3^x$ 为增函数，$y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 为减函数，

故函数 $f(x)=3^x-\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 为增函数，

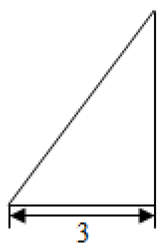
故选：B．

【点评】本题考查的知识点是函数的奇偶性，函数的单调性，是函数图象和性质的综合应用，难度不大，属于基础题．

6．（5 分）某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为（　　）



正（主）视图



侧（左）视图

俯视图

A．60　　B．30　　C．20　　D．10

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

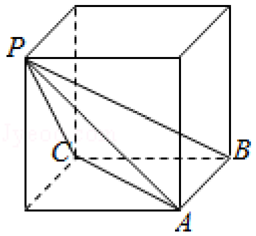
【专题】31：数形结合；35：转化思想；5F：空间位置关系与距离．

【分析】由三视图可知：该几何体为三棱锥，如图所示．

【解答】解：由三视图可知：该几何体为三棱锥，

该三棱锥的体积$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times5\times3\times4=10$．

故选：D．



【点评】本题考查了三棱锥的三视图、体积计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

7．（5 分）设$\vec{m}$，$\vec{n}$为非零向量，则“存在负数 λ，使得$\vec{m}=\lambda\vec{n}$”是“$\vec{m}\bullet\vec{n}<0$”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

【考点】29：充分条件、必要条件、充要条件．

【专题】35：转化思想；5A：平面向量及应用；5L：简易逻辑．

【分析】$\vec{m}$，$\vec{n}$为非零向量，存在负数 λ，使得$\vec{m}=\lambda\vec{n}$，则向量$\vec{m}$，$\vec{n}$共线且方向相反，可得$\vec{m}\bullet\vec{n}<0$．反之不成立，非零向量$\vec{m}$，$\vec{n}$的夹角为钝角，满足$\vec{m}\bullet\vec{n}<0$，而$\vec{m}=\lambda\vec{n}$不成立．即可判断出结论．

【解答】解：$\vec{m}$，$\vec{n}$为非零向量，存在负数 λ，使得$\vec{m}=\lambda\vec{n}$，则向量$\vec{m}$，$\vec{n}$共线且方向相反，可得$\vec{m}\bullet\vec{n}<0$．

反之不成立，非零向量$\vec{m}$，$\vec{n}$的夹角为钝角，满足$\vec{m}\bullet\vec{n}<0$，而$\vec{m}=\lambda\vec{n}$不成立．

∴$\overrightarrow{m}$，$\overrightarrow{n}$为非零向量，则“存在负数λ，使得$\overrightarrow{m}=\lambda\overrightarrow{n}$”是$\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{n}<0$”的充分不必要条件．

故选：A．

【点评】本题考查了向量共线定理、向量夹角公式、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

8．（5 分）根据有关资料，围棋状态空间复杂度的上限 M 约为 3^{361}，而可观测宇宙中普通物质的原子总数 N 约为 10^{80}，则下列各数中与$\frac{M}{N}$最接近的是（　　）

（参考数据：lg3≈0.48）

A．10^{33}　　B．10^{53}　　C．10^{73}　　D．10^{93}

【考点】4G：指数式与对数式的互化．

【专题】11：计算题．

【分析】根据对数的性质：$T=a^{\log_a T}$，可得：$3=10^{\lg3}\approx10^{0.48}$，代入 M 将 M 也化为 10 为底的指数形式，进而可得结果．

【解答】解：由题意：$M\approx3^{361}$，$N\approx10^{80}$，

根据对数性质有：$3=10^{\lg3}\approx10^{0.48}$，

∴$M\approx3^{361}\approx(10^{0.48})^{361}\approx10^{173}$，

∴$\frac{M}{N}\approx\frac{10^{173}}{10^{80}}=10^{93}$，

故选：D．

【点评】本题解题关键是将一个给定正数 T 写成指数形式：$T=a^{\log_a T}$，考查指数形式与对数形式的互化，属于简单题．

二、填空题

9．（5 分）在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 与角 β 均以 Ox 为始边，它们的终边关于 y 轴对称，若 $\sin\alpha=\frac{1}{3}$，则 $\sin\beta=$___$\frac{1}{3}$___．

【考点】GF：三角函数的恒等变换及化简求值．

【专题】11：计算题；35：转化思想；4O：定义法；56：三角函数的求值．

【分析】推导出 $\alpha+\beta=\pi+2k\pi$，$k\in Z$，从而 $\sin\beta=\sin(\pi+2k\pi-\alpha)=\sin\alpha$，由此能求出结果．

【解答】解：∵在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 与角 β 均以 Ox 为始边，它们的终边关于 y 轴对称，

∴$\alpha+\beta=\pi+2k\pi$，$k\in Z$，

∵$\sin\alpha=\frac{1}{3}$，

∴$\sin\beta=\sin(\pi+2k\pi-\alpha)=\sin\alpha=\frac{1}{3}$．

故答案为：$\frac{1}{3}$．

【点评】本题考查角的正弦值的求法，考查对称角、诱导公式，正弦函数等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力、空间想象能力，考查数形结合思想、化归与转化思想，是基础题．

10．（5 分）若双曲线 $x^2-\frac{y^2}{m}=1$ 的离心率为$\sqrt{3}$，则实数 m=__2__．

【考点】KC：双曲线的性质．

【专题】11：计算题；35：转化思想；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】利用双曲线的离心率，列出方程求和求解 m 即可．

【解答】解：双曲线 $x^2-\frac{y^2}{m}=1$（$m>0$）的离心率为$\sqrt{3}$，

可得：$\frac{\sqrt{1+m}}{1}=\sqrt{3}$，

解得 m=2．

故答案为：2．

【点评】本题考查双曲线的简单性质，考查计算能力．

11．（5 分）已知 $x\geqslant0$，$y\geqslant0$，且 $x+y=1$，则 x^2+y^2 的取值范围是__$[\frac{1}{2}，1]$__．

【考点】3V：二次函数的性质与图象．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；51：函数的性质及应用．

【分析】利用已知条件转化所求表达式，通过二次函数的性质求解即可．

【解答】解：$x\geqslant 0$，$y\geqslant 0$，且 $x+y=1$，则 $x^2+y^2=x^2+(1-x)^2=2x^2-2x+1$，$x\in[0,1]$，

则令 $f(x)=2x^2-2x+1$，$x\in[0,1]$，函数的对称轴为：$x=\frac{1}{2}$，开口向上，

所以函数的最小值为：$f(\frac{1}{2})=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$．

最大值为：$f(1)=2-2+1=1$．

则 x^2+y^2 的取值范围是：$[\frac{1}{2},1]$．

故答案为：$[\frac{1}{2},1]$．

【点评】本题考查二次函数的简单性质的应用，考查转化思想以及计算能力．

12．（5 分）已知点 P 在圆 $x^2+y^2=1$ 上，点 A 的坐标为（－2，0），O 为原点，则 $\overrightarrow{AO}\bullet\overrightarrow{AP}$的最大值为__6__．

【考点】9O：平面向量数量积的性质及其运算．

【专题】35：转化思想；56：三角函数的求值；5A：平面向量及应用；5B：直线与圆．

【分析】设 $P(\cos\alpha,\sin\alpha)$．可得$\overrightarrow{AO}=(2,0)$，$\overrightarrow{AP}=(\cos\alpha+2,\sin\alpha)$．利用数量积运算性质、三角函数的单调性与值域即可得出．

【解答】解：设 $P(\cos\alpha,\sin\alpha)$．$\overrightarrow{AO}=(2,0)$，$\overrightarrow{AP}=(\cos\alpha+2,\sin\alpha)$．

则$\overrightarrow{AO}\bullet\overrightarrow{AP}=2(\cos\alpha+2)\leqslant 6$，当且仅当 $\cos\alpha=1$ 时取等号．

故答案为：6．

【点评】本题考查了数量积运算性质、三角函数的单调性与值域、圆的参数方程，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

13．（5 分）能够说明“设 a，b，c 是任意实数．若 a＞b＞c，则 a+b＞c”是假命题

的一组整数 a，b，c 的值依次为 __﹣1，﹣2，﹣3__．

【考点】FC：反证法．

【专题】11：计算题；35：转化思想；4O：定义法；5L：简易逻辑．

【分析】设 a，b，c 是任意实数．若 $a>b>c$，则 $a+b>c$”是假命题，则若 $a>b>c$，则 $a+b\leqslant c$”是真命题，举例即可，本题答案不唯一

【解答】解：设 a，b，c 是任意实数．若 $a>b>c$，则 $a+b>c$”是假命题，

则若 $a>b>c$，则 $a+b\leqslant c$”是真命题，

可设 a，b，c 的值依次﹣1，﹣2，﹣3，（答案不唯一），

故答案为：﹣1，﹣2，﹣3

【点评】本题考查了命题的真假，举例说明即可，属于基础题．

14．（5 分）某学习小组由学生和教师组成，人员构成同时满足以下三个条件：

（i）男学生人数多于女学生人数；

（ii）女学生人数多于教师人数；

（iii）教师人数的两倍多于男学生人数．

①若教师人数为 4，则女学生人数的最大值为 __6__．

②该小组人数的最小值为 __12__．

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11：计算题；5L：简易逻辑；5M：推理和证明．

【分析】①设男学生女学生分别为 x，y 人，若教师人数为 4，则$\begin{cases}x>y\\y>4\\2\times4>x\end{cases}$，进而可得答案；

②设男学生女学生分别为 x，y 人，教师人数为 z，则$\begin{cases}x>y\\y>z\\2z>x\end{cases}$，进而可得答案；

【解答】解：①设男学生女学生分别为 x，y 人，

若教师人数为 4，

则$\begin{cases}x>y\\y>4\\2\times4>x\end{cases}$，即 $4<y<x<8$，

即 x 的最大值为 7，y 的最大值为 6，

即女学生人数的最大值为 6.

②设男学生女学生分别为 x，y 人，教师人数为 z，

则$\begin{cases}x>y\\y>z\\2z>x\end{cases}$，即 $z<y<x<2z$

即 z 最小为 3 才能满足条件，

此时 x 最小为 5，y 最小为 4，

即该小组人数的最小值为 12，

故答案为：6，12

【点评】本题考查的知识点是推理和证明，简易逻辑，线性规划，难度中档.

三、解答题

15.（13 分）已知等差数列$\{a_n\}$和等比数列$\{b_n\}$满足 $a_1=b_1=1$，$a_2+a_4=10$，$b_2b_4=a_5$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）求和：$b_1+b_3+b_5+\ldots+b_{2n-1}$.

【考点】8E：数列的求和；8M：等差数列与等比数列的综合.

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；54：等差数列与等比数列.

【分析】（Ⅰ）利用已知条件求出等差数列的公差，然后求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）利用已知条件求出公比，然后求解数列的和即可.

【解答】解：（Ⅰ）等差数列$\{a_n\}$，$a_1=1$，$a_2+a_4=10$，可得：$1+d+1+3d=10$，解得 $d=2$，

所以$\{a_n\}$的通项公式：$a_n=1+（n-1）\times2=2n-1$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）可得 $a_5=a_1+4d=9$，

等比数列$\{b_n\}$满足 $b_1=1$，$b_2b_4=9$．可得 $b_3=3$，或 -3（舍去）（等比数列奇数项符号相同）.

$\therefore q^2=3$，

$\{b_{2n-1}\}$是等比数列，公比为 3，首项为 1．

$b_1+b_3+b_5+\ldots+b_{2n-1}=\frac{1(1-q^{2n})}{1-q^2}=\frac{3^n-1}{2}$．

【点评】本题考查等差数列与等比数列的应用，数列求和以及通项公式的求解，考查计算能力．

16．（13 分）已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\cos(2x-\frac{\pi}{3})-2\sin x\cos x$．

（I）求 f（x）的最小正周期；

（II）求证：当 $x\in[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$时，$f(x)\geqslant-\frac{1}{2}$．

【考点】GA：三角函数线；GL：三角函数中的恒等变换应用；H1：三角函数的周期性．

【专题】11：计算题；35：转化思想；4O：定义法；56：三角函数的求值；57：三角函数的图像与性质．

【分析】（Ⅰ）根据两角差的余弦公式和两角和正弦公式即可求出 $f(x)\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，根据周期的定义即可求出，

（Ⅱ）根据正弦函数的图象和性质即可证明．

【解答】解：（Ⅰ）$f(x)=\sqrt{3}\cos(2x-\frac{\pi}{3})-2\sin x\cos x$，

$=\sqrt{3}(\frac{1}{2}\mathrm{co}2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x)-\sin 2x$，

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}\sin 2x$，

$=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，

$\therefore T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，

$\therefore f(x)$的最小正周期为 π，

（Ⅱ）$\because x\in[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$，

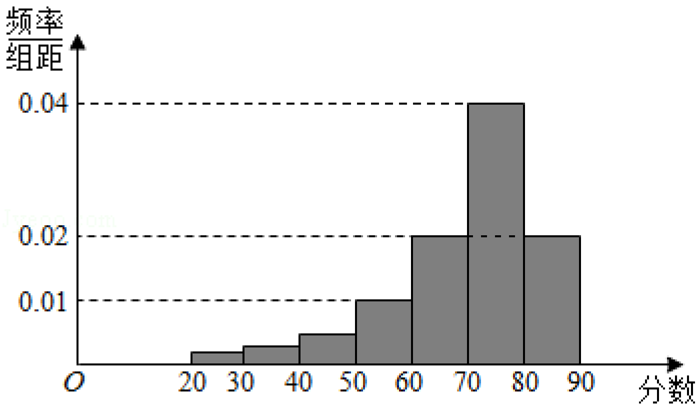
$\therefore 2x+\frac{\pi}{3}\in[-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}]$，

$\therefore -\frac{1}{2}\leqslant\sin(2x+\frac{\pi}{3})\leqslant 1$，

$\therefore f(x)\geqslant -\frac{1}{2}$

【点评】本题考查了三角函数的化简以及周期的定义和正弦函数的图象和性质，属于基础题

17.（13 分）某大学艺术专业 400 名学生参加某次测评，根据男女学生人数比例，使用分层抽样的方法从中随机抽取了 100 名学生，记录他们的分数，将数据分成 7 组：[20，30)，[30，40)，…[80，90]，并整理得到如下频率分布直方图：



（Ⅰ）从总体的 400 名学生中随机抽取一人，估计其分数小于 70 的概率；

（Ⅱ）已知样本中分数小于 40 的学生有 5 人，试估计总体中分数在区间[40，50）内的人数；

（Ⅲ）已知样本中有一半男生的分数不小于 70，且样本中分数不小于 70 的男女生人数相等．试估计总体中男生和女生人数的比例．

【考点】B8：频率分布直方图；CB：古典概型及其概率计算公式．

【专题】11：计算题；27：图表型；5I：概率与统计．

【分析】（Ⅰ）根据频率=组距×高，可得分数小于 70 的概率为：$1-(0.04+0.02)\times 10$；

（Ⅱ）先计算样本中分数小于 40 的频率，进而计算分数在区间[40，50）内的频率，可估计总体中分数在区间[40，50）内的人数；

（Ⅲ）已知样本中有一半男生的分数不小于 70，且样本中分数不小于 70 的男女

生人数相等．进而得到答案．

【解答】解：（Ⅰ）由频率分布直方图知：分数小于 70 的频率为：1﹣（0.04+0.02）×10=0.4

故从总体的 400 名学生中随机抽取一人，估计其分数小于 70 的概率为 0.4；

（Ⅱ）已知样本中分数小于 40 的学生有 5 人，

故样本中分数小于 40 的频率为：0.05，

则分数在区间[40，50）内的频率为：1﹣（0.04+0.02+0.02+0.01）×10﹣0.05=0.05，

估计总体中分数在区间[40，50）内的人数为 400×0.05=20 人，

（Ⅲ）样本中分数不小于 70 的频率为：0.6，

由于样本中分数不小于 70 的男女生人数相等．

故分数不小于 70 的男生的频率为：0.3，

由样本中有一半男生的分数不小于 70，

故男生的频率为：0.6，

即女生的频率为：0.4，

即总体中男生和女生人数的比例约为：3：2．

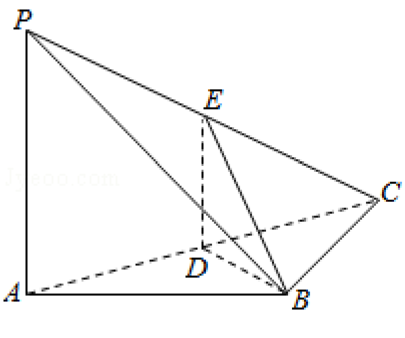
【点评】本题考查的知识点是频率分布直方图，用样本估计总体，难度不大，属于基础题．

18．（14 分）如图，在三棱锥 P﹣ABC 中，PA⊥AB，PA⊥BC，AB⊥BC，PA=AB=BC=2，D 为线段 AC 的中点，E 为线段 PC 上一点．

（1）求证：PA⊥BD；

（2）求证：平面 BDE⊥平面 PAC；

（3）当 PA∥平面 BDE 时，求三棱锥 E﹣BCD 的体积．



【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LW：直线与平面垂直；LY：平面与平面垂直．

【专题】35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】（1）运用线面垂直的判定定理可得 PA⊥平面 ABC，再由性质定理即可得证；

（2）要证平面 BDE⊥平面 PAC，可证 BD⊥平面 PAC，由（1）运用面面垂直的判定定理可得平面 PAC⊥平面 ABC，再由等腰三角形的性质可得 BD⊥AC，运用面面垂直的性质定理，即可得证；

（3）由线面平行的性质定理可得 PA∥DE，运用中位线定理，可得 DE 的长，以及 DE⊥平面 ABC，求得三角形 BCD 的面积，运用三棱锥的体积公式计算即可得到所求值．

【解答】解：（1）证明：由 PA⊥AB，PA⊥BC，

AB⊂平面 ABC，BC⊂平面 ABC，且 AB∩BC=B，

可得 PA⊥平面 ABC，

由 BD⊂平面 ABC，

可得 PA⊥BD；

（2）证明：由 AB=BC，D 为线段 AC 的中点，

可得 BD⊥AC，

由 PA⊥平面 ABC，PA⊂平面 PAC，

可得平面 PAC⊥平面 ABC，

又平面 PAC∩平面 ABC=AC，

BD⊂平面 ABC，且 BD⊥AC，

即有 BD⊥平面 PAC，

BD⊂平面 BDE，

可得平面 BDE⊥平面 PAC；

（3）PA∥平面 BDE，PA⊂平面 PAC，

且平面 PAC∩平面 BDE=DE，

可得 PA∥DE，

又 D 为 AC 的中点，

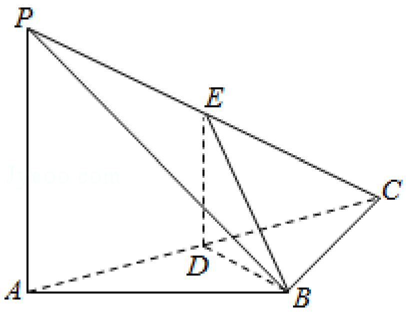
可得 E 为 PC 的中点，且 DE=$\frac{1}{2}$PA=1，

由 PA⊥平面 ABC，

可得 DE⊥平面 ABC，

可得 $S_{\triangle BDC}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times2\times2=1$，

则三棱锥 E﹣BCD 的体积为$\frac{1}{3}DE\bullet S_{\triangle BDC}=\frac{1}{3}\times1\times1=\frac{1}{3}$.



【点评】本题考查空间的线线、线面和面面的位置关系的判断，主要是平行和垂直的关系，注意运用线面平行的性质定理以及线面垂直的判定定理和性质定理，面面垂直的判定定理和性质定理，同时考查三棱锥的体积的求法，考查空间想象能力和推理能力，属于中档题.

19.（14 分）已知椭圆 C 的两个顶点分别为 A（﹣2，0），B（2，0），焦点在 x 轴上，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）点 D 为 x 轴上一点，过 D 作 x 轴的垂线交椭圆 C 于不同的两点 M，N，过 D 作 AM 的垂线交 BN 于点 E．求证：△BDE 与△BDN 的面积之比为 4：5．

【考点】K3：椭圆的标准方程；KL：直线与椭圆的综合.

【专题】31：数形结合；44：数形结合法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】（Ⅰ）由题意设椭圆方程，由 a=2，根据椭圆的离心率公式，即可求得 c，则 $b^2=a^2-c^2=1$，即可求得椭圆的方程；

（Ⅱ）由题意分别求得 DE 和 BN 的斜率及方程，联立即可求得 E 点坐标，根据

三角形的相似关系，即可求得$\frac{|BE|}{|BN|}=\frac{4}{5}$，因此可得△BDE 与△BDN 的面积之比为 4：5．

【解答】解：（Ⅰ）由椭圆的焦点在 x 轴上，设椭圆方程：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0），

则 a=2，$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $c=\sqrt{3}$，

$b^2=a^2-c^2=1$，

∴椭圆 C 的方程$\frac{x^2}{4}+y^2=1$；

（Ⅱ）证明：设 D（x_0，0），（﹣2＜x_0＜2），M（x_0，y_0），N（x_0，﹣y_0），y_0＞0，

由 M，N 在椭圆上，则$\frac{x_0^2}{4}+y_0^2=1$，则 $x_0^2=4-4y_0^2$，

则直线 AM 的斜率 $k_{AM}=\frac{y_0-0}{x_0+2}=\frac{y_0}{x_0+2}$，直线 DE 的斜率 $k_{DE}=-\frac{x_0+2}{y_0}$，

直线 DE 的方程：$y=-\frac{x_0+2}{y_0}(x-x_0)$，

直线 BN 的斜率 $k_{BN}=\frac{-y_0}{x_0-2}$，直线 BN 的方程 $y=\frac{-y_0}{x_0-2}(x-2)$，

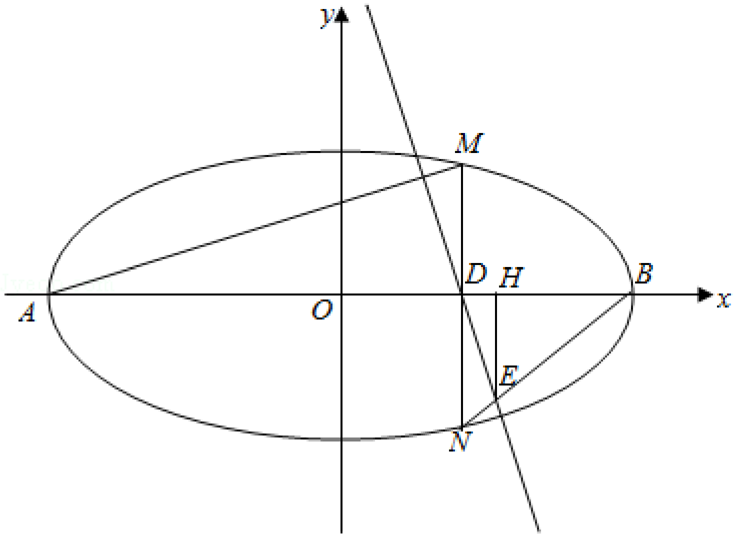
$\begin{cases}y=\frac{x_0+2}{y_0}(x-x_0)\\ y=\frac{y_0}{x_0-2}(x-2)\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x=\frac{4x_0+2}{5}\\ y=\frac{4}{5}y_0\end{cases}$，

过 E 做 EH⊥x 轴，△BHE∽△BDN，

则$|EH|=\frac{4y_0}{5}$，

则$\frac{|EH|}{|ND|}=\frac{4}{5}$，

∴：△BDE 与△BDN 的面积之比为 4：5．



【点评】本题考查椭圆的标准方程及简单几何性质，直线与椭圆的位置关系，直线的斜率公式，相似三角形的应用，考查数形结合思想，属于中档题．

20．（13 分）已知函数 $f(x)=e^x\cos x-x$．

（1）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（2）求函数 $f(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值．

【考点】6E：利用导数研究函数的最值；6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】34：方程思想；48：分析法；53：导数的综合应用．

【分析】（1）求出 $f(x)$ 的导数，可得切线的斜率和切点，由点斜式方程即可得到所求方程；

（2）求出 $f(x)$ 的导数，再令 $g(x)=f'(x)$，求出 $g(x)$ 的导数，可得 $g(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 的单调性，即可得到 $f(x)$ 的单调性，进而得到 $f(x)$ 的最值．

【解答】解：（1）函数 $f(x)=e^x\cos x-x$ 的导数为 $f'(x)=e^x(\cos x-\sin x)-1$，

可得曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线斜率为 $k=e^0(\cos 0-\sin 0)-1=0$，

切点为 $(0,e^0\cos 0-0)$，即为 $(0,1)$，

曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程为 $y=1$；

（2）函数 $f(x)=e^x\cos x-x$ 的导数为 $f'(x)=e^x(\cos x-\sin x)-1$，

令 $g(x)=e^x(\cos x-\sin x)-1$，

则 $g(x)$ 的导数为 $g'(x)=e^x(\cos x-\sin x-\sin x-\cos x)=-2e^x\bullet\sin x$，

当 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，可得 $g'(x)=-2e^x\bullet\sin x\leqslant 0$，

即有 $g(x)$ 在$[0,\frac{\pi}{2}]$递减，可得 $g(x)\leqslant g(0)=0$，

则 $f(x)$ 在$[0,\frac{\pi}{2}]$递减，

即有函数 $f(x)$ 在区间$[0,\frac{\pi}{2}]$上的最大值为 $f(0)=e^0\cos 0-0=1$；

最小值为 $f(\frac{\pi}{2})=e^{\frac{\pi}{2}}\cos\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}=-\frac{\pi}{2}$.

【点评】本题考查导数的运用：求切线的方程和单调区间、最值，考查化简整理的运算能力，正确求导和运用二次求导是解题的关键，属于中档题.