

2016年山东省高考数学试卷（理科）

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分，每小题给出四个选项，只有一个选项符合题目要求.

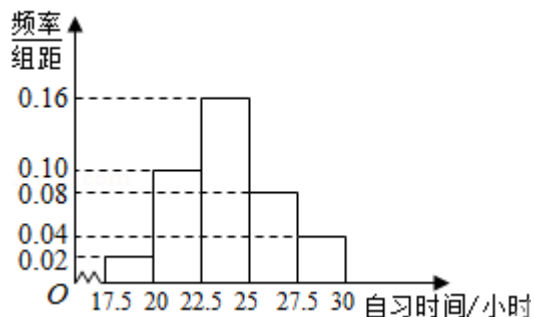
1. (5分) (2016•山东) 若复数 z 满足 $2z + \bar{z} = 3 - 2i$, 其中 i 为虚数单位, 则 $z =$ ()

A. $1+2i$ B. $1-2i$ C. $-1+2i$ D. $-1-2i$

2. (5分) (2016•山东) 设集合 $A = \{y | y = 2^x, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | x^2 - 1 < 0\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $(-1, 1)$ B. $(0, 1)$ C. $(-1, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$

3. (5分) (2016•山东) 某高校调查了200名学生每周的自习时间(单位: 小时), 制成了如图所示的频率分布直方图, 其中自习时间的范围是 $[17.5, 30]$, 样本数据分组为 $[17.5, 20)$, $[20, 22.5)$, $[22.5, 25)$, $[25, 27.5)$, $[27.5, 30]$. 根据直方图, 这200名学生中每周的自习时间不少于22.5小时的人数是 ()

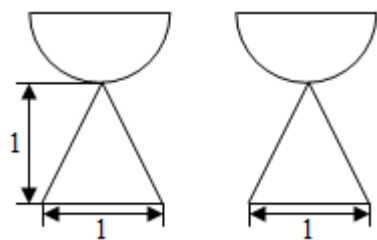


A. 56 B. 60 C. 120 D. 140

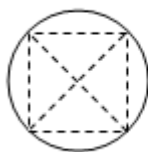
4. (5分) (2016•山东) 若变量 x, y 满足
$$\begin{cases} x+y \leq 2 \\ 2x-3y \leq 9 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 则 x^2+y^2 的最大值是 ()

A. 4 B. 9 C. 10 D. 12

5. (5分) (2016•山东) 一个由半球和四棱锥组成的几何体, 其三视图如图所示. 则该几何体的体积为 ()



正(主)视图 侧(左)视图



俯视图

- A. $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\pi$ B. $\frac{1+\sqrt{2}}{3}\pi$ C. $\frac{1+\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{6}\pi$ D. $1 + \frac{\sqrt{2}}{6}\pi$

6. (5分) (2016•山东) 已知直线a, b分别在两个不同的平面 α , β 内. 则“直线a和直线b相交”是“平面 α 和平面 β 相交”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. (5分) (2016•山东) 函数 $f(x) = (\sqrt{3}\sin x + \cos x)(\sqrt{3}\cos x - \sin x)$ 的最小正周期是 ()

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{3\pi}{2}$ D. 2π

8. (5分) (2016•山东) 已知非零向量 $\vec{\pi}$, \vec{n} 满足 $4|\vec{\pi}|=3|\vec{n}|$, $\cos\langle\vec{\pi}, \vec{n}\rangle = \frac{1}{3}$. 若 $\vec{n} \perp (t\vec{\pi} + \vec{n})$, 则实数t的值为 ()

- A. 4 B. -4 C. $\frac{9}{4}$ D. $-\frac{9}{4}$

9. (5分) (2016•山东) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} . 当 $x < 0$ 时, $f(x) = x^3 - 1$; 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $f(-x) = -f(x)$; 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, $f(x + \frac{1}{2}) = f(x - \frac{1}{2})$. 则 $f(6) =$ ()

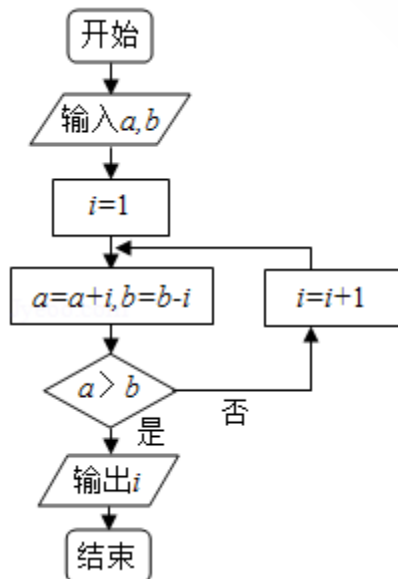
- A. -2 B. -1 C. 0 D. 2

10. (5分) (2016•山东) 若函数 $y=f(x)$ 的图象上存在两点, 使得函数的图象在这两点处的切线互相垂直, 则称 $y=f(x)$ 具有T性质. 下列函数中具有T性质的是 ()

- A. $y = \sin x$ B. $y = \ln x$ C. $y = e^x$ D. $y = x^3$

二、填空题: 本大题共5小题, 每小题5分, 共25分.

11. (5分) (2016•山东) 执行如图的程序框图, 若输入的a, b的值分别为0和9, 则输出的i的值为_____.



12. (5分) (2016•山东) 若 $(ax^2 + \frac{1}{\sqrt{x}})^5$ 的展开式中 x^5 的系数是-80, 则实数a=_____

13. (5分) (2016•山东) 已知双曲线E: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$), 若矩形ABCD的四个顶点在E上, AB, CD的中点为E的两个焦点, 且 $2|AB|=3|BC|$, 则E的离心率是_____.

14. (5分) (2016•山东) 在 $[-1, 1]$ 上随机地取一个数k, 则事件“直线 $y=kx$ 与圆 $(x-5)^2 + y^2 = 9$ 相交”发生的概率为_____.

15. (5分) (2016•山东) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |x|, & x \leq m \\ x^2 - 2mx + 4m, & x > m \end{cases}$, 其中 $m > 0$, 若存在实数b, 使得关于x的方程 $f(x) = b$ 有三个不同的根, 则m的取值范围是_____.

三、解答题: 本大题共6小题, 共75分.

16. (12分) (2016•山东) 在 $\triangle ABC$ 中, 角A, B, C的对边分别为a, b, c, 已知 $2(\tan A + \tan B) = \frac{\tan A}{\cos B} + \frac{\tan B}{\cos A}$.

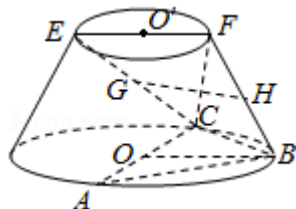
(I) 证明: $a+b=2c$;

(II) 求 $\cos C$ 的最小值.

17. (12分) (2016•山东) 在如图所示的圆台中, AC是下底面圆O的直径, EF是上底面圆O'的直径, FB是圆台的一条母线.

(I) 已知G, H分别为EC, FB的中点, 求证: $GH \parallel$ 平面ABC;

(II) 已知 $EF=FB=\frac{1}{2}AC=2\sqrt{3}$, $AB=BC$, 求二面角F-BC-A的余弦值.



18. (12分) (2016•山东) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前n项和 $S_n=3n^2+8n$, $\{b_n\}$ 是等差数列, 且 $a_n=b_n + b_{n+1}$.

(I) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 令 $c_n = \frac{(a_n+1)^{n+1}}{(b_n+2)^n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前n项和 T_n .

19. (12分) (2016•山东) 甲、乙两人组成“星队”参加猜成语活动, 每轮活动由甲、乙各猜一个成语, 在一轮活动中, 如果两人都猜对, 则“星队”得3分; 如果只有一个人猜对, 则“星队”得1分; 如果两人都没猜对, 则“星队”得0分. 已知甲每轮猜对的概率是 $\frac{3}{4}$, 乙每轮猜

对的概率是 $\frac{2}{3}$; 每轮活动中甲、乙猜对与否互不影响. 各轮结果亦互不影响. 假设“星队”参加两轮活动, 求:

(I) “星队”至少猜对3个成语的概率;

(II) “星队”两轮得分之和为X的分布列和数学期望EX.

20. (13分) (2016•山东) 已知 $f(x) = a(x - \ln x) + \frac{2x-1}{x^2}$, $a \in \mathbb{R}$.

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 当 $a=1$ 时, 证明 $f(x) > f'(x) + \frac{3}{2}$ 对于任意的 $x \in [1, 2]$ 成立.

21. (14分) (2016•山东) 平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离

心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 抛物线 $E: x^2 = 2y$ 的焦点 F 是 C 的一个顶点.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 设 P 是 E 上的动点, 且位于第一象限, E 在点 P 处的切线 l 与 C 交与不同的两点 A, B , 线段 AB 的中点为 D , 直线 OD 与过 P 且垂直于 x 轴的直线交于点 M .

(i) 求证: 点 M 在定直线上;

(ii) 直线 l 与 y 轴交于点 G , 记 $\triangle PFG$ 的面积为 S_1 , $\triangle PDM$ 的面积为 S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最大值及取

得最大值时点 P 的坐标.

