2011年江西高考文科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分． 第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至4页，满分150分，考试时间120分钟．

考生注意：

1．答题前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上，考生要认真核对答题卡粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致．

2．第Ⅰ卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．第Ⅱ卷用0.5毫米的黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，在试题卷上作答，答案无效．

3．考试结束，监考员将试题卷、答题卡一并收回．

参考公式：

样本数据$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\ldots,(x_n,y_n)$的回归方程： $y=a+bx$

其中$b=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$， $a=\overline{y}-b\overline{x}$

$\overline{x}=\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n},\overline{y}=\dfrac{y_1+y_2+\cdots+y_n}{n}$

锥体体积公式

$V=\dfrac{1}{3}Sh$

其中S为底面积， h为高

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1.若$(x-i)i=y+2i,x,y\in R$，则复数$x+yi$=（　　）

A. $-2+i$　　B. $2+i$　　C. $1-2i$　　D. $1+2i$

2.若全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}, M=\{2,3\}, N=\{1,4\}$，则集合 $\{5,6\}$ 等于（　　）

A. $M\cup N$　　B. $M\cap N$　　C. $(C_U M)\cup(C_U N)$　　D. $(C_U M)\cap(C_U N)$

3.若 $f(x)=\dfrac{1}{\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)}$，则 $f(x)$ 的定义域为(　　)

A. $(-\dfrac{1}{2},0)$　　B. $(-\dfrac{1}{2},+\infty)$　　C. $(-\dfrac{1}{2},0)\cup(0,+\infty)$　　D. $(-\dfrac{1}{2},2)$

4.曲线 $y=e^x$ 在点 A（0,1）处的切线斜率为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. e　　D. $\dfrac{1}{e}$

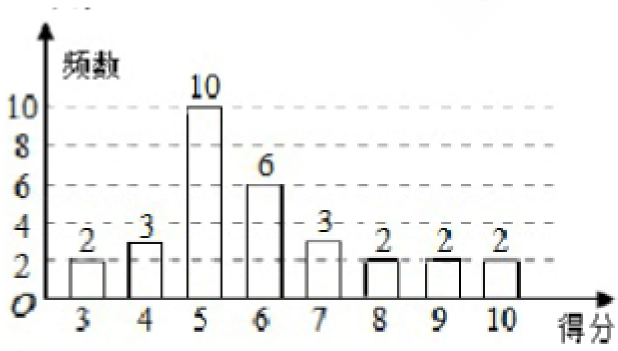
5.设{a_n}为等差数列，公差 d = -2，S_n 为其前 n 项和.若 $S_{10}=S_{11}$，则 a_1=（　　）

A. 18　　B. 20　　C. 22　　D. 24

6.观察下列各式：则 $7^2=49, 7^3=343, 7^4=2401$，…，则 7^{2011} 的末两位数字为（　　）

A. 01　　B. 43　　C. 07　　D. 49

7.为了普及环保知识，增强环保意识，某大学随即抽取 30 名学生参加环保知识测试，得分（十分制）如图所示，假设得分值的中位数为 m_e，众数为 m_o，平均值为 $\bar{x}$，则（　　）



A. $m_e=m_o=\bar{x}$　　B. $m_e=m_o<\bar{x}$　　C. $m_e<m_o<\bar{x}$　　D. $m_o<m_e<\bar{x}$

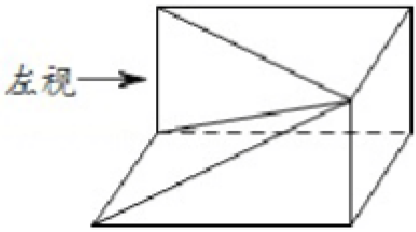
8.为了解儿子身高与其父亲身高的关系，随机抽取 5 对父子的身高数据如下：

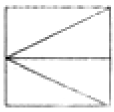
父亲身高 x（cm）	174	176	176	176	178
儿子身高 y（cm）	175	175	176	177	177

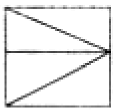
则 y 对 x 的线性回归方程为

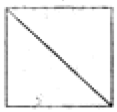
A. y = x-1　　B. y = x+1　　C. y = 88+ $\frac{1}{2}x$　　D. y = 176

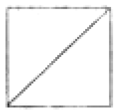
9. 将长方体截去一个四棱锥，得到的几何体如右图所示，则该几何体的左视图为（　　）




A.


B.

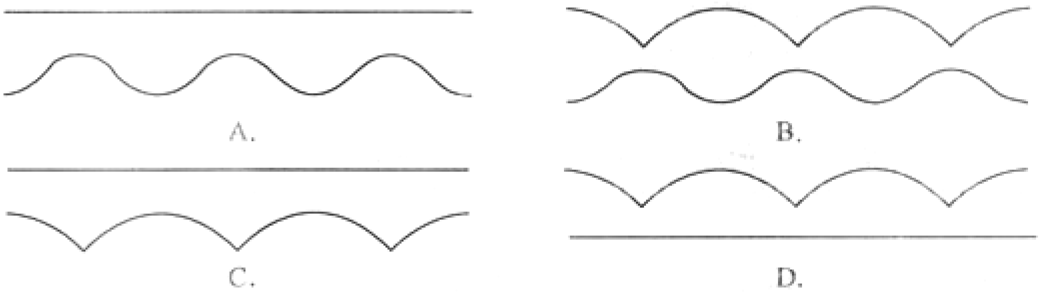

C.


D.

10. 如图，一个“凸轮”放置于直角坐标系 X 轴上方，其“底端”落在原点 O 处，一顶点及

中心 M 在 Y 轴正半轴上，它的外围由以正三角形的顶点为圆心，以正三角形的边长为半径的三段等弧组成.

今使“凸轮”沿 X 轴正向滚动前进，在滚动过程中“凸轮”每时每刻都有一个“最高点”，其中心也在不断移动位置，则在“凸轮”滚动一周的过程中，将其“最高点”和“中心点”所形成的图形按上、下放置，应大致为（　　）



第 II 卷

注意事项：

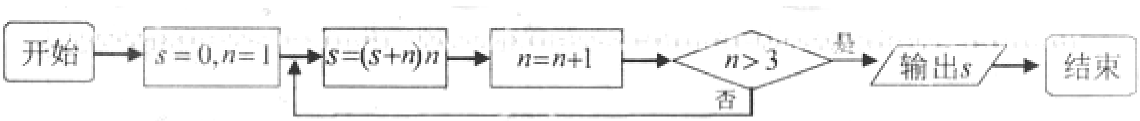
第Ⅱ卷 2 页，须用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，在试题卷上作答，答案无效.

二. 填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11、11．已知两个单位向量$\overline{e_1}$，$\overline{e_2}$的夹角为$\dfrac{\pi}{3}$，若向量$\overline{b_1}=\overline{e_1}-2\overline{e_2}$，$\overline{b_2}=3\overline{e_1}+4\overline{e_2}$，则$\overline{b_1}\cdot\overline{b_2}$=___.

12. 若双曲线$\dfrac{y^2}{16}-\dfrac{x^2}{m}=1$的离心率 e=2，则 m=____.

13. 下图是某算法的程序框图，则程序运行后输出的结果是____.



14．已知角θ的顶点为坐标原点，始边为 x 轴的正半轴，若$p(4,y)$是角θ终边上一点，且$\sin\theta=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，

则 y=_______.

15．对于$x\in R$，不等式$|x+10|-|x-2|\geq 8$的解集为_______

三. 解答题：本大题共 6 小题，共 75 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16.（本小题满分 12 分）

某饮料公司对一名员工进行测试以便确定其考评级别．公司准备了两种不同的饮料共 5 杯，其颜色完全相同，并且其中 3 杯为 A 饮料，另外 2 杯为 B 饮料，公司要求此员工

一一品尝后，从 5 杯饮料中选出 3 杯 A 饮料．若该员工 3 杯都选对，则评为优秀；若 3 杯选对 2 杯，则评为良好；否则评为及格．假设此人对 A 和 B 两种饮料没有鉴别能力．

（1）求此人被评为优秀的概率；

（2）求此人被评为良好及以上的概率．

17.（本小题满分 12 分）

在ΔABC中，A,B,C的对边分别是a,b,c，已知$3a\cos A=c\cos B+b\cos C$．

（1）求$\cos A$的值；

(2)若$a=1,\cos B+\cos C=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，求边$c$的值．

18.（本小题满分 12 分）

如图，在ΔABC中，$\angle B=\dfrac{\pi}{2}$，$AB=BC=2,P$为AB边上一动点，$PD//BC$交 AC 于 点 D, 现将ΔPDA沿PD翻折至$\Delta PDA'$,使平面$PDA'\perp$平面$PBCD$.

（1）当棱锥$A'-PBCD$的体积最大时，求 PA 的长；

（2）若点 P 为 AB 的中点，E 为$A'C$的中点，求证：$A'B\perp DE$.

19.（本小题满分 12 分）

已知过抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点，斜率为 $2\sqrt{2}$ 的直线交抛物线于 $A(x_1,y_2),B(x_2,y_2)$（$x_1<x_2$）两点，且 $|AB|=9$．

（1）求该抛物线的方程；

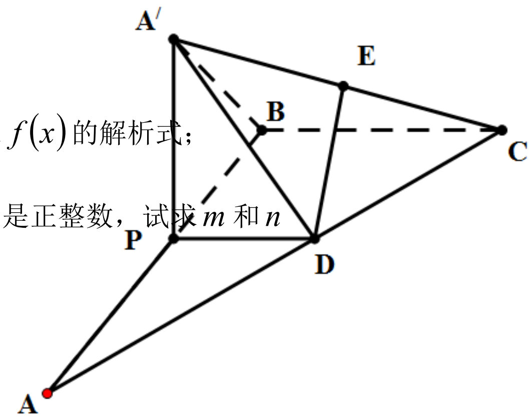
（2）O 为坐标原点，C 为抛物线上一点，若 $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\lambda\overrightarrow{OB}$，求 λ 的值．

20.（本小题满分 13 分）

设 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+mx^2+nx$．

（1）如果 $g(x)=f'(x)-2x-3$ 在 $x=-2$ 处取得最小值 -5，求 $f(x)$ 的解析式；

（2）如果 $m+n<10(m,n\in N_+)$，$f(x)$ 的单调递减区间的长度是正整数，试求 m 和 n 的值．（注：区间 (a,b) 的长度为 $b-a$）



21.（本小题满分 14 分）

（1）已知两个等比数列 $\{a_n\},\{b_n\}$，满足 $a_1=a(a>0),b_1-a_1=1,b_2-a_2=2,b_3-a_3=3$，

若数列$\{a_n\}$唯一，求a的值；

（2）是否存在两个等比数列$\{a_n\},\{b_n\}$，使得$b_1-a_1,b_2-a_2,b_3-a_3,b_4-a_4$成公差不为0的等差数列？若存在，求 $\{a_n\},\{b_n\}$ 的通项公式；若不存在，说明理由.

2011年江西高考文科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分． 第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至4页，满分150分，考试时间120分钟．

考生注意：

1．答题前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上，考生要认真核对答题卡粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致．

2．第Ⅰ卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．第Ⅱ卷用0.5毫米的黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，在试题卷上作答，答案无效．

3．考试结束，监考员将试题卷、答题卡一并收回．

参考公式：

样本数据$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\ldots,(x_n,y_n)$的回归方程：$y=a+bx$

其中$b=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$，$a=\overline{y}-b\overline{x}$

$\overline{x}=\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n},\overline{y}=\dfrac{y_1+y_2+\cdots+y_n}{n}$

锥体体积公式

$V=\dfrac{1}{3}Sh$

其中S为底面积，h为高

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1.若 $(x-i)i=y+2i,x,y\in R$，则复数 $x+yi$ =（　　）

A. $-2+i$　　B. $2+i$　　C. $1-2i$　　D. $1+2i$

答案：B

解析：
$$\because (x-i)i=y+2i,xi-i^2=y+2i$$
$$\therefore y=1,x=2$$
$$\therefore x+yi=2+i$$

2.若全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\},M=\{2,3\},N=\{1,4\}$，则集合 $\{5,6\}$ 等于（　　）

A. $M\cup N$　　B. $M\cap N$　　C. $(C_UM)\cup(C_UN)$　　D. $(C_UM)\cap(C_UN)$

答案：D

解析：$M\cup N=\{1,2,3,4\}$，$M\cap N=\Phi$，$(C_UM)\cup(C_UN)=\{1,2,3,4,5,6\}$，$(C_UM)\cap(C_UN)=\{5,6\}$

4.若 $f(x)=\dfrac{1}{\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)}$，则 $f(x)$ 的定义域为（　　）

B. $(-\frac{1}{2},0)$　　B. $(-\frac{1}{2},+\infty)$　　C. $(-\frac{1}{2},0)\cup(0,+\infty)$　　D. $(-\frac{1}{2},2)$

答案：C　　解析：
$$\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)\neq 0,\therefore 2x+1>0,2x+1\neq 1$$
$$\therefore x\in\left(-\frac{1}{2},0\right)\cup(0,+\infty)$$

4.曲线 $y=e^x$ 在点 A（0,1）处的切线斜率为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. e　　D. $\dfrac{1}{e}$

答案：A　　解析：$y'=e^x,x=0,e^0=1$

5.设{a_n}为等差数列，公差 d = -2，S_n 为其前 n 项和.若 $S_{10}=S_{11}$，则 a_1 =（　　）

A. 18　　B. 20　　C. 22　　D. 24

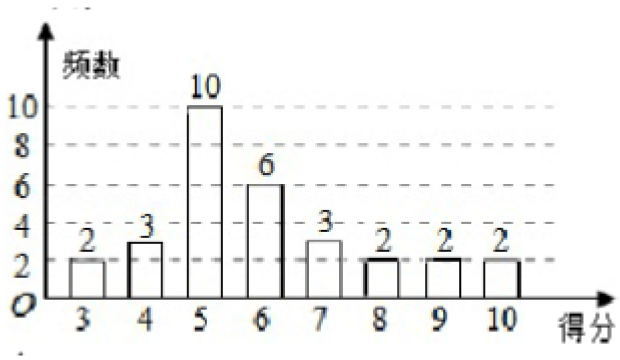
答案：B　　解析：$\because S_{10}=S_{11},\therefore a_{11}=0$
$a_{11}=a_1+10d,\therefore a_1=20$

6.观察下列各式：则 $7^2=49,7^3=343,7^4=2401$，…，则 7^{2011} 的末两位数字为（　　）

A.01　　B.43　　C.07　　D.49

答案：B　　解析：$\because f(x)=7^x,f(2)=49,f(3)=343,f(4)=2401,f(5)=16807$
$2011-2=2009,\therefore f(2011)=***343$

7.为了普及环保知识，增强环保意识，某大学随即抽取 30 名学生参加环保知识测试，得分（十分制）如图所示，假设得分值的中位数为 m_e，众数为 m_o，平均值为 $\overline{x}$，则（　　）



A. $m_e=m_o=\overline{x}$　　B. $m_e=m_o<\overline{x}$　　C. $m_e<m_o<\overline{x}$　　D. $m_o<m_e<\overline{x}$

答案：D　计算可以得知，中位数为 5.5，众数为 5 所以选 D

8.为了解儿子身高与其父亲身高的关系，随机抽取 5 对父子的身高数据如下：

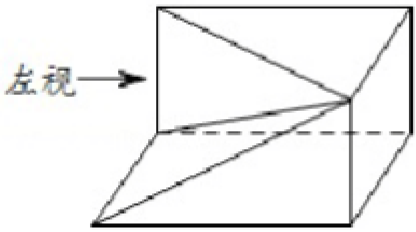
父亲身高 x（cm）	174	176	176	176	178
儿子身高 y（cm）	175	175	176	177	177

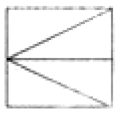
则 y 对 x 的线性回归方程为

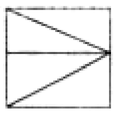
A. y = x-1　　B. y = x+1　　C. y = 88+ $\frac{1}{2}x$　　D. y = 176

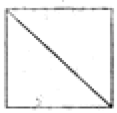
C　线性回归方程 $y=a+bx$，$b=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$，$a=\overline{y}-b\overline{x}$

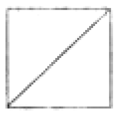
9.将长方体截去一个四棱锥，得到的几何体如右图所示，则该几何体的左视图为（　　）



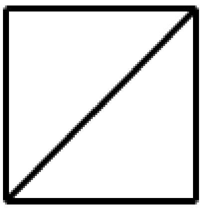

A.

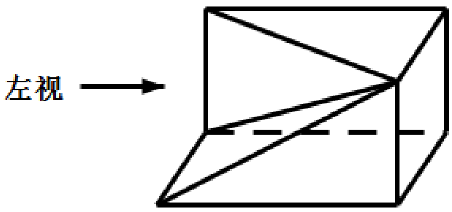

B.


C.


D.

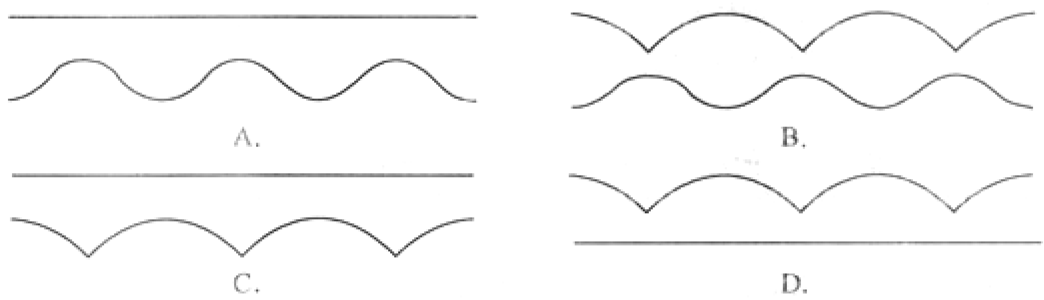
答案：D　左视图即是从正左方看，找特殊位置的可视点，连起来就可以得到答案。





10.如图，一个“凸轮”放置于直角坐标系X轴上方，其“底端”落在原点O处，一顶点及中心M在Y轴正半轴上，它的外围由以正三角形的顶点为圆心，以正三角形的边长为半径的三段等弧组成.

今使“凸轮”沿X轴正向滚动前进，在滚动过程中“凸轮”每时每刻都有一个“最高点”，其中心也在不断移动位置，则在“凸轮”滚动一周的过程中，将其“最高点”和“中心点”所形成的图形按上、下放置，应大致为（　　）



答案：A　　根据中心 M 的位置，可以知道中心并非是出于最低与最高中间的位置，而是稍微偏上，随着转动，M 的位置会先变高，当 C 到底时，M 最高，排除 CD 选项，而对于最高点，当 M 最高时，最高点的高度应该与旋转开始前相同，因此排除 B ，选 A。

第 II 卷

注意事项：

第Ⅱ卷 2 页，须用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，在试题卷上作答，答案无效.

二. 填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

12、11．已知两个单位向量$\overline{e}_1$，$\overline{e}_2$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，若向量$\overline{b}_1=\overline{e}_1-2\overline{e}_2$，$\overline{b}_2=3\overline{e}_1+4\overline{e}_2$，则$\overline{b}_1\cdot\overline{b}_2$=___.

答案：-6. 解析：要求$\vec{b}_1*\vec{b}_2$，只需将题目已知条件带入，得：

$\vec{b}_1*\vec{b}_2$ =（$\vec{e}_1$ -2 $\vec{e}_2$ ）*（3 $\vec{e}_1$ +4 $\vec{e}_2$ ）=$3\left|\vec{e}_1\right|^2-2\vec{e}_1\bullet\vec{e}_2-8\left|\vec{e}_2\right|^2$

其中$\left|\vec{e}_1\right|^2$=1，$\vec{e}_1\bullet\vec{e}_2=$=$\left|\vec{e}_1\right|\bullet\left|\vec{e}_2\right|\bullet\cos60^\circ$=1*1*$\frac{1}{2}$=$\frac{1}{2}$，$\left|\vec{e}_2\right|^2=1$，

带入，原式=3*1—2*$\frac{1}{2}$—8*1=—6

（PS: 这道题是道基础题，在我们做过的高考题中 2007 年广东文科的第四题，以及寒假题海班文科讲义 73 页的第十题，几乎是原题。考查的就是向量的基本运算。送分题(*^__^*) ）

13.若双曲线$\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{m}=1$的离心率 e=2，则 m=____.

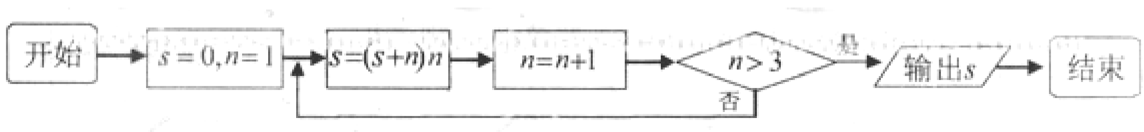
答案：48.　解析：根据双曲线方程：$\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1$知，

$a^2=16,b^2=m$，并在双曲线中有：$a^2+b^2=c^2$，$\therefore$离心率 e=$\dfrac{c}{a}$=2$\Rightarrow\dfrac{c^2}{a^2}=4$=$\dfrac{16+m}{16}$，

$\Rightarrow$m=48

(PS：这道题虽然考的是解析几何，大家印象中的解几题感觉都很难，但此题是个灰常轻松得分题(～o ～)~zZ。你只需知道解几的一些基本定义，并且计算也不复杂。在 2008 年安徽文科的第 14 题以及 2009 福建文科的第 4 题，同时在我们寒假题海班讲义文科教材第 145 页的第 3 题，寒假理科教材第 149 页第 30 题都反复训练过。O(∩_∩)O。。所谓认真听课，勤做笔记，有的就是这个效果!！）

13. 下图是某算法的程序框图，则程序运行后输出的结果是____.



答案：27. 解析：由框图的顺序，s=0, n=1, s=(s+n)n=(0+1)*1=1, n=n+1=2, 依次循环

S=(1+2)*2=6, n=3, 注意此刻 3>3 仍然是否，所以还要循环一次

s=(6+3)*3=27, n=4，此刻输出，s=27.

（PS：程序框图的题一直是大家的青睐，就是一个循环计算的过程。2010 天津文科卷的第 3 题，考题与此类似。在我们寒假文科讲义 117 页的第 2 题做过与此非常类似的，无非更改些数字。基础是关键！）

15．已知角θ的顶点为坐标原点，始边为 x 轴的正半轴，若$p(4,y)$是角θ终边上一点，且$\sin\theta=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，则 y=_______.

答案：—8. 解析：根据正弦值为负数，判断角在第三、四象限，再加上横坐标为正，断定该　　角为第四象限角。$\sin\theta=\dfrac{对边}{斜边}$=$\dfrac{y}{\sqrt{16+y^2}}=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\Rightarrow y=-8$

（PS:大家可以看到，步骤越来越少，不就意味着题也越来越简单吗？并且此题在我们春季班教材 3 第 10 页的第 5 题，出现了一模一样。怎么能说高考题是难题偏题。）

15．对于 $x\in R$，不等式 $|x+10|-|x-2|\geq 8$ 的解集为______

答案：$\{x|x\geq 0\}$　解析：两种方法，方法一：分三段，

当 x<-10 时，　　　$-x-10+x-2\geq 8$，　　　ϕ

当 $-10\leq x\leq 2$ 时，　　　$x+10-x+2\geq 8$，　　　$0\leq x\leq 2$

当 x>2 时，　　　$x+10-x+2\geq 8$，　　　x>2

$\therefore$ 综上：$x\geq 0$

方法二：用绝对值的几何意义，可以看成到两点-10 和 2 的距离差大于等于 8 的所有点的集合，画出数轴线，找到 0 到-10 的距离为 $d_1=10$，到 2 的距离为 $d_2=2$，$d_1-d_2=8$，并当 x 往右移动，距离差会大于 8，所以满足条件的 x 的范围是 $x\geq 0$.

（PS: 此题竟出现在填空的最后一道压轴题，不知道神马情况。。。。。更加肯定考试考的都是基础，并且!! 在我们除夕班的时候讲过一道一摸一样，只是换了数字而已的题型，在除夕教材第 10 页的 15 题。。太强悍啦!! 几乎每道都是咱上课讲过的题目~~所以，亲爱的童鞋们，现在的你上课还在聊 Q, 睡觉流口水吗？？）

三. 解答题：本大题共 6 小题，共 75 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16.（本小题满分 12 分）

某饮料公司对一名员工进行测试以便确定其考评级别．公司准备了两种不同的饮料共 5 杯，其颜色完全相同，并且其中 3 杯为 A 饮料，另外 2 杯为 B 饮料，公司要求此员工一一品尝后，从 5 杯饮料中选出 3 杯 A 饮料．若该员工 3 杯都选对，则评为优秀；若 3

杯选对 2 杯，则评为良好；否则评为及格．假设此人对 A 和 B 两种饮料没有鉴别能力．

（3）求此人被评为优秀的概率；

（4）求此人被评为良好及以上的概率．

解：（1）员工选择的所有种类为C_5^3，而 3 杯均选中共有C_3^3种，故概率为$\frac{C_3^3}{C_5^3}=\frac{1}{10}$.

（2）员工选择的所有种类为C_5^3，良好以上有两种可能①：3 杯均选中共有C_3^3种；

②：3 杯选中 2 杯共有$C_3^2C_2^1$种。故概率为$\frac{C_3^3+C_3^2C_2^1}{C_5^3}=\frac{7}{10}$.

解析：本题考查的主要知识是排列组合与概率知识的结合，简单题。

17.（本小题满分 12 分）

在ΔABC中，A,B,C的对边分别是a,b,c，已知$3a\cos A=c\cos B+b\cos C$.

（1）求$\cos A$的值；

(2)若$a=1,\cos B+\cos C=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，求边$c$的值.

解：（1）由 $3a\cos A=c\cos B+b\cos C$ 正弦定理得：

$3\sin A\cos A=\sin C\cos B+\sin B\cos C=\sin(B+C)$

及：$3\sin A\cos A=\sin A$所以$\cos A=\frac{1}{3}$。

（2）由$\cos B+\cos C=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\cos(\pi-A-C)+\cos C=\frac{2\sqrt{3}}{3}$展开易得：

$\cos C+\sqrt{2}\sin C=\sqrt{3}\Rightarrow\sin C=\frac{\sqrt{6}}{3}$

正弦定理：$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}\Rightarrow c=\frac{\sqrt{3}}{2}$

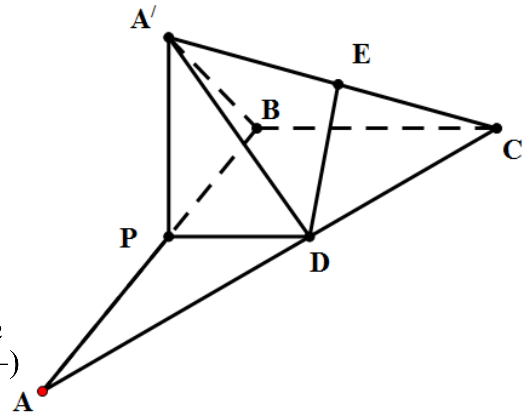
【解析】本题考查的主要知识三角函数及解三角形问题，题目偏难。第一问主要涉及到正弦定理、诱导公式及三角形内角和为180° 这两个知识点的考查属于一般难度；第二问同样是对正弦定理和诱导公式的考查但形势更为复杂。

18.（本小题满分 12 分）

如图，在 ΔABC中，$\angle B=\frac{\pi}{2}$，$AB=BC=2,P$为AB边上一动点，$PD//BC$交 AC 于点 D，现将ΔPDA沿PD翻折至$\Delta PDA'$，使平面$PDA'\perp$平面$PBCD$.

（1）当棱锥 $A'-PBCD$ 的体积最大时，求 PA 的长；

（2）若点 P 为 AB 的中点，E 为 $A'C$的中点，求证：$A'B\perp DE$.

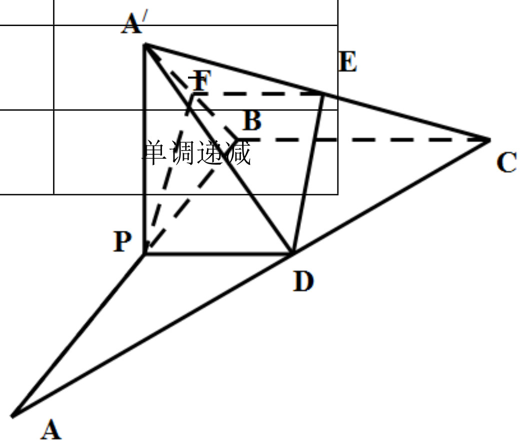


解：（1）设 $PA=x$，则 $V_{A'-PBCD}=\frac{1}{3}PA\cdot S_{底面PDCB}=\frac{1}{3}x(2-\frac{x^2}{x})$

令 $f(x)=\frac{1}{3}x(2-\frac{x^2}{2})=\frac{2x}{3}-\frac{x^3}{6},(x>0)$

则 $f'(x)=\frac{2}{3}-\frac{x^2}{2}$

x	$(0,\frac{2\sqrt{3}}{3})$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$(\frac{2\sqrt{3}}{3},+\infty)$
$f'(x)$	+	0	
$f(x)$	单调递增	极大值	单调递减



由上表易知：当 $PA=x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 时，有 $V_{A'-PBCD}$ 取最大值。

证明：

（2）作 $A'B$ 得中点 F，连接 EF、FP

由已知得：$EF\underset{=}{//}\frac{1}{2}BC\underset{=}{//}PD\Rightarrow ED//FP$

$\Delta A'PB$ 为等腰直角三角形，$A'B\perp PF$

所以 $A'B\perp DE$.

19.（本小题满分 12 分）

已知过抛物线 $y^2=2px\left(p>0\right)$ 的焦点，斜率为 $2\sqrt{2}$ 的直线交抛物线于 $A\left(x_1,y_2\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$（$x_1<x_2$）两点，且 $\left|AB\right|=9$.

（1）求该抛物线的方程；

（2）O 为坐标原点，C 为抛物线上一点，若 $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\lambda\overrightarrow{OB}$，求 λ 的值.

解析：（1）直线 AB 的方程是 $y=2\sqrt{2}(x-\dfrac{p}{2})$, 与 $\mathrm{y}^2=2\mathrm{px}$ 联立，从而有 $4\mathrm{x}^2-5px+p^2=0,$

所以：$x_1+x_2=\dfrac{5p}{4}$，由抛物线定义得：$\left|AB\right|=x_1+x_2+p=9$，所以 p=4，

抛物线方程为：$y^2=8x$

（2）、由 p=4，$4\mathrm{x}^2-5px+p^2=0,$ 化简得 $x^2-5x+4=0$，从而 $x_1=1,x_2=4,\ y_1=-2\sqrt{2},y_2=4\sqrt{2}$，从而 A:(1, $-2\sqrt{2}$), B(4, $4\sqrt{2}$)

设 $\vec{OC}=(x_{3,}y_3)=(1,-2\sqrt{2})+\lambda(4,4\sqrt{2})=(1+4\lambda,-2\sqrt{2}+4\sqrt{2}\lambda)$，又 $y_3{}^2=8x_3$，即 $\left[2\sqrt{2}(2\lambda-1)\right]^2=8$（$4\lambda+1$），即 $(2\lambda-1)^2=4\lambda+1$，解得 $\lambda=0,或\lambda=2$

20.（本小题满分 13 分）

设 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+nx$.

（1）如果 $g\left(x\right)=f'\left(x\right)-2x-3$ 在 $x=-2$ 处取得最小值 -5，求 $f\left(x\right)$ 的解析式；

（2）如果 $m+n<10\left(m,n\in N_+\right)$，$f\left(x\right)$ 的单调递减区间的长度是正整数，试求 m 和 n 的值.（注：区间 $\left(a,b\right)$ 的长度为 $b-a$）

.解：（1）已知 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+nx$，$\therefore f'\left(x\right)=x^2+2mx+n$

又 $\because g\left(x\right)=f'\left(x\right)-2x-3=x^2+\left(2m-2\right)x+n-3$ 在 $x=-2$ 处取极值，

则 $g'(-2)=2(-2)+(2m-2)=0 \Rightarrow m=3$，又在 $x=-2$ 处取最小值-5.

则 $g(-2)=(-2)^2+(-2)\times 4+n-3=-5 \Rightarrow n=2$

$\therefore f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+3x^2+2x$

（2）要使 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+nx$ 单调递减，则 $\therefore f'(x)=x^2+2mx+n<0$

又递减区间长度是正整数，所以 $f'(x)=x^2+2mx+n=0$ 两根设做 a，b。即有：

b-a 为区间长度。又 $b-a=\sqrt{(a+b)^2-4ab}=\sqrt{4m^2-4n}=2\sqrt{m^2-n}\,(m,n\in N_+)$

又 b-a 为正整数，且 m+n<10,所以 m=2，n=3 或，$m=3,n=5$ 符合。

21.（本小题满分 14 分）

（1）已知两个等比数列 $\{a_n\},\{b_n\}$，满足 $a_1=a(a>0),b_1-a_1=1,b_2-a_2=2,b_3-a_3=3$，

若数列 $\{a_n\}$ 唯一，求 a 的值；

（2）是否存在两个等比数列 $\{a_n\},\{b_n\}$，使得 $b_1-a_1,b_2-a_2,b_3-a_3,b_4-a_4$ 成公差不为 0

的等差数列？若存在，求 $\{a_n\},\{b_n\}$ 的通项公式；若不存在，说明理由.

解：（1）$\{a_n\}$ 要唯一，$\therefore$ 当公比 $q_1\neq 0$ 时，由 $b_1=1+a=2,b_2=2+a_2,b_3=3+a_3$ 且

$b_2{}^2=b_1b_3 \Rightarrow (2+aq_1)^2=(1+a)(3+aq_1{}^2)\Rightarrow aq_1{}^2-4aq_1+3a-1=0$，

$\because a>0$，$\therefore aq_1{}^2-4aq_1+3a-1=0$ 最少有一个根（有两个根时，保证仅有一个正根）

$\therefore (4a)^2-4a(3a-1)\geq 0 \Rightarrow 4a(a+1)\geq 0$，此时满足条件的 a 有无数多个，不符合。

$\therefore$ 当公比 $q_1=0$ 时，等比数列 $\{a_n\}$ 首项为 a，其余各项均为常数 0，唯一，此时由

$(2+aq_1)^2=(1+a)(3+aq_1{}^2)\Rightarrow aq_1{}^2-4aq_1+3a-1=0$，可推得 $3a-1=0,a=\dfrac{1}{3}$ 符合

综上：$a=\frac{1}{3}$。

（2）假设存在这样的等比数列$\{a_n\},\{b_n\}$,公比分别为q_1，q_2，则由等差数列的性质可得：

$\left(b_2-a_2\right)+\left(b_3-a_3\right)=\left(b_1-a_1\right)+\left(b_4-a_4\right)$，整理得：$\left(b_1-b_3\right)\left(q_2-1\right)=\left(a_1-a_3\right)\left(q_1-1\right)$

要使该式成立，则$q_2-1=q_1-1=0\Rightarrow q_1=q_2=1$或$b_1=b_3=a_1=a_3=0$此时数列$b_2-a_2$，$b_3-a_3$公差为0与题意不符，所以不存在这样的等比数列$\{a_n\},\{b_n\}$。