2018年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅲ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．（5分）已知集合$A=\{x|x-1\geq 0\}$，$B=\{0，1，2\}$，则$A\cap B=$（　　）

A．$\{0\}$　　B．$\{1\}$　　C．$\{1，2\}$　　D．$\{0，1，2\}$

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】37：集合思想；4A：数学模型法；5J：集合．

【分析】求解不等式化简集合A，再由交集的运算性质得答案．

【解答】解：∵$A=\{x|x-1\geq 0\}=\{x|x\geq 1\}$，$B=\{0，1，2\}$，

∴$A\cap B=\{x|x\geq 1\}\cap\{0，1，2\}=\{1，2\}$．

故选：C．

【点评】本题考查了交集及其运算，是基础题．

2．（5分）$(1+i)(2-i)=$（　　）

A．$-3-i$　　B．$-3+i$　　C．$3-i$　　D．$3+i$

【考点】A5：复数的运算．

【专题】38：对应思想；4A：数学模型法；5N：数系的扩充和复数．

【分析】直接利用复数代数形式的乘除运算化简得答案．

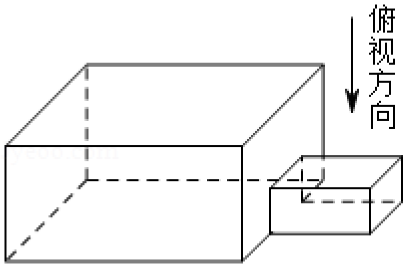
【解答】解：$(1+i)(2-i)=3+i$．

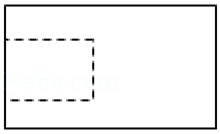
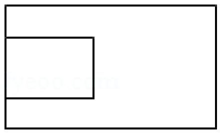
故选：D．

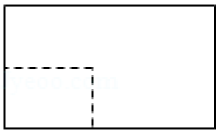
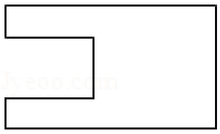
【点评】本题考查了复数代数形式的乘除运算，是基础题．

3．（5分）中国古建筑借助榫卯将木构件连接起来．构件的凸出部分叫榫头，凹进部分叫卯眼，图中木构件右边的小长方体是榫头．若如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体，则咬合时带卯眼的木构件的俯视图可

以是（　　）



A. 　　B. 

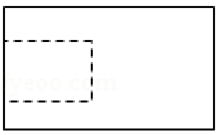
C. 　　D. 

【考点】L7：简单空间图形的三视图.

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离.

【分析】直接利用空间几何体的三视图的画法，判断选项的正误即可.

【解答】解：由题意可知，如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体，小的长方体，是榫头，从图形看出，轮廓是长方形，内含一个长方形，并且一条边重合，另外3边是虚线，所以木构件的俯视图是A.



故选：A.

【点评】本题看出简单几何体的三视图的画法，是基本知识的考查.

4．（5分）若$\sin\alpha=\frac{1}{3}$，则$\cos2\alpha=$（　　）

A．$\frac{8}{9}$　　B．$\frac{7}{9}$　　C．$-\frac{7}{9}$　　D．$-\frac{8}{9}$

【考点】GS：二倍角的三角函数.

【专题】11：计算题；34：方程思想；4O：定义法；56：三角函数的求值．

【分析】$\cos2\alpha=1-2\sin^2\alpha$，由此能求出结果．

【解答】解：∵$\sin\alpha=\frac{1}{3}$，

∴$\cos2\alpha=1-2\sin^2\alpha=1-2\times\frac{1}{9}=\frac{7}{9}$．

故选：B．

【点评】本题考查二倍角的余弦值的求法，考查二倍角公式等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

5．（5分）若某群体中的成员只用现金支付的概率为0.45，既用现金支付也用非现金支付的概率为0.15，则不用现金支付的概率为（　　）

A．0.3　　B．0.4　　C．0.6　　D．0.7

【考点】C5：互斥事件的概率加法公式；CB：古典概型及其概率计算公式．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5I：概率与统计．

【分析】直接利用互斥事件的概率的加法公式求解即可．

【解答】解：某群体中的成员只用现金支付，既用现金支付也用非现金支付，不用现金支付，是互斥事件，

所以不用现金支付的概率为：$1-0.45-0.15=0.4$．

故选：B．

【点评】本题考查互斥事件的概率的求法，判断事件是互斥事件是解题的关键，是基本知识的考查．

6．（5分）函数$f(x)=\frac{\tan x}{1+\tan^2x}$的最小正周期为（　　）

A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi}{2}$　　C．π　　D．2π

【考点】H1：三角函数的周期性．

【专题】35：转化思想；49：综合法；57：三角函数的图像与性质．

【分析】利用同角三角函数的基本关系、二倍角的正弦公式化简函数的解析式

，再利用正弦函数的周期性，得出结论．

【解答】解：函数f（x）$=\frac{\tan x}{1+\tan^2 x}=\frac{\sin x\cos x}{\cos^2 x+\sin^2 x}=\frac{1}{2}$sin2x的最小正周期为$\frac{2\pi}{2}$$=\pi$，

故选：C．

【点评】本题主要考查同角三角函数的基本关系、二倍角的正弦公式，正弦函数的周期性，属于基础题．

7．（5分）下列函数中，其图象与函数y=lnx的图象关于直线x=1对称的是（　　）

A．y=ln（1﹣x）　B．y=ln（2﹣x）　C．y=ln（1+x）　D．y=ln（2+x）

【考点】3A：函数的图象与图象的变换．

【专题】35：转化思想；51：函数的性质及应用．

【分析】直接利用函数的图象的对称和平移变换求出结果．

【解答】解：首先根据函数y=lnx的图象，

则：函数y=lnx的图象与y=ln（﹣x）的图象关于y轴对称．

由于函数y=lnx的图象关于直线x=1对称．

则：把函数y=ln（﹣x）的图象向右平移2个单位即可得到：y=ln（2﹣x）．

即所求得解析式为：y=ln（2﹣x）．

故选：B．

【点评】本题考查的知识要点：函数的图象的对称和平移变换．

8．（5分）直线x+y+2=0分别与x轴，y轴交于A，B两点，点P在圆（x﹣2）^{2}+y^2=2上，则△ABP面积的取值范围是（　　）

A．[2，6]　B．[4，8]　C．[$\sqrt{2}$，$3\sqrt{2}$]　D．[$2\sqrt{2}$，$3\sqrt{2}$]

【考点】J9：直线与圆的位置关系．

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；5B：直线与圆.

【分析】求出A（﹣2，0），B（0，﹣2），$|AB|=2\sqrt{2}$，设P（$2+\sqrt{2}\cos\theta$，$\sqrt{2}\sin\theta$），点P到直线x+y+2=0的距离：$d=\frac{|2+\sqrt{2}\cos\theta+\sqrt{2}\sin\theta+2|}{\sqrt{2}}=\frac{|2\sin(\theta+\frac{\pi}{4})+4|}{\sqrt{2}}\in[\sqrt{2},3\sqrt{2}]$，由此能求出△ABP面积的取值范围.

【解答】解：∵直线x+y+2=0分别与x轴，y轴交于A，B两点，

∴令x=0，得y=﹣2，令y=0，得x=﹣2，

∴A（﹣2，0），B（0，﹣2），$|AB|=\sqrt{4+4}=2\sqrt{2}$，

∵点P在圆$(x-2)^2+y^2=2$上，∴设P（$2+\sqrt{2}\cos\theta$，$\sqrt{2}\sin\theta$），

∴点P到直线x+y+2=0的距离：

$d=\frac{|2+\sqrt{2}\cos\theta+\sqrt{2}\sin\theta+2|}{\sqrt{2}}=\frac{|2\sin(\theta+\frac{\pi}{4})+4|}{\sqrt{2}}$，

∵$\sin(\theta+\frac{\pi}{4})\in[-1,1]$，∴$d=\frac{|2\sin(\theta+\frac{\pi}{4})+4|}{\sqrt{2}}\in[\sqrt{2},3\sqrt{2}]$，

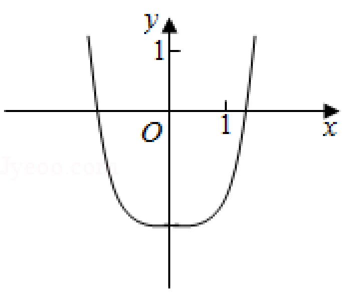
∴△ABP面积的取值范围是：

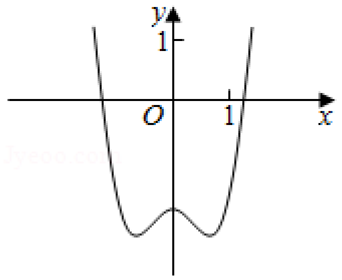
$[\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times\sqrt{2},\ \frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times3\sqrt{2}]=[2,6]$.

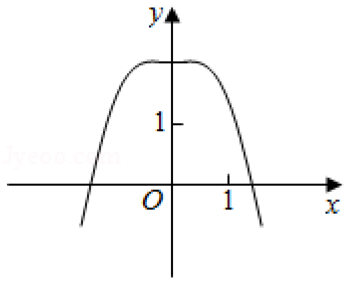
故选：A.

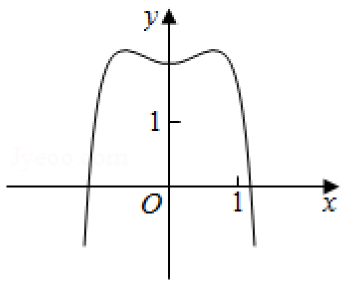
【点评】本题考查三角形面积的取值范围的求法，考查直线方程、点到直线的距离公式、圆的参数方程、三角函数关系等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是中档题.

9．（5分）函数$y=-x^4+x^2+2$的图象大致为（　　）

A.


B. 

C. 

D. 

【考点】3A：函数的图象与图象的变换．

【专题】38：对应思想；4R：转化法；51：函数的性质及应用．

【分析】根据函数图象的特点，求函数的导数利用函数的单调性进行判断即可

．

【解答】解：函数过定点（0，2），排除A，B．

函数的导数$f'(x)=-4x^3+2x=-2x(2x^2-1)$，

由$f'(x)>0$得$2x(2x^2-1)<0$，

得$x<-\frac{\sqrt{2}}{2}$或$0<x<\frac{\sqrt{2}}{2}$，此时函数单调递增，

由$f'(x)<0$得$2x(2x^2-1)>0$，

得$x>\frac{\sqrt{2}}{2}$或$-\frac{\sqrt{2}}{2}<x<0$，此时函数单调递减，排除C，

也可以利用$f(1)=-1+1+2=2>0$，排除A，B，

故选：D．

【点评】本题主要考查函数的图象的识别和判断，利用函数过定点以及判断函数的单调性是解决本题的关键．

10．（5分）已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的离心率为$\sqrt{2}$，则点（4，0）到C的渐近线的距离为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　D．$2\sqrt{2}$

【考点】KC：双曲线的性质．

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】利用双曲线的离心率求出a，b的关系，求出双曲线的渐近线方程，利用点到直线的距离求解即可．

【解答】解：双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的离心率为$\sqrt{2}$，

可得$\frac{c}{a}=\sqrt{2}$，即：$\frac{a^2+b^2}{a^2}=2$，解得a=b，

双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的渐近线方程玩：y=±x，

点（4，0）到C的渐近线的距离为：$\frac{|\pm 4|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$．

故选：D．

【点评】本题看出双曲线的简单性质的应用，考查转化思想以及计算能力．

11．（5分）△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c．若△ABC的面积为$\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$，则C=（　　）

A．$\frac{\pi}{2}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{\pi}{4}$　　D．$\frac{\pi}{6}$

【考点】HR：余弦定理．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；58：解三角形.

【分析】推导出$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}absinC=\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$，从而$sinC=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=cosC$，由此能求出结果.

【解答】解：∵△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c.

△ABC的面积为$\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$，

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}absinC=\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$，

∴$sinC=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=cosC$，

∵$0<C<\pi$，∴$C=\frac{\pi}{4}$.

故选：C.

【点评】本题考查三角形内角的求法，考查余弦定理、三角形面积公式等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题.

12．（5分）设A，B，C，D是同一个半径为4的球的球面上四点，△ABC为等边三角形且面积为$9\sqrt{3}$，则三棱锥D﹣ABC体积的最大值为（　　）

A．$12\sqrt{3}$　　B．$18\sqrt{3}$　　C．$24\sqrt{3}$　　D．$54\sqrt{3}$

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LG：球的体积和表面积.

【专题】11：计算题；31：数形结合；34：方程思想；35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离.

【分析】求出，△ABC为等边三角形的边长，画出图形，判断D的位置，然后求解即可.

【解答】解：△ABC为等边三角形且面积为$9\sqrt{3}$，可得$\frac{\sqrt{3}}{4}\times AB^2=9\sqrt{3}$，解得AB=6，

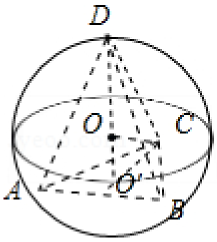
球心为O，三角形ABC 的外心为O′，显然D在O′O的延长线与球的交点如图：

$O'C=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=2\sqrt{3}$，$OO'=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2$，

则三棱锥D﹣ABC高的最大值为：6，

则三棱锥D﹣ABC体积的最大值为：$\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^3=18\sqrt{3}$.

故选：B．



【点评】本题考查球的内接多面体，棱锥的体积的求法，考查空间想象能力以及计算能力．

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．（5分）已知向量$\vec{a}$=（1，2），$\vec{b}$=（2，﹣2），$\vec{c}$=（1，λ）．若$\vec{c}$∥（2$\vec{a}$+$\vec{b}$），则λ=__$\frac{1}{2}$__．

【考点】96：平行向量（共线）；9J：平面向量的坐标运算．

【专题】11：计算题；34：方程思想；4O：定义法；5A：平面向量及应用．

【分析】利用向量坐标运算法则求出2$\vec{a}$+$\vec{b}$=（4，2），再由向量平行的性质能求出λ的值．

【解答】解：∵向量$\vec{a}$=（1，2），$\vec{b}$=（2，﹣2），

∴2$\vec{a}$+$\vec{b}$=（4，2），

∵$\vec{c}$=（1，λ），$\vec{c}$∥（2$\vec{a}$+$\vec{b}$），

∴$\frac{1}{4}=\frac{\lambda}{2}$，

解得λ=$\frac{1}{2}$．

故答案为：$\frac{1}{2}$．

【点评】本题考查实数值的求法，考查向量坐标运算法则、向量平行的性质等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

14．（5分）某公司有大量客户，且不同年龄段客户对其服务的评价有较大差异

．为了解客户的评价，该公司准备进行抽样调查，可供选择的抽样方法有简单随机抽样、分层抽样和系统抽样，则最合适的抽样方法是__分层抽样__．

【考点】B3：分层抽样方法；B4：系统抽样方法．

【专题】11：计算题；38：对应思想；4O：定义法；5I：概率与统计．

【分析】利用简单随机抽样、分层抽样和系统抽样的定义、性质直接求解．

【解答】解：某公司有大量客户，且不同年龄段客户对其服务的评价有较大差异，

为了解客户的评价，该公司准备进行抽样调查，

可供选择的抽样方法有简单随机抽样、分层抽样和系统抽样，

则最合适的抽样方法是分层抽样．

故答案为：分层抽样．

【点评】本题考查抽样方法的判断，考查简单随机抽样、分层抽样和系统抽样的性质等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

15．（5分）若变量x，y满足约束条件$\begin{cases}2x+y+3\geqslant 0\\x-2y+4\geqslant 0\\x-2\leqslant 0\end{cases}$，则$z=x+\frac{1}{3}y$的最大值是__3__．

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11：计算题；31：数形结合；34：方程思想；35：转化思想；49：综合法；5T：不等式．

【分析】作出不等式组表示的平面区域；作出目标函数对应的直线；结合图象知当直线过（2，3）时，z最大．

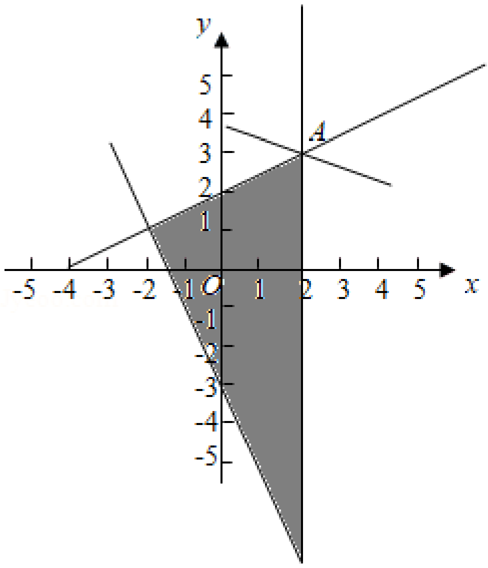
【解答】解：画出变量x，y满足约束条件$\begin{cases}2x+y+3\geqslant 0\\x-2y+4\geqslant 0\\x-2\leqslant 0\end{cases}$表示的平面区域如图：由$\begin{cases}x=2\\x-2y+4=0\end{cases}$解得A（2，3）．

$z=x+\frac{1}{3}y$变形为$y=-3x+3z$，作出目标函数对应的直线，

当直线过A（2，3）时，直线的纵截距最小，z最大，

最大值为$2+3\times\frac{1}{3}=3$，

故答案为：3.



【点评】本题考查画不等式组表示的平面区域、考查数形结合求函数的最值.

16．（5分）已知函数$f(x)=\ln(\sqrt{1+x^2}-x)+1$，$f(a)=4$，则$f(-a)=$___$-2$___

.

【考点】3K：函数奇偶性的性质与判断.

【专题】11：计算题；33：函数思想；49：综合法；51：函数的性质及应用.

【分析】利用函数的奇偶性的性质以及函数值，转化求解即可.

【解答】解：函数$g(x)=\ln(\sqrt{1+x^2}-x)$

满足$g(-x)=\ln(\sqrt{1+x^2}+x)=\ln\frac{1}{\sqrt{1+x^2}-x}=-\ln(\sqrt{1+x^2}-x)=-g(x)$，

所以$g(x)$是奇函数.

函数$f(x)=\ln(\sqrt{1+x^2}-x)+1$，$f(a)=4$，

可得$f(a)=4=\ln(\sqrt{1+a^2}-a)+1$，可得$\ln(\sqrt{1+a^2}-a)=3$，

则$f(-a)=-\ln(\sqrt{1+a^2}-a)+1=-3+1=-2$.

故答案为：-2.

【点评】本题考查奇函数的简单性质以及函数值的求法，考查计算能力．

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。（一）必考题：共60分。

17．（12分）等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_5=4a_3$．

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）记S_n为$\{a_n\}$的前n项和．若$S_m=63$，求m．

【考点】89：等比数列的前n项和．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；54：等差数列与等比数列．

【分析】（1）利用等比数列通项公式列出方程，求出公比$q=\pm2$，由此能求出$\{a_n\}$的通项公式．

（2）当$a_1=1$，$q=-2$时，$S_n=\frac{1-(-2)^n}{3}$，由$S_m=63$，得$S_m=\frac{1-(-2)^m}{3}=63$，$m\in N$，无解；当$a_1=1$，$q=2$时，$S_n=2^n-1$，由此能求出m．

【解答】解：（1）∵等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_5=4a_3$．

∴$1\times q^4=4\times(1\times q^2)$，

解得$q=\pm2$，

当$q=2$时，$a_n=2^{n-1}$，

当$q=-2$时，$a_n=(-2)^{n-1}$，

∴$\{a_n\}$的通项公式为，$a_n=2^{n-1}$，或$a_n=(-2)^{n-1}$．

（2）记S_n为$\{a_n\}$的前n项和．

当$a_1=1$，$q=-2$时，$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{1-(-2)^n}{1-(-2)}=\frac{1-(-2)^n}{3}$，

由$S_m=63$，得$S_m=\frac{1-(-2)^m}{3}=63$，$m\in N$，无解；

当$a_1=1$，$q=2$时，$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{1-2^n}{1-2}=2^n-1$，

由$S_m=63$，得$S_m=2^m-1=63$，$m\in N$，

解得m=6．

【点评】本题考查等比数列的通项公式的求法，考查等比数列的性质等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

18．（12分）某工厂为提高生产效率，开展技术创新活动，提出了完成某项生产任务的两种新的生产方式．为比较两种生产方式的效率，选取40名工人，将他们随机分成两组，每组20人．第一组工人用第一种生产方式，第二组工人用第二种生产方式．根据工人完成生产任务的工作时间（单位：min）绘制了如下茎叶图：

第一种生产方式		第二种生产方式
8	6	5 5 6 8 9
9 7 6 2	7	0 1 2 2 3 4 5 6 6 8
9 8 7 7 6 5 4 3 3 2	8	1 4 4 5
2 1 1 0 0	9	0

（1）根据茎叶图判断哪种生产方式的效率更高？并说明理由；

（2）求40名工人完成生产任务所需时间的中位数m，并将完成生产任务所需时间超过m和不超过m的工人数填入下面的列联表：

	超过m	不超过m
第一种生产方式		
第二种生产方式		

（3）根据（2）中的列联表，能否有99%的把握认为两种生产方式的效率有差异？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

$P(K^2\geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

【考点】BL：独立性检验．

【专题】38：对应思想；4A：数学模型法；5I：概率与统计．

【分析】（1）根据茎叶图中的数据判断第二种生产方式的工作时间较少些，效率更高；

（2）根据茎叶图中的数据计算它们的中位数，再填写列联表；

（3）列联表中的数据计算观测值，对照临界值得出结论．

【解答】解：（1）根据茎叶图中的数据知，

第一种生产方式的工作时间主要集中在72～92之间，

第二种生产方式的工作时间主要集中在65～85之间，

所以第二种生产方式的工作时间较少些，效率更高；

（2）这40名工人完成生产任务所需时间按从小到大的顺序排列后，

排在中间的两个数据是79和81，计算它们的中位数为$m=\frac{79+81}{2}=80$；

由此填写列联表如下；

	超过m	不超过m	总计
第一种生产方式	15	5	20
第二种生产方式	5	15	20
总计	20	20	40

（3）根据（2）中的列联表，计算

$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{40\times(15\times15-5\times5)^2}{20\times20\times20\times20}=10>6.635$，

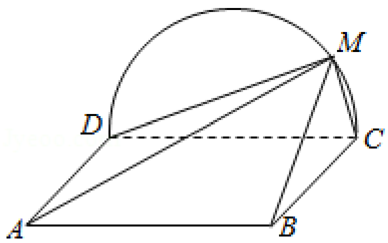
∴能有99%的把握认为两种生产方式的效率有差异．

【点评】本题考查了列联表与独立性检验的应用问题，是基础题．

19．（12分）如图，矩形ABCD所在平面与半圆弧$\overset{\frown}{CD}$所在平面垂直，M是$\overset{\frown}{CD}$上异于C，D的点．

（1）证明：平面AMD⊥平面BMC；

（2）在线段AM上是否存在点P，使得MC∥平面PBD？说明理由．



【考点】LS：直线与平面平行；LY：平面与平面垂直．

【专题】11：计算题；31：数形结合；35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】（1）通过证明CD⊥AD，CD⊥DM，证明CM⊥平面AMD，然后证明平面AMD⊥平面BMC；

（2）存在P是AM的中点，利用直线与平面培训的判断定理说明即可．

【解答】（1）证明：矩形ABCD所在平面与半圆弦$\overset{\frown}{CD}$所在平面垂直，所以AD⊥半圆弦$\overset{\frown}{CD}$所在平面，CM⊂半圆弦$\overset{\frown}{CD}$所在平面，

∴CM⊥AD，

M是$\overset{\frown}{CD}$上异于C，D的点．∴CM⊥DM，DM∩AD=D，∴CM⊥平面AMD，CM⊂平面CMB，

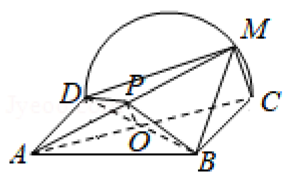
∴平面AMD⊥平面BMC；

（2）解：存在P是AM的中点，

理由：

连接BD交AC于O，取AM的中点P，连接OP，可得MC∥OP，MC⊄平面BDP，OP⊂平面BDP，

所以MC∥平面PBD．



【点评】本题考查直线与平面垂直的判断定理以及性质定理的应用，直线与平面培训的判断定理的应用，考查空间想象能力以及逻辑推理能力．

20．（12分）已知斜率为k的直线l与椭圆C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$交于A，B两点，线段AB的中点为M（1，m）（m＞0）．

（1）证明：$k<-\frac{1}{2}$；

（2）设F为C的右焦点，P为C上一点，且$\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{0}$，证明：$2|\overrightarrow{FP}|=|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}$

|.

【考点】K4：椭圆的性质；KL：直线与椭圆的综合.

【专题】35：转化思想；4P：设而不求法；5E：圆锥曲线中的最值与范围问题

.

【分析】（1）设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），利用点差法得6（x_1﹣x_2）+8m（y_1﹣y_2）=0，$k=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\frac{6}{8m}=-\frac{3}{4m}$

又点M（1，m）在椭圆内，即$\frac{1}{4}+\frac{m^2}{3}<1$，$(m>0)$，解得m的取值范围，即可得$k<-\frac{1}{2}$，

（2）设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），P（x_3，y_3），可得$x_1+x_2=2$

由$\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=\vec{0}$，可得$x_3-1=0$，由椭圆的焦半径公式得则$|FA|=a-ex_1=2-\frac{1}{2}x_1$，$|FB|=2-\frac{1}{2}x_2$，$|FP|=2-\frac{1}{2}x_3=\frac{3}{2}$.即可证明$|FA|+|FB|=2|FP|$.

【解答】解：（1）设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

∵线段AB的中点为M（1，m），

∴$x_1+x_2=2$，$y_1+y_2=2m$

将A，B代入椭圆C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$中，可得

$$\begin{cases}3x_1^2+4y_1^2=12\\3x_2^2+4y_2^2=12\end{cases},$$

两式相减可得，3（x_1+x_2）（x_1-x_2）+4（y_1+y_2）（y_1-y_2）=0，

即6（x_1-x_2）+8m（y_1-y_2）=0，

∴$k=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\frac{6}{8m}=-\frac{3}{4m}$

点M（1，m）在椭圆内，即$\frac{1}{4}+\frac{m^2}{3}<1$，$(m>0)$，

解得$0<m<\frac{3}{2}$

∴$k=-\frac{3}{4m}<-\frac{1}{2}$.

（2）证明：设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），P（x_3，y_3），

可得$x_1+x_2=2$

∵$\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{0}$，F（1，0），∴$x_1-1+x_2-1+x_3-1=0$，

∴$x_3=1$

由椭圆的焦半径公式得则$|FA|=a-ex_1=2-\frac{1}{2}x_1$，$|FB|=2-\frac{1}{2}x_2$，$|FP|=2-\frac{1}{2}x_3=\frac{3}{2}$

.

则$|FA|+|FB|=4-\frac{1}{2}(x_1+x_2)=3$，

∴$|FA|+|FB|=2|FP|$，

【点评】本题考查直线与椭圆的位置关系的综合应用，考查了点差法、焦半径公式，考查分析问题解决问题的能力，转化思想的应用与计算能力的考查．属于中档题．

21．（12分）已知函数f（x）$=\frac{ax^2+x-1}{e^x}$．

（1）求曲线y=f（x）在点（0，－1）处的切线方程；

（2）证明：当a≥1时，f（x）+e≥0．

【考点】6D：利用导数研究函数的极值；6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】35：转化思想；49：综合法；53：导数的综合应用．

【分析】（1）$f'(x)=\frac{(2ax+1)e^x-(ax^2+x-1)e^x}{(e^x)^2}$

由f′（0）=2，可得切线斜率k=2，即可得到切线方程．

（2）可得$f'(x)=\frac{(2ax+1)e^x-(ax^2+x-1)e^x}{(e^x)^2}=-\frac{(ax+1)(x-2)}{e^x}$．可得f（x）在（－∞，$-\frac{1}{a}$），（2，+∞）递减，在（$-\frac{1}{a}$，2）递增，注意到a≥1时，函数g（x）$=ax^2+x-1$在（2，+∞）单调递增，且g（2）=4a+1＞0

只需（x）$_{min}=-e^{\frac{1}{a}}\geq -e$，即可．

【解答】解：（1）$f'(x)=\dfrac{(2ax+1)e^{x}-(ax^{2}+x-1)e^{x}}{(e^{x})^{2}}=-\dfrac{(ax+1)(x-2)}{e^{x}}$．

∴f′（0）=2，即曲线y=f（x）在点（0，﹣1）处的切线斜率k=2，

∴曲线y=f（x）在点（0，﹣1）处的切线方程方程为y﹣（﹣1）=2x．

即2x﹣y﹣1=0为所求．

（2）证明：函数f（x）的定义域为：R，

可得$f'(x)=\dfrac{(2ax+1)e^{x}-(ax^{2}+x-1)e^{x}}{(e^{x})^{2}}=-\dfrac{(ax+1)(x-2)}{e^{x}}$．

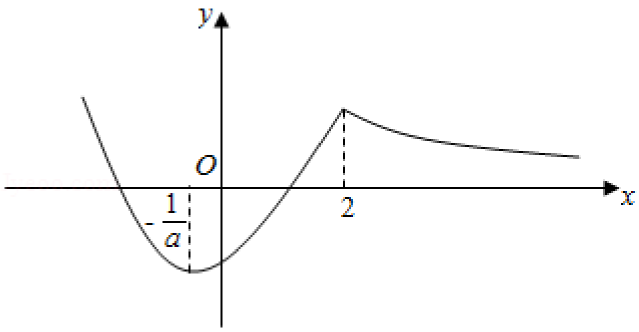
令f′（x）=0，可得$x_1=2$，$x_2=-\frac{1}{a}<0$，

当$x\in(-\infty,-\frac{1}{a})$时，f′（x）＜0，$x\in(-\frac{1}{a},2)$时，f′（x）＞0，x∈（2，+∞）时，f′（x）＜0．

∴f（x）在（﹣∞，$-\frac{1}{a}$），（2，+∞）递减，在（﹣$\frac{1}{a}$，2）递增，

注意到a≥1时，函数g（x）=ax²+x﹣1在（2，+∞）单调递增，且g（2）=4a+1＞0

函数f（x）的图象如下：



∵a≥1，∴$\frac{1}{a}\in(0,1]$，则$f(-\frac{1}{a})=-e^{\frac{1}{a}}\geq -e$，

∴f（x）$_{min}=-e^{\frac{1}{a}}\geq -e$，

∴当a≥1时，f（x）+e≥0．

【点评】本题考查了导数的几何意义，及利用导数求单调性、最值，考查了数形结合思想，属于中档题．

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。[选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

22．（10分）在平面直角坐标系xOy中，⊙O的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}$，（θ为参数），过点（0，$-\sqrt{2}$）且倾斜角为α的直线l与⊙O交于A，B两点．

（1）求α的取值范围；

（2）求AB中点P的轨迹的参数方程．

【考点】QK：圆的参数方程．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5S：坐标系和参数方程．

【分析】（1）⊙O的普通方程为$x^2+y^2=1$，圆心为O（0，0），半径r=1，当α=$\frac{\pi}{2}$时，直线l的方程为x=0，成立；当α≠$\frac{\pi}{2}$时，过点（0，$-\sqrt{2}$）且倾斜角为α的直线l的方程为y=tanα•x+$\sqrt{2}$，从而圆心O（0，0）到直线l的距离d=$\frac{|\sqrt{2}|}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}<1$，进而求出$\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{\pi}{2}$或$\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{3\pi}{4}$，由此能求出α的取值范围．

（2）设直线l的方程为x=m（y+$\sqrt{2}$），联立$\begin{cases}x=m(y+\sqrt{2})\\x^2+y^2=1\end{cases}$，得（$m^2+1$）$y^2+2\sqrt{2}m^2y+2m^2-1=0$，由此利用韦达定理、中点坐标公式能求出AB中点P的轨迹的参数方程．

【解答】解：（1）∵⊙O的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}$（θ为参数），

∴⊙O的普通方程为$x^2+y^2=1$，圆心为O（0，0），半径r=1，

当α=$\frac{\pi}{2}$时，过点（0，$-\sqrt{2}$）且倾斜角为α的直线l的方程为x=0，成立；

当α≠$\frac{\pi}{2}$时，过点（0，$-\sqrt{2}$）且倾斜角为α的直线l的方程为y=tanα•x$-\sqrt{2}$，

∵倾斜角为α的直线l与⊙O交于A，B两点，

∴圆心O（0，0）到直线l的距离d=$\frac{|\sqrt{2}|}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}<1$，

$\therefore\tan^2\alpha>1$，$\therefore\tan\alpha>1$或$\tan\alpha<-1$，

$\therefore\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{\pi}{2}$或$\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{3\pi}{4}$，

综上α的取值范围是（$\frac{\pi}{4}$，$\frac{3\pi}{4}$）．

（2）由（1）知直线l的斜率不为0，设直线l的方程为$x=m(y+\sqrt{2})$，

设A（x_1，y_1），（B（x_2，y_2），P（x_3，y_3），

联立$\begin{cases}x=m(y+\sqrt{2})\\x^2+y^2=1\end{cases}$，得$(m^2+1)y^2+2\sqrt{2}m^2y+2m^2-1=0$，

$\begin{cases}y_1+y_2=-\frac{2\sqrt{2}m^2}{m^2+1}\\y_1y_2=\frac{2m^2-1}{m^2+1}\end{cases}$，

$x_1+x_2=m(y_1+\sqrt{2})+m(y_2+\sqrt{2})=-\frac{2\sqrt{2}m^3}{m^2+1}+2\sqrt{2}m$，

$x_3=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\sqrt{2}m}{m^2+1}$，$y_3=\frac{y_1+y_2}{2}=-\frac{\sqrt{2}m^2}{m^2+1}$，

∴AB中点P的轨迹的参数方程为$\begin{cases}x=\frac{\sqrt{2}m}{m^2+1}\\y=\frac{\sqrt{2}m^2}{m^2+1}\end{cases}$，（m为参数），（$-1<m<1$）．

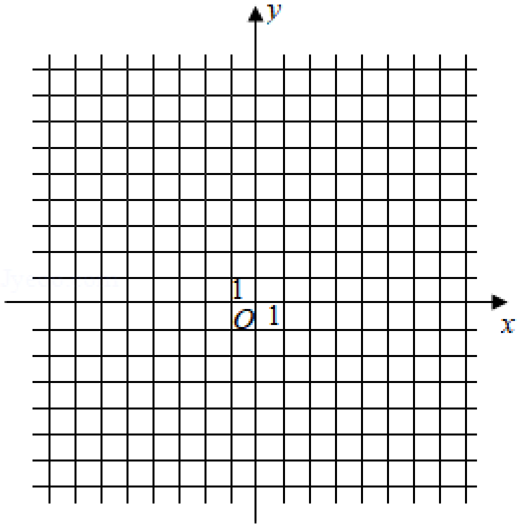
【点评】本题考查直线直线的倾斜角的取值范围的求法，考查线段的中点的参数方程的求法，考查参数方程、直角坐标方和、韦达定理、中点坐标公式等基础知识，考查数形结合思想的灵活运用，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是中档题．

[选修4-5：不等式选讲]（10分）

23．设函数$f(x)=|2x+1|+|x-1|$．

（1）画出$y=f(x)$的图象；

（2）当$x\in[0,+\infty)$时，$f(x)\leq ax+b$，求$a+b$的最小值．



【考点】3B：分段函数的解析式求法及其图象的作法；5B：分段函数的应用.

【专题】31：数形结合；4R：转化法；51：函数的性质及应用；59：不等式的解法及应用.

【分析】（1）利用分段函数的性质将函数表示为分段函数形式进行作图即可.

（2）将不等式恒成立转化为图象关系进行求解即可.

【解答】解：（1）当$x\le -\frac{1}{2}$时，f（x）=﹣（2x+1）﹣（x﹣1）=﹣3x，

当$-\frac{1}{2}<x<1$，f（x）=（2x+1）﹣（x﹣1）=x+2，

当x≥1时，f（x）=（2x+1）+（x﹣1）=3x，

则$f(x)=\begin{cases}-3x, & x\leqslant -\frac{1}{2}\\ x+2, & -\frac{1}{2}<x<1\\ 3x, & x\geqslant 1\end{cases}$对应的图象为：

画出y=f（x）的图象；

（2）当x∈[0，+∞）时，f（x）≤ax+b，

当x=0时，f（0）=2≤0•a+b，∴b≥2，

当x＞0时，要使f（x）≤ax+b恒成立，

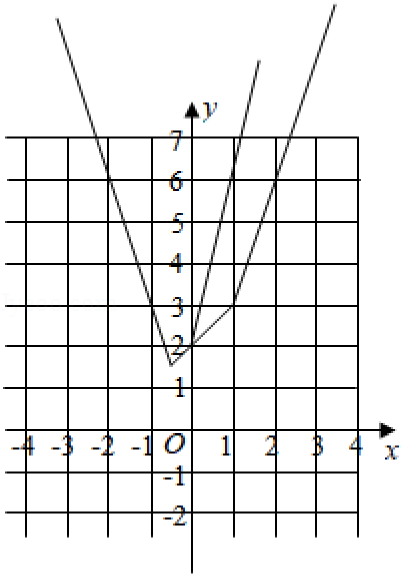
则函数f（x）的图象都在直线y=ax+b的下方或在直线上，

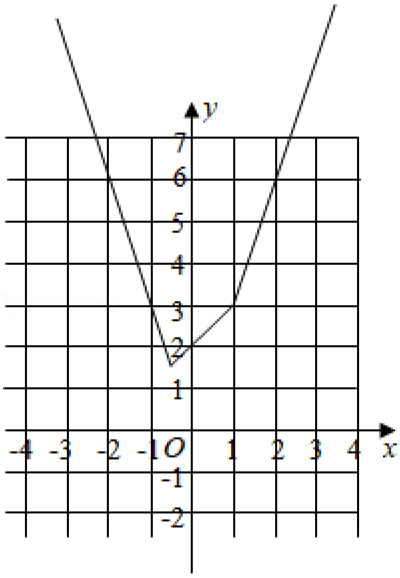
∵f（x）的图象与y轴的交点的纵坐标为2，

且各部分直线的斜率的最大值为3，

故当且仅当a≥3且b≥2时，不等式f（x）≤ax+b在[0，+∞）上成立，

即a+b的最小值为5．





【点评】本题主要考查分段函数的应用，利用不等式和函数之间的关系利用数形结合是解决本题的关键．