

# 2010年普通高等学校招生全国统一考试

## A卷

### 文科数学（必修+选修II）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的（本大题共10小题，每小题5分，共50分）。

1. 集合  $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$ ， $B = \{x | x < 1\}$ ，则  $A \cap B =$

- (A)  $\{x | x < 1\}$                       (B)  $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$   
(C)  $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$               (D)  $\{x | -1 \leq x < 1\}$

2. 复数  $z = \frac{i}{1+i}$  在复平面上对应的点位于

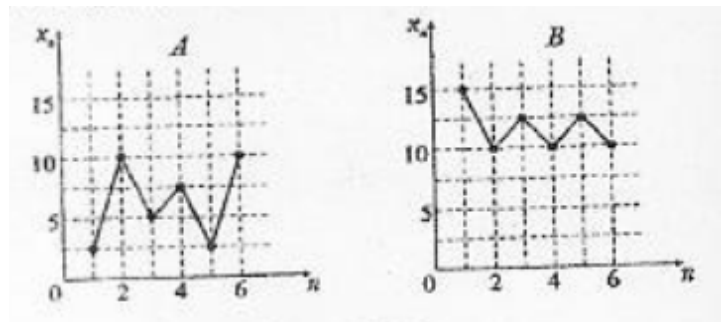
- (A) 第一象限              (B) 第二象限              (C) 第三象限              (D) 第四象限

3. 函数  $f(x) = 2 \sin x \cos x$  是

- (A) 最小正周期为  $2\pi$  的奇函数              (B) 最小正周期为  $2\pi$  的偶函数  
(C) 最小正周期为  $\pi$  的奇函数              (D) 最小正周期为  $\pi$  的偶函数

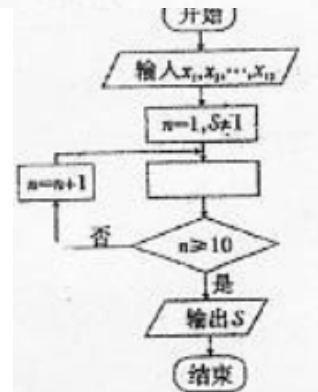
4. 如图，样本  $A$  和  $B$  分别取自两个不同的总体，它们的样本平均数分别为  $\bar{x}_A$  和  $\bar{x}_B$ ，样本标准差分别为  $s_A$  和  $s_B$ ，则

- (A)  $\bar{x}_A > \bar{x}_B$ ， $s_A > s_B$   
(B)  $\bar{x}_A < \bar{x}_B$ ， $s_A > s_B$   
(C)  $\bar{x}_A > \bar{x}_B$ ， $s_A < s_B$   
(D)  $\bar{x}_A < \bar{x}_B$ ， $s_A < s_B$



5. 右图是求  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  的乘积  $S$  的程序框图，图中空白框中应填入的内容为

- (A)  $S = S * (n + 1)$   
(B)  $S = S * x_{m+1}$   
(C)  $S = S * n$



(D)  $S = S * x_m$

6. “ $a > 0$ ”是“ $|a| > 0$ ”的

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件  
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

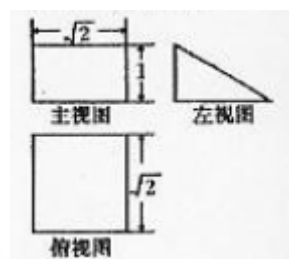
7. 下列四类函数中，具有性质“对任意的  $x > 0, y > 0$ ，函数  $f(x)$  满足

$f(x+y) = f(x)f(y)^n$ ”的是

- (A) 幂函数 (B) 对数函数  
(C) 指数函数 (D) 余弦函数

8. 若某空间几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是

- (A) 2 (B) 1  
(C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{1}{3}$



9. 已知抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的准线与圆  $(x-3)^2 + y^2 = 16$  相切，则  $p$  的值为

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B) 1 (C) 2 (D) 4

10. 某学校要召开学生代表大会，规定各班每10人推选一名代表，当各班人数除以10的余数大于6时再增选一名代表. 那么，各班可推选代表人数  $y$  与该班人数  $x$  之间的函数关系用取整函数  $y = [x]$  ( $[x]$  表示不大于  $x$  的最大整数) 可以表示为

- (A)  $y = [\frac{x}{10}]$  (B)  $y = [\frac{x+3}{10}]$  (C)  $y = [\frac{x+4}{10}]$  (D)  $y = [\frac{x+5}{10}]$

二、填空题：把答案填在答题卡相应题号后的横线上（本大题共5小题，每小题5分，共25分）.

11. 观察下列等式： $1^3 + 2^3 = (1+2)^2, 1^3 + 2^3 + 3^3 = (1+2+3)^2,$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1+2+3+4)^2, \dots$ , 根据上述规律，第四个等式为\_\_\_\_\_.

12. 已知向量  $a = (2, -1), b = (-1, m), c = (-1, 2)$  若  $(a+b) // c$ ，则  $m =$ \_\_\_\_\_.

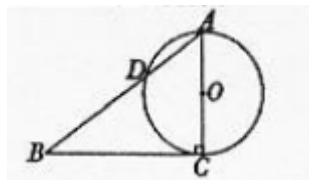
13. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & x < 1, \\ x^2+ax, & x \geq 1, \end{cases}$  若  $f(f(0)) = 4a$ ，则实数  $a =$ \_\_\_\_\_.

14. 设  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+2y \leq 4, \\ x-y \leq 1, \\ x+2 \geq 0, \end{cases}$  , 则目标函数  $z = 3x - y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

15. (考生注意: 请在下列三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题评分)

A. (不等式选做题) 不等式  $|2x - 1| < 3$  的解集为\_\_\_\_\_.

B. (几何证明选做题) 如图, 已知  $\text{Rt}\triangle ABC$  的两条直角边  $AC, BC$  的长分别为  $3\text{cm}, 4\text{cm}$ , 以  $AC$  为直径的圆与  $AB$  交于点  $D$ , 则  $BD =$  \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .



C. (坐标系与参数方程选做题) 参数方程  $\begin{cases} x = \cos \alpha, \\ y = 1 + \sin \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数)

化成普通方程为\_\_\_\_\_ .

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤 (本大题共6小题, 共75分) .

16. (本小题满分12分)

已知  $\{a_n\}$  是公差不为零的等差数列,  $a_1 = 1$ , 且  $a_1, a_3, a_9$  成等比数列.

(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项; (II) 求数列  $\{2^{a_n}\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

17. (本小题满分12分)

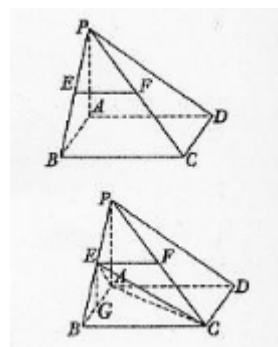
在  $\triangle ABC$  中, 已知  $B = 45^\circ$ ,  $D$  是  $BC$  边上的一点,  $AD = 10, AC = 14, DC = 6$ , 求  $AB$  的长.



18. (本小题满分12分)

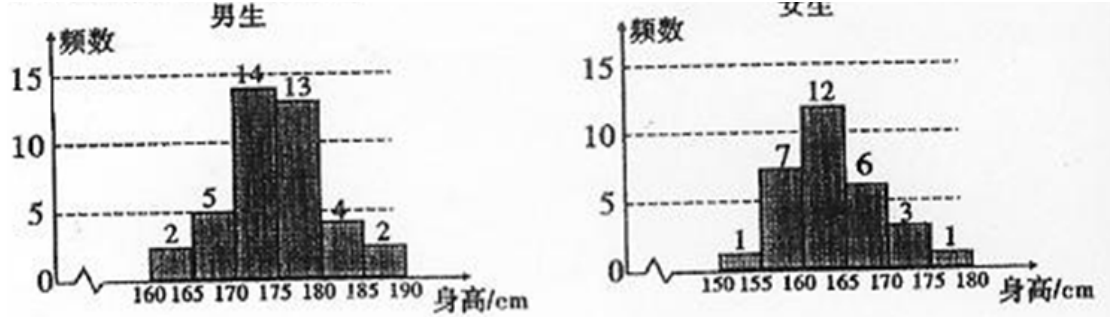
如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是矩形,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $AP = AB$ ,  $BP = BC = 2$ ,  $E, F$  分别是  $PB, PC$  的中点.

(I) 证明:  $EF \parallel$  平面  $PAD$ ;  
(II) 求三棱锥  $E-ABC$  的体积  $V$ .



19 (本小题满分12分)

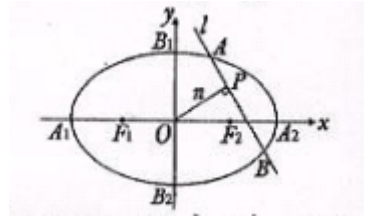
为了解学生身高情况,某校以10%的比例对全校700名学生按性别进行分层抽样检查,测得身高情况的统计图如下:



- (I) 估计该校男生的人数;
- (II) 估计该校学生身高在170~185cm之间的概率;
- (III) 从样本中,身高在180~190cm之间的男生中任选2人,求至少有1人身高在185~190cm之间的概率.

20. (本小题满分13分)

如图,椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  的顶点为  $A_1, A_2, B_1, B_2$ , 焦点为  $F_1, F_2$ ,



$$|A_1B_1| = \sqrt{7}, S_{\square B_1A_1B_2A_2} = 2S_{\square B_1F_1B_2F_2}.$$

- (I) 求椭圆C的方程;
- (II) 设  $n$  为过原点的直线,  $l$  是与  $n$  垂直相交于P点, 与椭圆相交于A, B两点的直线,  $|\overline{OP}| = 1$ . 是否存在上述直线  $l$  使  $\overline{OA} \cdot \overline{OB} = 0$  成立? 若存在, 求出直线  $l$  的方程; 并说出; 若不存在, 请说明理由.

21. (本小题满分14分)

已知函数  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $g(x) = a \ln x$ ,  $a \in R$ .

- (I) 若曲线  $y = f(x)$  与曲线  $y = g(x)$  相交, 且在交点处有相同的切线, 求  $a$  的值及该切线的方程;
- (II) 设函数  $h(x) = f(x) - g(x)$ , 当  $h(x)$  存在最小值时, 求其最小值  $\varphi(a)$  的解析式;
- (III) 对 (II) 中的  $\varphi(a)$ , 证明: 当  $a \in (0, +\infty)$  时,  $\varphi(a) \leq 1$ .

