2004年海南高考文科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至10页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

参考公式：

三角函数的和差化积公式

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)]$$

$$\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)]$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$$

$$\sin\alpha\sin\beta=-\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)]$$

正棱台、圆台的侧面积公式

$$S_{台侧}=\frac{1}{2}(c'+c)l$$

其中c′、c分别表示上、下底面周长，l表示斜高或母线长

台体的体积公式

$$V_{球}=\frac{4}{3}\pi R^3$$

其中R表示球的半径

一、选择题

（1）设集合$M=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2=1,x\in R,y\in R\right\}$，$N=\left\{(x,y)\middle|x^2-y=0,x\in R,y\in R\right\}$，

则集合$M\cap N$中元素的个数为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

（2）函数$y=\left|\sin\frac{x}{2}\right|$的最小正周期是（　　）

A．$\frac{\pi}{2}$　　B．π　　C．2π　　D．4π

(3)　记函数$y=1+3^{-x}$的反函数为$y=g(x)$，则$g(10)=$（　　）

A．　2　　B．　-2　　C．　3　　D．　-1

(4)　等比数列$\{a_n\}$中，$a_2=9$，$a_5=243$，则$\{a_n\}$的前4项和为（　）

A．　81　　B．　120　　C．168　　D．　192

(5)　圆$x^2+y^2-4x=0$在点$P\left(1,\sqrt{3}\right)$处的切线方程是（　　）

A．　$x+\sqrt{3}y-2=0$　　B．　$x+\sqrt{3}y-4=0$

C．　$x-\sqrt{3}y+4=0$　　D．　$x-\sqrt{3}y+2=0$

(6) $\left(\sqrt{x}-\frac{1}{x}\right)^{6}$ 展开式中的常数项为（　）

A.　15　　B.　-15　　C.　20　　D.　-20

(7)　设复数 z 的幅角的主值为 $\frac{2\pi}{3}$，虚部为 $\sqrt{3}$，则 $z^2=$（　　）

A.　$-2-2\sqrt{3}i$　　B.　$-2\sqrt{3}-2i$

C.　$2+2\sqrt{3}i$　　D.　$2\sqrt{3}+2i$

(8)　设双曲线的焦点在 x 轴上，两条渐近线为 $y=\pm\frac{1}{2}x$，则双曲线的离心率 $e=$（　　）

A.　5　　B.　$\sqrt{5}$　　C.　$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D.　$\frac{5}{4}$

(9) 不等式 $1<|x+1|<3$ 的解集为（　　）

A.　$(0,2)$　　B.　$(-2,0)\cup(2,4)$

C.　$(-4,0)$　　D.　$(-4,-2)\cup(0,2)$

(10) 正三棱锥的底面边长为 2，侧面均为直角三角形，则此三棱锥的体积为（　）

A.　$\frac{2}{3}\sqrt{2}$　　B.　$\sqrt{2}$　　C.　$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D.　$\frac{4}{3}\sqrt{2}$

(11) 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=3, BC=\sqrt{13}, AC=4$，则边 AC 上的高为（　）

A.　$\frac{2}{3}\sqrt{2}$　　B.　$\frac{2}{3}\sqrt{3}$　　C.　$\frac{3}{2}$　　D.　$3\sqrt{3}$

(12) 4 名教师分配到 3 所中学任教，每所中学至少 1 名教师，则不同的分配方案共有（　）

A.　12　种　　B.　24 种　　C　36　种　　D.　48 种

第Ⅱ卷

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分．把答案填在题中横线上.

(13) 函数 $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)}$ 的定义域是________________________.

(14) 用平面 α 截半径为 R 的球，如果球心到平面 α 的距离为 $\frac{R}{2}$，那么截得小圆的面积与球的表面积的比值为________________________.

（15）函数 $y=\sin x-\dfrac{1}{2}\cos x(x\in R)$ 的最大值为____________________.

（16）设 P 为圆 $x^2+y^2=1$ 上的动点，则点 P 到直线 $3x-4y-10=0$ 的距离的最小值为

________________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

（17）（本小题满分 12 分）

解方程 $4^x-2^{x+2}-12=0$.

（18）（本小题满分 12 分）

已知 α 为锐角，且 $\tan\alpha=\dfrac{1}{2}$，求 $\dfrac{\sin 2\alpha\cos\alpha-\sin\alpha}{\sin 2\alpha\cos 2\alpha}$ 的值.

(19) （本上题满分 12 分）

设数列$\{a_n\}$是公差不为零的等差数列，S_n是数列$\{a_n\}$的前 n 项和，且$S_1^2=9S_2$，

$S_4=4S_2$，求数列$\{a_n\}$的通项公式.

20.（本小题满分 12 分）

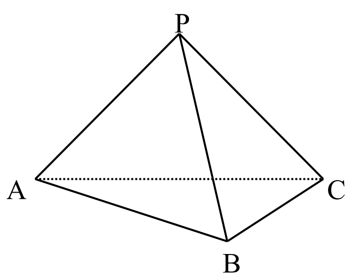
某村计划建造一个室内面积为 $800m^2$ 的矩形蔬菜温室，在温室内，沿左、右两侧与后侧内墙各保留 1m 宽的通道，沿前侧内墙保留 3m 宽的空地。当矩形温室的边长各为多少时，蔬菜的种植面积最大？最大种植面积是多少？

(21) （本小题满分 12 分）

三棱锥 P—ABC 中，侧面 PAC 与底面 ABC 垂直，PA=PB=PC=3.

(1) 求证 AB⊥BC;

(2) 如果 AB=BC=$2\sqrt{3}$，求侧面 PBC 与侧面 PAC 所成二面角的大小.



(22)（本小题满分 14 分）

设椭圆 $\dfrac{x^2}{m+1}+y^2=1$ 的两个焦点是 $F_1(-c,0)$ 与 $F_2(c,0)(c>0)$，且椭圆上存在点 P，

使得直线 PF_2 与直线 PF_2 垂直.

（1）求实数 m 的取值范围；

（2）设 L 是相应于焦点 F_2 的准线，直线 PF_2 与 L 相交于点 Q. 若 $\dfrac{|QF_2|}{|PF_2|}=2-\sqrt{3}$，

求直线 PF_2 的方程.

2004年普通高等学校招生全国统一考试
数学（文史类）（老课程）参考答案

1—12　BCBBD　AACDC　BC

13．$\{x \mid 1 < x \le 2\}$　　14．$\dfrac{3}{16}$　　15．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　16．1

三、解答题

17．本小题主要考查指数和对数的性质以及解方程的有关知识．满分 12 分．

解：$(2^x)^2 - 4(2^x) - 12 = 0.$

$(2^x - 6)(2^x + 2) = 0.$

$2^x = 6.2^x = -2$（无解）．所以 $x = \log_2 6.$

18．本小题主要考查同角三角函数的基本关系式、二倍角公式等基础知识以及三角恒等变形的能力．满分 12 分．

解：原式$= \dfrac{\sin\alpha\cos 2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha\cos 2\alpha}.$

因为　$\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$时$, \sin\alpha \ne 0, \cos 2\alpha \ne 0,$

所以　原式$= \dfrac{1}{2\cos\alpha}.$

因为α为锐角，由$\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$,得$\cos\alpha = \dfrac{2}{\sqrt{5}}.$

所以　原式$= \dfrac{\sqrt{5}}{4}.$

因为α为锐角，由$\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$得$\cos\alpha = \dfrac{2}{\sqrt{5}}.$

所以　原式$= \dfrac{\sqrt{5}}{4}.$

19．本小题主要考查等差数列的通项公式，前 n 项和公式等基础知识，根据已知条件列方程以及运算能力. 满分 12 分.

解：设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，由$S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$及已知条件得

$(3a_1+3d)^2 = 9(2a_1+d)$，　①

$4a_1+6d = 4(2a_1+d),$　　②

由②得$d = 2a_1$，代入①有$a_1^2 = \frac{4}{9}a_1$

解得　$a_1 = 0或a_1 = \frac{4}{9}.$　　当$a_1 = 0时, d = 0,$舍去.

因此　$a_1 = \frac{4}{9}, d = \frac{8}{9}.$

故数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n = \frac{4}{9} + (n-1)\cdot\frac{8}{9} = \frac{4}{9}(2n-1).$

20．本小题主要考查把实际问题抽象为数学问题，应用不等式等基础知识和方法解决问题的能力. 满分 12 分.

解：设矩形温室的左侧边长为 a m，后侧边长为 b m，则

$ab = 800.$

蔬菜的种植面积

$S = (a-4)(b-2)$

$= ab - 4b - 2a + 8$

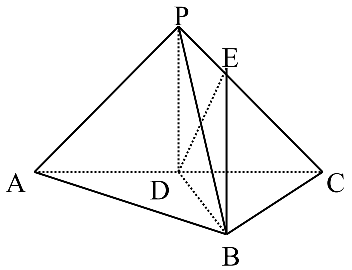
$= 808 - 2(a+2b).$

所以$S \le 808 - 4\sqrt{2ab} = 648(m^2).$

当$a-2b,即a-40(m), b=20(m)时, S_{最大值} = 648(m^2).$

答：当矩形温室的左侧边长为 40m，后侧边长为 20m 时，蔬菜的种植面积最大，最大种植面积为 648m².

21．本小题主要考查两个平面垂直的性质、二面角等有关知识，以有逻辑思维能力和空间想象能力. 满分 12 分.



（1）证明：如果，取 AC 中点 D，连结 PD、BD.

因为 PA=PC，所以 PD⊥AC，

又已知面 PAC⊥面 ABC，

所以 PD⊥面 ABC，D 为垂足.

因为 PA=PB=PC，

所以 DA=DB=DC，可知 AC 为△ABC 外接圆直径，

因此 AB⊥BC.

（2）解：因为 AB=BC，D 为 AC 中点，所以 BD⊥AC.

又面 PAC⊥面 ABC，

所以 BD⊥平面 PAC，D 为垂足.

作 BE⊥PC 于 E，连结 DE，
因为 DE 为 BE 在平面 PAC 内的射影，
所以 DE⊥PC，∠BED 为所求二面角的平面角.

在 Rt△ABC 中，AB=BC=$2\sqrt{3}$，所以 BD=$\sqrt{6}$.

在 Rt△PDC 中，PC=3，DC=$\sqrt{6}$，PD=$\sqrt{3}$，

所以$DE=\dfrac{PD\cdot DC}{PC}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{6}}{3}=\sqrt{2}.$

因此，在 Rt△BDE 中，$\tan\angle BED=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}$，

$\angle BED=60^\circ$，
所以侧面 PBC 与侧面 PAC 所成的二面角为 60°.

22．本小题主要考查直线和椭圆的基本知识，以及综合分析和解题能力. 满分 14 分.

解：（1）由题设有$m>0, c=\sqrt{m}.$

设点 P 的坐标为（x_0, y_0），由$PF_1\perp PF_2$，得$\dfrac{y_0}{x_0-c}\cdot\dfrac{y_0}{x_0+c}=-1$，

化简得　$x_0^2+y_0^2=m.$　①

将①与$\dfrac{x_0^2}{m+1}+y_0^2=1$联立，解得　$x_0^2=\dfrac{m^2-1}{m}, y_0^2=\dfrac{1}{m}.$

由$m>0, x_0^2=\dfrac{m^2-1}{m}\geq 0,$得$m\geq 1.$

所以 m 的取值范围是$m\geq 1$.

（2）准线 L 的方程为$x=\dfrac{m+1}{\sqrt{m}}$.设点 Q 的坐标为(x_1, y_1)，则$x_1=\dfrac{m+1}{\sqrt{m}}.$

$$\frac{|QF_2|}{|PF_2|}-\frac{x_1-c}{c-x_0}=\frac{\dfrac{m+1}{\sqrt{m}}-\sqrt{m}}{\sqrt{m}-x_0}.\quad ②$$

将$x_0=\sqrt{\dfrac{m^2-1}{m}}$代入②，化简得$\dfrac{|QF_2|}{|PF_2|}=\dfrac{1}{m-\sqrt{m^2-1}}=m+\sqrt{m^2-1}.$

由题设$\dfrac{|QF_2|}{|PF_2|}=2-\sqrt{3}$，得　$m+\sqrt{m^2-1}=2-\sqrt{3}$，无解.

将 $x_0=-\sqrt{\frac{m^2-1}{m}}$ 代入②，化简得

$$\frac{|QF_2|}{|PF_2|}=\frac{1}{m+\sqrt{m^2-1}}=m-\sqrt{m^2-1}.$$

由题设 $\frac{|QF_2|}{|PF_2|}=2-\sqrt{3}$，得 $m-\sqrt{m^2-1}=2-\sqrt{3}.$

解得 m=2.

从而 $x_0=-\sqrt{\frac{3}{2}},y_0=\pm\frac{\sqrt{2}}{2},c=\sqrt{2},$ 得到 PF_2 的方程

$$y=\pm(\sqrt{3}-2)(x-\sqrt{2}).$$