本套试卷命题的立意、考查的出发点和考查的内容在于新课程以及新课标和新考纲；考查的全面到位，每个考点立足于基本知识点、基本思想和基本方法，紧扣课本、紧扣大纲、灵活多变.特别是第 10 题来巧妙地将算法和模拟方法结合在一起，在知识交汇处命题；第 13 题来自课本，第 18 题实质是证明三垂线定理，注重新课程.

2012 陕西理数高考真题解析

一．选择题

1. 集合 $M=\{x\mid \lg x>0\}$，$N=\{x\mid x^2\le 4\}$，则 $M\bigcap N=$（　　）

A $(1,2)$　　B。 $[1,2)$　　C。 $(1,2]$　　D。 $[1,2]$

【解析】$\because M=\{x|x>1\},N=\{x|-2\le x\le 2\},\therefore M\cap N=\{x|1<x\le 2\}$,故选$C$.

【答案】C

【考点定位】本题主要考察集合的运算以及不等式的解法.

2.　下列函数中，既是奇函数又是增函数的为（　　）

A $y=x+1$　　B。 $y=-x^2$　　C。 $y=\dfrac{1}{x}$　　D。 $y=x|x|$

【解析】A 是增函数不是奇函数错误，B 和 C 都不是定义域内的增函数排除，只有 D 正确，因此选 D.

【答案】D

【考点定位】该题主要考察函数的奇偶性和单调性，理解和掌握基本函数的性质是关键.

3. 设 $a,b\in R$，i 是虚数单位，则“$ab=0$”是“复数 $a+\dfrac{b}{i}$ 为纯虚数”的（　　）

A 充分不必要条件　　B 必要不充分条件

C 充分必要条件　　D 既不充分也不必要条件

当ab=0时，a=0或b=0，a+$\dfrac{b}{i}$不一定是纯虚数，

反之当a+$\dfrac{b}{i}$是纯虚数时，a=0, b$\neq$0, ab=0, 因此B正确.

【答案】B

【考点定位】此题主要考察充分必要条件和复数的概念以及它们之间的逻辑关系，掌握概念是根本.

4. 已知圆 $C:x^2+y^2-4x=0$，l 过点 $P(3,0)$ 的直线，则（　　）

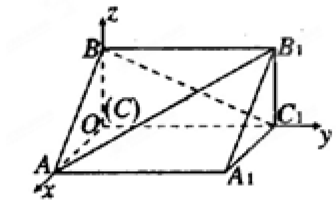
A。 l 与 C 相交　　B。 l 与 C 相切　　C。 l 与 C 相离　　D. 以上三个选项均有可能

【解析】

5.如图，在空间直角坐标系中有直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，$CA=CC_1=2CB$，则直线 BC_1

与直线 AB_1 夹角的余弦值为（　　）.

A $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　C $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D $\frac{3}{5}$



【解析】
设CB=1，则CC_1=CA=2，$A(2,0,0)$，$B(0,0,1)$，$C_1(0,2,0)$，$B_1(0,2,1)$，

$\therefore \overrightarrow{AB_1}=(-2,2,1)$，$\overrightarrow{BC_1}=(0,2,-1)$，$\because \cos\left\langle \overrightarrow{AB_1},\overrightarrow{BC_1}\right\rangle=$

$\frac{-2\times0+2\times2+1\times(-1)}{\sqrt{(-2)^2+2^2+1}\times\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.故选A.

【答案】A

【考点定位】本题主要考查用空间向量求异面直线夹角的余弦值，是向量在空间几何中的应用.

6.从甲乙两个城市分别随机抽取 16 台自动售货机，对其销售额进行统计，统计数据用茎叶图表示（如图所示），设甲乙两组数据的平均数分别为$\bar{x}_{甲}$，$\bar{x}_{乙}$，中位数分别为$m_{甲}$，$m_{乙}$，则（　　）

A $\bar{x}_{甲}<\bar{x}_{乙}$，$m_{甲}>m_{乙}$

B $\bar{x}_{甲}<\bar{x}_{乙}$，$m_{甲}<m_{乙}$

C $\bar{x}_{甲}>\bar{x}_{乙}$，$m_{甲}>m_{乙}$

D $\bar{x}_{甲}>\bar{x}_{乙}$，$m_{甲}<m_{乙}$

甲		乙
865	0	
88400	1	028
752	2	02337
800	3	12448
31	4	238

【解析】从茎叶图来看乙中数据集中，甲比较分散，所以

$\bar{x}_{甲}<\bar{x}_{乙}$，又$m_{甲}=\frac{18+22}{2}=20<m_{乙}=\frac{27+31}{2}=29$. ∴ 选B.

【答案】B

【考点定位】该题主要考查统计图表和样本数据特征以及数据处理能力.

7.设函数 $f(x)=xe^x$，则（　　）

A $x=1$ 为 $f(x)$ 的极大值点　　B $x=1$ 为 $f(x)$ 的极小值点

C $x=-1$ 为 $f(x)$ 的极大值点　　　D $x=-1$ 为 $f(x)$ 的极小值点

【解析】

$\because f'(x)=(1+x)e^x$，$\therefore$ 当 $x>-1$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 减少；

当 $x>-1$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 增加，$\therefore$ 极小值点为 $x=-1$.

【答案】D

【考点定位】此题主要考察用导数求函数的极值点，判断单调性等.

8.两人进行乒乓球比赛，先赢三局着获胜，决出胜负为止，则所有可能出现的情形（各人输赢局次的不同视为不同情形）共有（　　）

A 10 种　　B15 种　　C 20 种　　D 30 种

【解析】某一个队获胜可以分成 3 中情况，得分 3:0,4:1,5:2；方法数为

$(1+C_3^2+C_4^2)\cdot C_2^1=20.$

【答案】C

【考点定位】该题主要考察分类组合的实际应用，把握分类，正确运用组合是关键.

9.在 ΔABC 中，角 A,B,C 所对边长分别为 a,b,c，若 $a^2+b^2=2c^2$，则 $\cos C$ 的最小值为（　　）

A $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C $\frac{1}{2}$　　D $-\frac{1}{2}$

【解析】由余弦定理结合基本不等式可得

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\geq\frac{a^2+b^2-c^2}{a^2+b^2}=1-\frac{c^2}{2c^2}=\frac{1}{2}.$$

【答案】C

【考点定位】本题主要考察用余弦定理解三角形和利用基本不等式求最值.

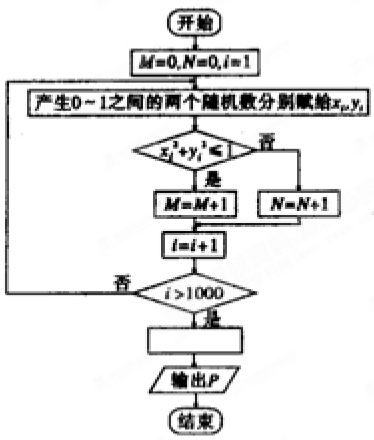
10.右图是用模拟方法估计圆周率 π 的程序框图，P 表示估计结果，则图中空白框内应填入（　　）

A。 $P=\frac{N}{1000}$

B。 $P=\frac{4N}{1000}$

C。 $P=\frac{M}{1000}$

D。 $P=\frac{4M}{1000}$



【解析】由循环体可知结果 $P=\frac{4M}{1000}$.

【答案】D

【考点定位】本题主要考察算法的基本思想和功能以及结构.

二．填空题

11.观察下列不等式

$1+\frac{1}{2^2}<\frac{3}{2}$

$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^3}<\frac{5}{3}$，

$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}<\frac{7}{4}$

……

照此规律，第五个不等式为____.

【解析】观察这几个不等式可以发现左边分母从 1、2、3、4、5 的平方依次增加 1 后的平方，分子全是 1，右边分母是左边最后一项的分母的底数，分子式左边后两分母底数的和，于是有： $1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{6^2}<\frac{11}{6}$.

【答案】 $1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{6^2}<\frac{11}{6}$.

【点评】该题主要考察归纳推理，从给出的几个不等式的特征猜测出一般的规律正是归纳推理的本质所在.

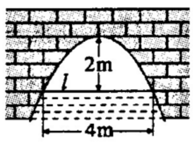
12. $(a+x)^5$ 展开式中 x^2 的系数为 10， 则实数 a 的值为__________

【解析】 $\because T_{r+1}=C_5^r a^{5-r}x^r, \therefore r=2, \therefore C_5^2 a^{5-2}=10, \therefore a=1.$

【答案】1

【考点定位】该题主要考查二项式定理及其性质.

13.右图是抛物线形拱桥，当水面在 l 时，拱顶离水面 2 米，水面宽 4 米，水位下降 1 米后，水面宽____米



【解析】

先以拱顶为原点，建立直角坐标系，设水面和拱桥交点 A（2，-2）则抛物线方程为

$x^2=-2py$, 代入得 $2^2=-2p(-2)$, $\therefore$ $2p=2, x^2=-2y$, 当水面下降 1

记作 B（a,-3)则代入抛物线方程得：a= $\sqrt{6}$,因此水面宽 2 $\sqrt{6}$ 米.

【答案】2 $\sqrt{6}$ 米

【考点定位】本题主要考察抛物线的标准方程及其应用，紧扣课

14.设函数 $f(x)=\begin{cases}\ln x, & x>0\\ -2x-1, & x\le 0\end{cases}$， D 是由 x 轴和曲线 $y=f(x)$ 及该曲线在点 $(1,0)$ 处的切线所围成的封闭区域，则 $z=x-2y$ 在 D 上的最大值为__________

【解析】

$\because f'(x)=\dfrac{1}{x}, \therefore k=f'(1)=1, \therefore$ 切线$l: y=x-1,$

因而切线l、曲线$f(x)$、x轴围成三角形区域，

其中最优解是（0，-1），代入得$z_{max}=2.$

【答案】2

【考点定位】此题主要考察线性规划，导数的几何意义等.

15.A（不等式选做题）若存在实数x使$|x-a|+|x-1|\le 3$成立，则实数a的取值范围是___

A【解析】A 5 分 12 章 3 节 选修 4-5 中 T

由题意知左边的最小值小于或等于 3 即可，根据不等式的性质得

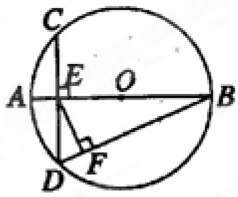
$|(x-a)-(x-1)|\le 3, \therefore |a-1|\le 3, -2\le a\le 4.$

【答案】$-2\le a\le 4.$

【考点定位】 本题主要考察绝对值不等式的性质及其运用.

15 B （几何证明选做题）如图，在圆 O 中，直径 AB 与弦 CD 垂直，垂足为 E，$EF\perp DB$，垂足为 F，若$AB=6$，$AE=1$，则$DF\cdot DB=$_________

【解析】



$\because Rt\Delta DEF\sim Rt\Delta DEB, \therefore \dfrac{DF}{DE}=\dfrac{DE}{BD},$即$DE^2=DF\cdot BD,$

又由相交弦定理得$DE^2=AE\cdot EB=1\times 5=5. \therefore DF\cdot BD=5.$

【答案】5

【考点定位】 该题主要考察直线和圆的位置关系的证明与计算.

15 C

（坐标系与参数方程）直线$2\rho\cos\theta=1$与圆$\rho=2\cos\theta$相交的弦长为__________

【解析】 化极坐标为直角坐标得直线

$x=\dfrac{1}{2},$圆$(x-1)^2+y^2=1,$由勾股定理可得相交弦长为$2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}.$

【答案】$\sqrt{3}.$

【考点定位】本题主要考察极坐标系与极坐标方程，先化为普通方程后求解.

三．解答题：

16.（本小题满分 12 分）

函数$f(x)=A\sin(\omega x-\dfrac{\pi}{6})+1$（$A>0,\omega>0$）的最大值为 3， 其图像相邻两条对称轴之间的距离为$\dfrac{\pi}{2}$，

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）设 $\alpha \in (0,\frac{\pi}{2})$，则 $f(\frac{\alpha}{2})=2$，求 α 的值

解析： (1) $\because A+1=3, \therefore A=2$，又 ∵函数图象相邻对称轴间的距离为半个周期，

$\therefore \frac{T}{2}=\frac{\pi}{2}. T=\pi. \therefore \omega=\frac{2\pi}{T}=2, \therefore f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})+1.$

$(2) \because f(\frac{\alpha}{2})=2\sin(\alpha-\frac{\pi}{6})+1=2, \therefore \sin(\alpha-\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2},$

$\because 0<\alpha<\frac{\pi}{2}, \therefore -\frac{\pi}{6}<\alpha-\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{3}, \therefore \alpha-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}, \therefore \alpha=\frac{\pi}{3}.$

【考点定位】本题主要考察三角函数的图象性质，三角函数的求值，把握三角函数的图像和性质以及三角公式是关键.

17.（本小题满分 12 分）

设 $\{a_n\}$ 的公比不为 1 的等比数列，其前 n 项和为 S_n，且 a_5, a_3, a_4 成等差数列。

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的公比；（2）证明：对任意 $k \in N_+$， S_{k+2}， S_k， S_{k+1} 成等差数列

【解析】（1） $\because a_5, a_3, a_4$ 成等差数列, $\therefore 2a_3=a_5+a_4, \therefore 2a_1q^2=a_1q^4+a_1q^3,$

$a_1 \neq 0, q \neq 0, \therefore q^2+q-2=0, \therefore q=-2, 1$(舍去) $. \therefore q=-2.$

（2）证法一.（等差中项法） $\because k \in N_+ \therefore S_{k+2}+S_{k+1}-2S_k=(S_{k+2}-S_k)+(S_{k+1}-S_k)$

$a_{k+1}+a_{k+2}+a_{k+1}=2a_{k+1}+a_{k+1}(-2)=0.$

$$\because 2S_k=\frac{2a_1(1-q^k)}{1-q},$$

$$S_{k+2}+S_{k+1}=\frac{a_1(1-q^{k+2})}{1-q}+\frac{a_1(1-q^{k+1})}{1-q}=\frac{a_1(2-q^{k+2}-q^{k+1})}{1-q};$$

证法二.（公式法） $\therefore 2S_k-(S_{k+2}+S_{k+1})=\frac{2a_1(1-q^k)}{1-q}-\frac{a_1(2-q^{k+2}-q^{k+1})}{1-q}$

$$=\frac{a_1q^k}{1-q}(q^2+q-2)=0(\because q=-2), \therefore S_{k+2}, S_k, S_{k+1}\text{成等差数列}.$$

【考点定位】本题主要考察等差等比数列的概念、通项公式、求和公式及其性质.关键要把握两种基本数列的相关知识.

18.（本小题满分 12 分）

（1）如图，证明命题“a 是平面 π 内的一条直线，b 是 π 外的一条直线（b 不垂直于 π），c 是直线 b 在 π 上的投影，若 $a \perp b$，则 $a \perp c$”为真。

（2）写出上述命题的逆命题，并判断其真假（不需要证明）

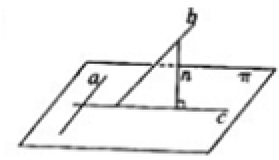
【解析】（1）

证法一.（向量法）如图过直线 b 上任一点作平面 π 的垂线 n，设直线 a,b,c,n 的方向向量分别为

$\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{n}$,则$\vec{b},\vec{c},\vec{n}$共面，$\therefore$ 存在实数λ，μ使$\vec{c}=\lambda\vec{b}+\mu\vec{n}$, $\therefore \vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot(\lambda\vec{b}+\mu\vec{n})=\lambda(\vec{a}\cdot\vec{b})+\mu(\vec{a}\cdot\vec{n})=0.$

$\because \vec{a}\subset\pi,\vec{n}\perp\pi$, $\therefore \vec{a}\cdot\vec{n}=0$, $\therefore \vec{a}\cdot\vec{c}=0$, $\therefore \vec{a}\perp\vec{c}.$

证法二（利用垂直关系证明）如图



$\because c\cap b=A$, P为直线b上异于A的点，作$PO\perp\pi, O\in c$,

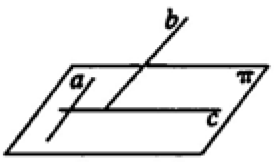
$\therefore PO\perp a, \because a\perp b, b\subset$平面PAO，$PO\cap b=P$, $\therefore a\perp$平面PAO

$,\because c\subset$平面PAO$,\therefore a\perp c.$

（2）逆命题为

a是平面π内的一条直线，b是π外的和它不垂直的直线，

c是直线b在π上的投影，若$a\perp c$,则$a\perp b$.逆命题为真命题.



【考点定位】本题主要考察空间垂直关系的证明，空间垂直关系定理和定理的证明，考查向量在空间几何中的运用.主要把握垂直关系的证明及向量概念和运算是根本.

19.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C_1:\frac{x^2}{4}+y^2=1$，椭圆 C_2 以 C_1 的长轴为短轴，且与 C_1 有相同的离心率。

（1）求椭圆 C_2 的方程；

（2）设 O 为坐标原点，点 A，B 分别在椭圆 C_1 和 C_2 上，$\overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OA}$，求直线 AB 的方程

【解析】

(1) 依题意设椭圆方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{4}=1(a>2)$, $\because e=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore \sqrt{1-\frac{4}{a^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\therefore a^2=16$, $\therefore$ 椭圆方程为$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1.$

（2）设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),\because \overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OA},\therefore O,A,B$三点共线且不在$y$轴上，

$\therefore$设直线AB方程为$y=kx$,并分别代入$\frac{x^2}{4}+y^2=1$和$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$得：

$x_1=\frac{4}{1+4k^2},x_2=\frac{16}{4+k^2},\because \overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OA},\therefore x_2^2=4x_1^2,\therefore \frac{16}{4+k^2}=\frac{16}{1+4k^2}$,

$\therefore k=\pm1$,所求直线为：$y=x$或$y=-x$.

【考点定位】本题主要考察曲线与方程、椭圆的标准方程，直线与曲线、直线与直线，圆锥曲线的综合问题.掌握通性通法是关键.

20.（本小题满分 13 分）

某银行柜台设有一个服务窗口，假设顾客办理业务所需的时间互相独立，且都是整数分钟，对以往顾客办理业务所需的时间统计结果如下：

办理业务所需的时间(分)	1	2	3	4	5
频　率	0.1	0.4	0.3	0.1	0.1

从第一个顾客开始办理业务时计时。

（1）估计第三个顾客恰好等待 4 分钟开始办理业务的概率；

（2）X 表示至第 2 分钟末已办理完业务的顾客人数，求 X 的分布列及数学期望

【解析】设顾客办理业务所需时间，Y，用频率估计概率的分布列如下

Y	1	2	3	4	5
P	0.1	0.4	0.3	0.1	0.1

(1）事件“第三个顾客恰好等待 4 分钟开始办理业务”记作 A，则

$P(A)=P(Y=1)P(Y=3)+P(Y=3)P(Y=1)+P(Y=2)P(Y=2)$

$=0.1\times0.3+0.3\times0.1+0.4\times0.4=0.22.$

(2)X 所有可能取值为 0,1,2.所以 P(X=0)=P(Y>2)=0.5;

P(X=1)=P(Y=1)P(Y>1)+P(Y=2)= $0.1\times0.9+0.4=0.49$;

P(X=2)=P(Y=1)P(Y=1)= $0.1\times0.1=0.01$. 因此 X 的分布列为：

X	0	1	2
P	0.5	0.49	0.01

所以 X 的期望 $EX=0\times0.5+1\times0.49+2\times0.01=0.51$.

【考点定位】本题主要考察离散型随机变量的概率、概率分布与期望，同时考察逻辑思维能力、推理论证能力数据处理能力等，是常考考点.

21.（本小题满分 14 分）

设函数 $f_n(x)=x^n+bx+c\quad(n\in N_+,b,c\in R)$

（1）设 $n\ge2$，$b=1,\quad c=-1$，证明：$f_n(x)$在区间$\left(\frac{1}{2},1\right)$内存在唯一的零点；

（2）设 $n=2$，若对任意 $x_1,x_2\in[-1,1]$，有$|f_2(x_1)-f_2(x_2)|\le4$，求 b 的取值范围；

（3）在（1）的条件下，设 x_n 是 $f_n(x)$ 在 $\left(\frac{1}{2},1\right)$ 内的零点，判断数列 $x_2,x_3,\cdots,x_n\cdots$ 的增减性。

【解析】

(1) 当 $b=1,c=-1,n\geq 2$ 时，$f(x)=x^n+x-1$,

$\because f(\frac{1}{2})f(1)=(\frac{1}{2^n}-\frac{1}{2})\times 1<0,\therefore f(x)$ 在（$\frac{1}{2}$,1）内有零点.

又 $\because$ 当 $x\in(\frac{1}{2},1)$，$f'(x)=nx^{n-1}+1>0,\therefore f(x)$ 在区间（$\frac{1}{2}$,1）

内单调递增, $\therefore f(x)$ 在（$\frac{1}{2}$,1）内有唯一的零点.

（2）当 n=2 时，$f(x)=x^2+bx+c$，

若 $\left|\frac{b}{2}\right|>1$，即 $|b|>2$ 时，

$f(x)$ 最大值 $M=|f(1)-f(-1)|=2|b|>4$ 与题设矛盾.

若 $-1\leq -\frac{b}{2}\leq 0$，即 $0<b\leq 2$ 时，

$M=f(1)-f(-\frac{b}{2})=(\frac{b}{2}+1)^2\leq 4$ 恒成立.

若 $0\leq -\frac{b}{2}\leq 1$，即 $-2\leq b\leq 0$，时，

$M=M=f(1)-f(-\frac{b}{2})=(\frac{b}{2}-1)^2\leq 4$ 恒成立.

综上：$-2\leq b\leq 2$.

(3) 设 x_n 是 $f_n(x)$ 在（$\frac{1}{2}$,1）内的唯一零点,

$f_{n+1}(x)f_{n+1}(1)=(x_n^{n+1}+x_n-1)(1^{n+1}+1-1)$

$=x_n^{n+1}+x_n-1<x_n^n+x_n-1=0,\therefore f_{n+1}(x)$ 的零点 x_{n+1} 在区间（x_{n+1},1）内, $\therefore x_n<x_{n+1}(n\geq 2)$,

$\therefore$ 数列 $x_2,x_3,\cdots,x_n,\cdots$ 是递增数列.

【考点定位】本题主要考察函数与方程，导数的综合应用，函数与数列的综合，考查综合能力.