2012年普通高等学校招生统一考试数学天津

（理科）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

（1）i是虚数单位，复数$\dfrac{7-i}{3+i}=$

（A）$2+i$　　　　（B）$2-i$

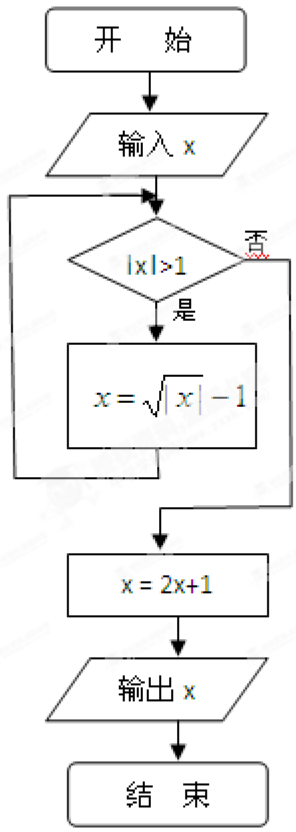
（C）$-2+i$　　　　（D）$-2-i$

（2）设$\varphi\in R$，则“$\varphi=0$”是“$f(x)=\cos(x+\varphi)(x\in R)$为偶函数”的

（A）充分而不必要条件　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分与不必要条件

（3）阅读右边的程序框图，运行相应的程序，当输入x的值为-25时，输出x的值为



（A）-1　　　　（B）1

（C）3　　　　（D）9

（4）函数$f(x)=2^x+x^3-2$在区间(0,1)内的零点个数是

（A）0　　　　（B）1

（C）2　　　　（D）3

（5）在$(2x^2-\dfrac{1}{x})^5$的二项展开式中，x的系数为

（A）10　　　　（B）-10

（C）40　　　　（D）-40

（6）在ΔABC中，内角A，B，C所对的边分别是a,b,c，已知8b=5c，C=2B，则cosC=

（A）$\dfrac{7}{25}$　　　　（B）$-\dfrac{7}{25}$

（C）$\pm\dfrac{7}{25}$　　　　（D）$\dfrac{24}{25}$

（7）已知ΔABC为等边三角形，AB=2，设点P，Q满足$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AQ}=(1-\lambda)\overrightarrow{AC}$

，

$\lambda \in R$，若 $\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}=\dfrac{3}{2}$，则 $\lambda=$

（A）$\dfrac{1}{2}$　　　　（B）$\dfrac{1\pm\sqrt{2}}{2}$

（C）$\dfrac{1\pm\sqrt{10}}{2}$　　　　（D）$\dfrac{-3\pm2\sqrt{2}}{2}$

（8）设 $m,n\in R$，若直线 $(m+1)x+(n+1)y-2=0$ 与圆 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 相切，则 $m+n$ 的取值范围是

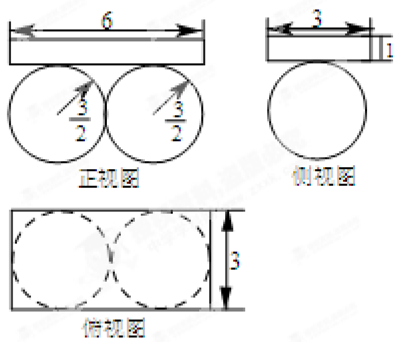
（A）$[1-\sqrt{3},1+\sqrt{3}]$　　　　（B）$(-\infty,1-\sqrt{3}]\cup[1+\sqrt{3},+\infty)$

（C）$[2-2\sqrt{2},2+2\sqrt{2}]$　　　　（D）$(-\infty,2-2\sqrt{2}]\cup[2+2\sqrt{2},+\infty)$

第II卷

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.

（9）某地区有小学150所，中学75所，大学25所. 现采用分层抽样的方法从这些学校中抽取30所学校对学生进行视力调查，应从小学中抽取________所学校，中学中抽取________所学校.



（10）一个几何体的三视图如图所示（单位：m），则该几何体的体积为________m^3.

（11）已知集合 $A=\{x\in R\,|\,|x+2|<3\}$，集合 $B=\{x\in R\,|\,(x-m)(x-2)<0\}$，且 $A\cap B=(-1,n)$，则 $m=$________，$n=$________.

（12）已知抛物线的参数方程为 $\begin{cases}x=2pt^2,\\ y=2pt\end{cases}$（t为参数），其中p>0，焦点为F，准线为 l. 过抛物线上一点M作 l 的垂线，垂足为E. 若|EF|=|MF|，点M的横坐标是3，则p =________.

（13）如图，已知AB和AC是圆的两条弦，过点B作圆的切线与AC的延长线相交于点D. 过点C作BD的平行线与圆相交于点E，与AB相交于点F，AF=3，FB=1，EF=$\dfrac{3}{2}$，则线段CD的长为__________.

（14）已知函数 $y=\dfrac{|x^2-1|}{x-1}$ 的图象与函数 $y=kx-2$ 的图象恰有两个交点，则实数k的取值范围是_________.

三．解答题：本大题共6小题,共80分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

（15）（本小题满分13分）

已知函数 $f(x)=\sin(2x+\dfrac{\pi}{3})+\sin(2x-\dfrac{\pi}{3})+2\cos^2 x-1, x\in R.$

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的最小正周期；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 在区间 $[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}]$ 上的最大值和最小值.

（16）（本小题满分13分）

现有4个人去参加某娱乐活动，该活动有甲、乙两个游戏可供参加者选择.为增加趣味性，约定：每个人通过掷一枚质地均匀的骰子决定自己去参加哪个游戏，掷出点数为1或2的人去参加甲游戏，掷出点数大于2的人去参加乙游戏.

（Ⅰ）求这4个人中恰有2人去参加甲游戏的概率；

（Ⅱ）求这4个人中去参加甲游戏的人数大于去参加乙游戏的人数的概率；

（Ⅲ）用X，Y分别表示这4个人中去参加甲、乙游戏的人数，记 $\xi=|X-Y|$，求随机变量 ξ 的分布列与数学期望 $E\xi$.

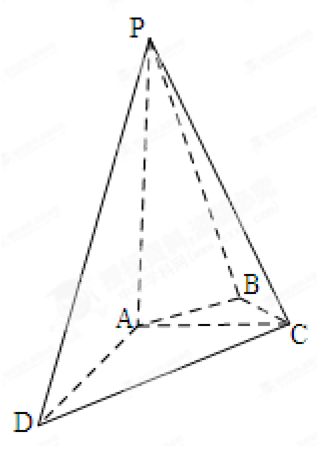
（17）（本小题满分13分）

如图，在四棱锥P-ABCD中，PA⊥平面ABCD，AC⊥AD，AB⊥BC，∠BAC=45°，PA=AD=2，AC=1.

（Ⅰ）证明PC⊥AD；

（Ⅱ）求二面角A-PC-D的正弦值；

（Ⅲ）设E为棱PA上的点，满足异面直线BE与CD所成的角为30°，求AE的长.



（18）（本小题满分13分）

已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，其前n项和为S_n，$\{b_n\}$ 是等比数列，且 $a_1=b_1=2, a_4+b_4=27$，$S_4-b_4=10$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）记$T_n = a_n b_1 + a_{n-1} b_2 + \cdots + a_1 b_n$，$n \in N^*$，证明$T_n + 12 = -2a_n + 10b_n$（$n \in N^*$）.

（19）（本小题满分14分）

设椭圆$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$的左、右顶点分别为$A$，$B$，点$P$在椭圆上且异于$A$，$B$两点，$O$为坐标原点.

（Ⅰ）若直线AP与BP的斜率之积为$-\dfrac{1}{2}$，求椭圆的离心率；

（Ⅱ）若$|AP| = |OA|$，证明直线OP的斜率k满足$|k| > \sqrt{3}$

（20）（本小题满分14分）

已知函数$f(x) = x - \ln(x + a)$的最小值为0，其中$a > 0$.

（Ⅰ）求a的值；

（Ⅱ）若对任意的$x \in [0, +\infty)$, 有$f(x) \le kx^2$成立，求实数k的最小值；

（Ⅲ）证明$\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{2}{2i-1} - \ln(2n+1) < 2$（$n \in N^*$）.