

2012年北京市高考数学试卷（理科）

一、选择题共8小题。每小题5分.共40分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. (5分) 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x + 2 > 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid (x + 1)(x - 3) > 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(-1, -\frac{2}{3})$ C. $(-\frac{2}{3}, 3)$ D. $(3, +\infty)$

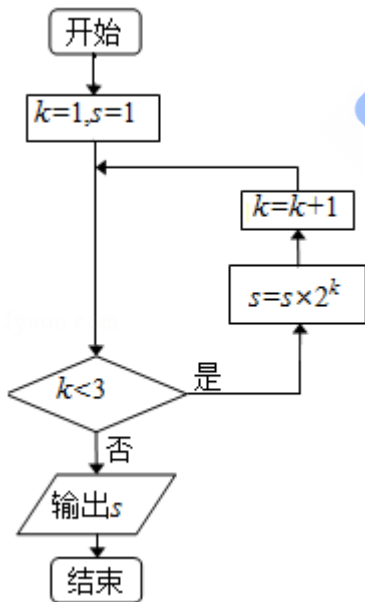
2. (5分) 设不等式组 $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$, 表示的平面区域为 D , 在区域 D 内随机取一个点, 则此点到坐标原点的距离大于2的概率是 ()

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi - 2}{2}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{4 - \pi}{4}$

3. (5分) 设 $a, b \in \mathbb{R}$. “ $a = 0$ ”是“复数 $a + bi$ 是纯虚数”的 ()

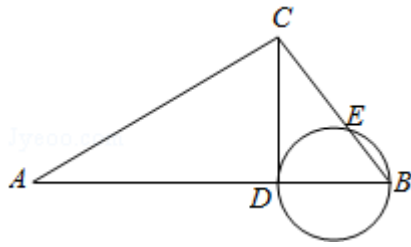
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. (5分) 执行如图所示的程序框图, 输出的 S 值为 ()



- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

5. (5分) 如图, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$ 于点 D , 以 BD 为直径的圆与 BC 交于点 E . 则 ()

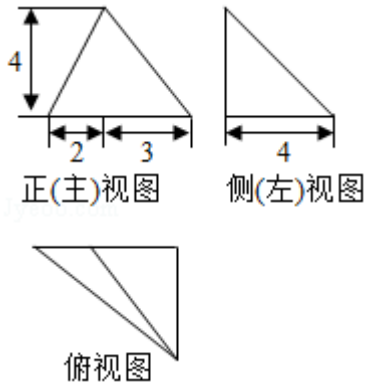


- A. $CE \cdot CB = AD \cdot DB$ B. $CE \cdot CB = AD \cdot AB$ C. $AD \cdot AB = CD^2$ D. $CE \cdot EB = CD^2$

6. (5分) 从0、2中选一个数字，从1、3、5中选两个数字，组成无重复数字的三位数，其中奇数的个数为 ()

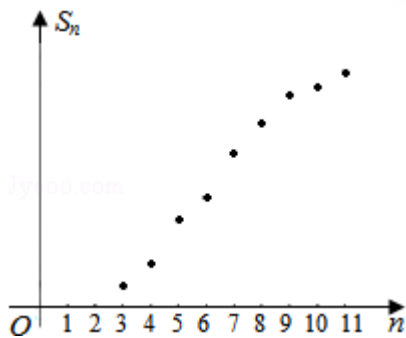
- A. 24 B. 18 C. 12 D. 6

7. (5分) 某三棱锥的三视图如图所示，该三棱锥的表面积是 ()



- A. $28 + 6\sqrt{5}$ B. $30 + 6\sqrt{5}$ C. $56 + 12\sqrt{5}$ D. $60 + 12\sqrt{5}$

8. (5分) 某棵果树前n年的总产量 S_n 与n之间的关系如图所示，从目前记录的结果看，前m年的年平均产量最高，则m的值为 ()



- A. 5 B. 7 C. 9 D. 11

二. 填空题共6小题，每小题5分，共30分.

9. (5分) 直线 $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-t \end{cases}$ (t 为参数) 与曲线 $\begin{cases} x=3\cos\alpha \\ y=3\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数) 的交点个数为_____.

10. (5分) 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, s_n 为其前 n 项和. 若 $a_1 = \frac{1}{2}$, $s_2 = a_3$, 则 $a_2 =$ _____.

11. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a=2$, $b+c=7$, $\cos B = -\frac{1}{4}$, 则 $b =$ _____.

12. (5分) 在直角坐标系 xOy 中. 直线 l 过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F . 且与该抛物线相交于 A 、 B 两点. 其中点 A 在 x 轴上方. 若直线 l 的倾斜角为 60° . 则 $\triangle OAF$ 的面积为_____.

13. (5分) 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1 , 点 E 是 AB 边上的动点. 则 $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{CB}$ 的值为_____.

14. (5分) 已知 $f(x) = m(x-2m)(x+m+3)$, $g(x) = 2^x - 2$, 若同时满足条件:

① $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) < 0$ 或 $g(x) < 0$;

② $\exists x \in (-\infty, -4), f(x)g(x) < 0$.

则 m 的取值范围是_____.

三、解答题共6小题, 共80分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

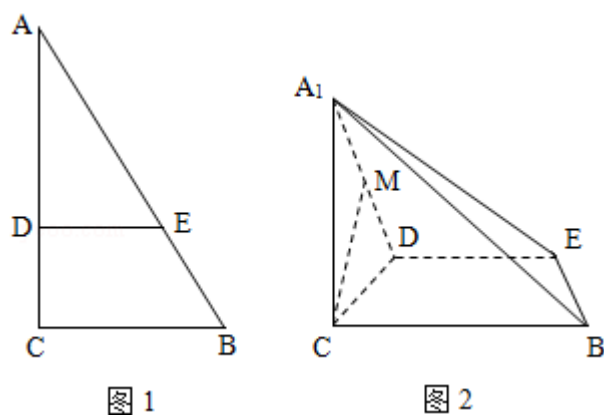
15. (13分) 已知函数 $f(x) = \frac{(\sin x - \cos x)\sin 2x}{\sin x}$.

(1) 求 $f(x)$ 的定义域及最小正周期;

(2) 求 $f(x)$ 的单调递增区间.

16. (14分) 如图1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=3$, $AC=6$, D , E 分别是 AC , AB 上的点, 且 $DE\parallel BC$, $DE=2$, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置, 使 $A_1C\perp CD$, 如图2.

- (1) 求证: $A_1C\perp$ 平面 $BCDE$;
- (2) 若 M 是 A_1D 的中点, 求 CM 与平面 A_1BE 所成角的大小;
- (3) 线段 BC 上是否存在点 P , 使平面 A_1DP 与平面 A_1BE 垂直? 说明理由.



17. (13分) 近年来, 某市为促进生活垃圾的分类处理, 将生活垃圾分为厨余垃圾、可回收物和其他垃圾三类, 并分别设置了相应的垃圾箱, 为调查居民生活垃圾分类投放情况, 先随机抽取了该市三类垃圾箱总计1000吨生活垃圾, 数据统计如下(单位: 吨);

	“厨余垃圾”箱	“可回收物”箱	“其他垃圾”箱
厨余垃圾	400	100	100
可回收物	30	240	30
其他垃圾	20	20	60

- (1) 试估计厨余垃圾投放正确的概率;
- (2) 试估计生活垃圾投放错误的概率;

(3) 假设厨余垃圾在“厨余垃圾”箱、“可回收物”箱、“其他垃圾”箱的投放量分别为 a , b , c , 其中 $a > 0$, $a+b+c=600$. 当数据 a , b , c 的方差 s^2 最大时, 写出 a , b , c 的值 (结论不要求证明), 并求此时 s^2 的值.

(求: $S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$, 其中 \bar{x} 为数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的平均数)

18. (13分) 已知函数 $f(x) = ax^2 + 1$ ($a > 0$), $g(x) = x^3 + bx$

(1) 若曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=g(x)$ 在它们的交点 $(1, c)$ 处具有公共切线, 求 a 、 b 的值;

(2) 当 $a^2=4b$ 时, 求函数 $f(x) + g(x)$ 的单调区间, 并求其在区间 $(-\infty, -1)$ 上的最大值.

19. (14分) 已知曲线 $C: (5 - m)x^2 + (m - 2)y^2 = 8$ ($m \in \mathbb{R}$)

(1) 若曲线 C 是焦点在 x 轴上的椭圆, 求 m 的取值范围;

(2) 设 $m=4$, 曲线 c 与 y 轴的交点为 A, B (点 A 位于点 B 的上方), 直线 $y=kx+4$ 与曲线 c 交于不同的两点 M, N , 直线 $y=1$ 与直线 BM 交于点 G . 求证: A, G, N 三点共线.

20. (13分) 设A是由 $m \times n$ 个实数组成的 m 行 n 列的数表, 满足: 每个数的绝对值不大于1, 且所有数的和为零, 记 $S(m, n)$ 为所有这样的数表构成的集合. 对于 $A \in S(m, n)$, 记 $r_i(A)$ 为A的第 i 行各数之和 ($1 \leq i \leq m$), $c_j(A)$ 为A的第 j 列各数之和 ($1 \leq j \leq n$); 记 $K(A)$ 为 $|r_1(A)|, |r_2(A)|, \dots, |r_m(A)|, |c_1(A)|, |c_2(A)|, \dots, |c_n(A)|$ 中的最小值.

(1) 如表A, 求 $K(A)$ 的值;

1	1	- 0.8
0.1	- 0.3	- 1

(2) 设数表 $A \in S(2, 3)$ 形如

1	1	c
a	b	- 1

求 $K(A)$ 的最大值;

(3) 给定正整数 t , 对于所有的 $A \in S(2, 2t+1)$, 求 $K(A)$ 的最大值.