绝密★启用前

2006年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷（理工农医类）

（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

1.本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.

2.作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.

3.所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.

4.用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

一．填空题（本大题满分48分）

1．已知集合A＝{－1，3，2m－1}，集合B＝{3，m^2}．若B⊆A，则实数m＝___．

2．已知圆$x^2-4x-4+y^2=0$的圆心是点P，则点P到直线$x-y-1=0$的距离是___．

3．若函数$f(x)=a^x$（$a>0$，且$a\neq1$）的反函数的图像过点（2，－1），则a＝___．

4．计算：$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{C_n^3}{n^3+1}=$_______．

5．若复数z同时满足$z-\bar{z}=2i$，$\bar{z}=iz$（i为虚数单位），则$z=$______．

6．如果$\cos\alpha=\dfrac{1}{5}$，且α是第四象限的角，那么$\cos(\alpha+\dfrac{\pi}{2})=$________．

7．已知椭圆中心在原点，一个焦点为F（$-2\sqrt{3}$，0），且长轴长是短轴长的2倍，则该椭圆的标准方程是______________．

8．在极坐标系中，O是极点，设点A（4，$\dfrac{\pi}{3}$），B（5，$-\dfrac{5\pi}{6}$），则△OAB的面积是____．

9．两部不同的长篇小说各由第一、二、三、四卷组成，每卷1本，共8本．将它们任意地排成一排，左边4本恰好都属于同一部小说的概率是______（结果用分数表示）．

10．如果一条直线与一个平面垂直，那么，称此直线与平面构成一个“正交线面对”．在一个正方体中，由两个顶点确定的直线与含有四个顶点的平面构成的“正交

线面对”的个数是 ________ .

11．若曲线 $y^2=|x|+1$ 与直线 $y=kx+b$ 没有公共点，则 k、b 分别应满足的条件是 ________ .

12．三个同学对问题“关于 x 的不等式 $x^2+25+|x^3-5x^2|\geq ax$ 在[1，12]上恒成立，求实数 a 的取值范围”提出各自的解题思路.

甲说：“只须不等式左边的最小值不小于右边的最大值”.

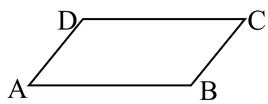
乙说：“把不等式变形为左边含变量 x 的函数，右边仅含常数，求函数的最值”.

丙说：“把不等式两边看成关于 x 的函数，作出函数图像”.

参考上述解题思路，你认为他们所讨论的问题的正确结论，即 a 的取值范围是 __ .

二．选择题（本大题满分16分）

13．如图，在平行四边形ABCD中，下列结论中错误的是 **[答]**（　　）



（A）$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$；（B）$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$；

（C）$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}$；（D）$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}=\vec{0}$.

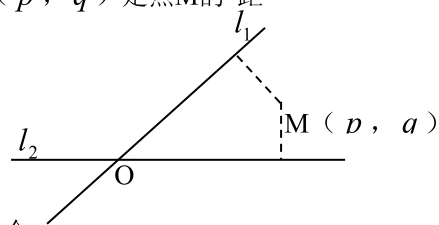
14．若空间中有四个点，则“这四个点中有三点在同一直线上”是“这四个点在同一平面上”的 **[答]**（　　）

（A）充分非必要条件；（B）必要非充分条件；（C）充要条件；（D）非充分非必要条件.

15．若关于 x 的不等式 $(1+k^2)x\leq k^4+4$ 的解集是M，则对任意实常数 k，总有 **[答]**（　　）

（A）2∈M，0∈M；（B）$2\notin$M，$0\notin$M；（C）2∈M，$0\notin$M；（D）$2\notin$M，0∈M.

16．如图，平面中两条直线 l_1 和 l_2 相交于点O，对于平面上任意一点M，若 p、q 分别是M到直线 l_1 和 l_2 的距离，则称有序非负实数对（p，q）是点M的“距离坐标”．已知常数 $p\geq0$，$q\geq0$，给出下列命题：



①若 $p=q=0$，则“距离坐标”为（0，0）的点有且仅有1个；

②若 $pq=0$，且 $p+q\neq0$，则“距离坐标”为（p，q）的点有且仅有2个；

③若 $pq\neq0$，则“距离坐标”为（p，q）的点有且仅有4个.

上述命题中，正确命题的个数是 **[答]**（　　）

（A）0；（B）1；（C）2；（D）3.

三．解答题（本大题满分86分）本大题共有6题，解答下列各题必须写出必要的步骤.

17．（本题满分12分）

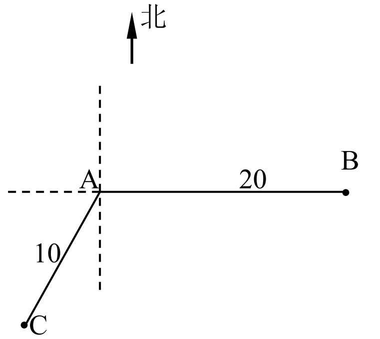
求函数 $y=2\cos(x+\frac{\pi}{4})\cos(x-\frac{\pi}{4})+\sqrt{3}\sin 2x$ 的值域和最小正周期.

[解]

18．（本题满分12分）

如图，当甲船位于A处时获悉，在其正东方向相距20海里的B处有一艘渔船遇险等待营救．甲船立即前往救援，同时把消息告知在甲船的南偏西30°，相距10海里C处的乙船，试问乙船应朝北偏东多少度的方向沿直线前往B处救援（角度精确到1°）？

[解]

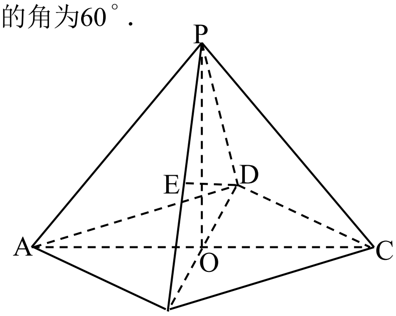


19．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分）

在四棱锥P－ABCD中，底面是边长为2的菱形，∠DAB＝60°，对角线AC与BD相交于点O，PO⊥平面ABCD，PB与平面ABCD所成的角为60°．

（1）求四棱锥P－ABCD的体积；

（2）若E是PB的中点，求异面直线DE与PA所成角的大小（结果用反三角函数值表示）．



[解]（1）

（2）

20．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分）

在平面直角坐标系xOy中，直线l与抛物线$y^2=2x$相交于A、B两点．

（1）求证："如果直线l过点T（3，0），那么$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=3$"是真命题；

（2）写出（1）中命题的逆命题，判断它是真命题还是假命题，并说明理由．

[解]（1）

（2）

21．（本题满分16分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分6分）

已知有穷数列$\{a_n\}$共有$2k$项（整数$k\ge2$），首项$a_1=2$．设该数列的前n项和为S_n，且$a_{n+1}=(a-1)S_n+2$（$n=1$，2，…，$2k-1$），其中常数$a>1$．

（1）求证：数列$\{a_n\}$是等比数列；

（2）若$a=2^{\frac{2}{2k-1}}$，数列$\{b_n\}$满足$b_n=\frac{1}{n}\log_2(a_1a_2\cdots a_n)$（$n=1$，2，…，$2k$），求数列$\{b_n\}$的通项公式；

（3）若（2）中的数列$\{b_n\}$满足不等式$|b_1-\frac{3}{2}|+|b_2-\frac{3}{2}|+\cdots+|b_{2k-1}-\frac{3}{2}|+|b_{2k}-\frac{3}{2}|\le4$，求$k$的值．

[解]（1）

（2）

（3）

22．（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分3分，第2小题满分6分，第3小题满分9分）

已知函数$y=x+\frac{a}{x}$有如下性质：如果常数$a>0$，那么该函数在$(0，\sqrt{a}]$上是减函数，在$[\sqrt{a}，+\infty)$上是增函数．

（1）如果函数$y=x+\frac{2^b}{x}$（$x>0$）的值域为$[6，+\infty)$，求b的值；

（2）研究函数$y=x^2+\frac{c}{x^2}$（常数$c>0$）在定义域内的单调性，并说明理由；

（3）对函数$y=x+\frac{a}{x}$和$y=x^2+\frac{a}{x^2}$（常数$a>0$）作出推广，使它们都是你所推广的函数的特例．研究推广后的函数的单调性（只须写出结论，不必证明），并求函数$F(x)=(x^2+\frac{1}{x})^n+(\frac{1}{x^2}+x)^n$（$n$是正整数）在区间$[\frac{1}{2}，2]$上的

最大值和最小值（可利用你的研究结论）.

[解]（1）

（2）

（3）

上海数学(理工农医类)参考答案
2006年高考上海 数学试卷（理）

一．填空题

1．解：由 $m^2=2m-1\Rightarrow m=1$，经检验，$m=1$为所求；

2．

解：由已知得圆心为：$P(2,0)$，由点到直线距离公式得：$d=\frac{|2-0-1|}{\sqrt{1+1}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$；

3．解：由互为反函数关系知，$f(x)$过点$(-1,2)$，代入得：$a^{-1}=2\Rightarrow a=\frac{1}{2}$；

4．解：

$$\lim_{n\to\infty}\frac{C_n^3}{n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{n(n-1)(n-2)}{(n^3+1)\cdot 3!}=\lim_{n\to\infty}\frac{n^3-3n^2+2n}{(n^3+1)\cdot 3!}=\lim_{n\to\infty}\frac{1-\frac{3}{n}+\frac{2}{n^2}}{(1+\frac{1}{n^3})\cdot 3!}=\frac{1}{6}；$$

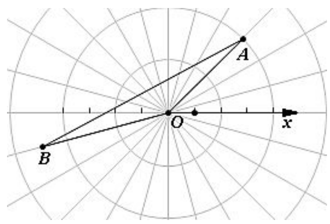
5．解：已知$\Rightarrow Z-iZ=2i\Rightarrow Z=\frac{2i}{1-i}=i-1$；

6．解：已知$\Rightarrow \cos(\alpha+\frac{\pi}{2})=-\sin\alpha=-(-\sqrt{1-\cos^2\alpha})=\frac{2\sqrt{6}}{5}$；

7．

解：已知$\Rightarrow\begin{cases}a=2b,c=2\sqrt{3}\\a^2-b^2=c^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b^2=4\\a^2=16\\F(-2\sqrt{3},0)\end{cases}\Rightarrow\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$为所求；

8．解：如图△OAB中，



$$OA=4,OB=5,\angle AOB=2\pi-(\frac{\pi}{3}-(-\frac{5\pi}{6}))=\frac{5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5\cdot\sin\frac{5\pi}{6}=5\ (平方单位)；$$

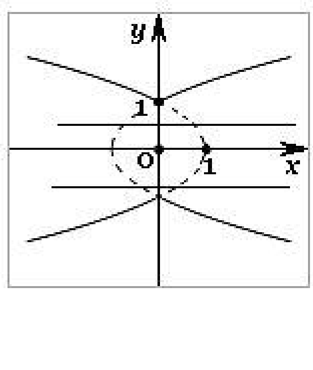
9．解：分为二步完成：1) 两套中任取一套，再作全排列，有$C_2^1\cdot P_4$种方法；2) 剩下的一套全排列，有P_4种方法；

所以，所求概率为：$\frac{C_2^1P_4P_4}{P_8}=\frac{1}{35}$；

10．解：正方体中，一个面有四条棱与之垂直，六个面，共构成24个“正交线面对”；而正方体的六个对角截面中，每个对角面又有两条面对角线与之垂直，共构成12个“正交线面对”，所以共有36个“正交线面对”；

11．解：作出函数$y^2=|x|+1$的图象，

如右图所示：



所以，$k=0,b\in(-1,1)$；

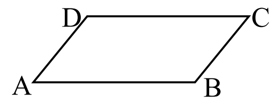
12．解：由 $x^2+25+|x^3-5x^2|\geq ax,1\leq x\leq 12\Rightarrow a\leq x+\frac{25}{x}+|x^2-5x|$，

而 $x+\frac{25}{x}\geq 2\sqrt{x\cdot\frac{25}{x}}=10$，等号当且仅当 $x=5\in[1,12]$ 时成立；

且 $|x^2-5x|\geq 0$，等号当且仅当 $x=5\in[1,12]$ 时成立；

所以，$a\leq[x+\frac{25}{x}+|x^2-5x|]_{\min}=10$，等号当且仅当 $x=5\in[1,12]$ 时成立；故 $a\in(-\infty,10]$；

二．选择题（本大题满分16分）



13． 解：由向量定义易得，（**C**）选项错误；$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$；

14．**解**： **充分性成立**：“这四个点中有三点在同一直线上”有两种情况：

1）第四点在共线三点所在的直线上，可推出“这四个点在同一平面上”；

2）第四点不在共线三点所在的直线上，可推出“这四点在唯一的一个平面内”；

必要性不成立：“四个点在同一平面上”可能推出“两点分别在两条相交或平行直线上”；

故选（A）

15．**解**：选（**A**）

方法1：代入判断法，将 $x=2,x=0$ 分别代入不等式中，判断关于 k 的不等式解集是否为 R；

方法2：求出不等式的解集；

16．**解**：选（**D**）

① 正确，此点为点 O ② 正确，注意到 p,q 为常数，由 p,q 中必有一个为零，另一个非零，从而可知有且仅有2个点，这两点在其中一条直线上，且到另一直线的距离为 q（或 p）； ③ 正确，四个交点为与直线 l_1 相距为 p 的两条平行线和与直线 l_2 相距为 q 的两条平行线的交点；

三．解答题（本大题满分86分）本大题共有6题，解答下列各题必须写出必要的步骤．

17．（本题满分12分）

求函数 $y=2\cos(x+\frac{\pi}{4})\cos(x-\frac{\pi}{4})+\sqrt{3}\sin 2x$ 的值域和最小正周期.

[解] $y=2\cos(x+\frac{\pi}{4})\cos(x-\frac{\pi}{4})+\sqrt{3}\sin 2x$

$=2(\frac{1}{2}\cos^2 x-\frac{1}{2}\sin^2 x)+\sqrt{3}\sin 2x$

$=\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x$

$=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

∴

函数 $y=2\cos(x+\frac{\pi}{4})\cos(x-\frac{\pi}{4})+\sqrt{3}\sin 2x$ 的值域是 $[-2,2]$,最小正周期是 π；

18. （本题满分12分）

如图，当甲船位于A处时获悉，在其正东方向相距20海里的B处有一艘渔船遇险等待

营救．甲船立即前往救援，同时把消息告知在甲船的南偏西30˚，相距10海里C处的乙

船，试问乙船应朝北偏东多少度的方向沿直线前往B处救援（角度精确到1°）？

[解] 连接BC,由余弦定理得

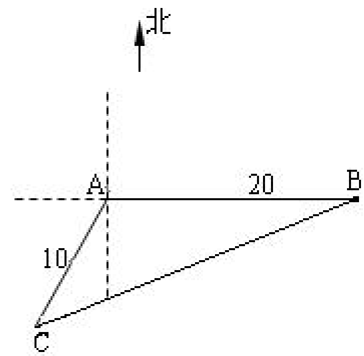
$BC^2=20^2+10^2-2\times 20\times 10\mathrm{COS}120°=700.$

于是,BC=10$\sqrt{7}$.

$\because \frac{\sin ACB}{20}=\frac{\sin 120°}{10\sqrt{7}}$， ∴sin∠ACB=$\sqrt{\frac{3}{7}}$,

∵∠ACB<90° ∴∠ACB=41°

∴乙船应朝北偏东71°方向沿直线前往B处救援.



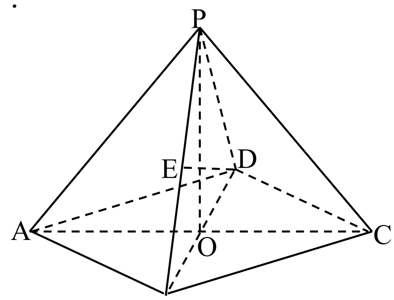
19. （本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第

在四棱锥P－ABCD中，底面是边长为2的菱形，∠DAB＝60˚，对角线AC与BD相交

于点O，PO⊥平面ABCD，PB与平面ABCD所成的角为60˚．

（1）求四棱锥P－ABCD的体积；

（2）若E是PB的中点，求异面直线DE与PA所成角的大小（结果用反三角函数值表示）．



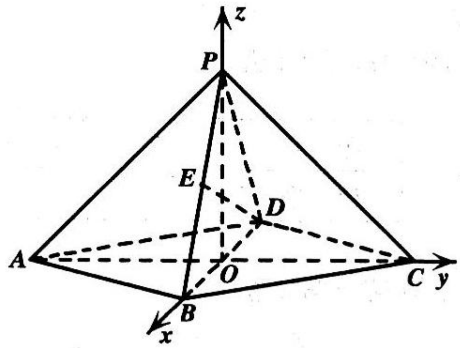
[解]（1）在四棱锥P-ABCD中,由PO⊥平面ABCD,得

∠PBO是PB与平面ABCD所成的角, ∠PBO=60°.

在Rt△AOB中BO=ABsin30°=1, 由PO⊥BO,

于是,PO=BOtg60°=$\sqrt{3}$,而底面菱形的面积为2$\sqrt{3}$.

∴四棱锥P-ABCD的体积V=$\frac{1}{3}\times 2\sqrt{3}\times\sqrt{3}$=2.



（2）**解法一：**以O为坐标原点,射线OB、OC、OP分别为x轴、y轴、z轴的正半轴建立空间直角坐标系.

在Rt△AOB中OA=$\sqrt{3}$,于是,点A、B、D、P的坐标分别是A(0,－$\sqrt{3}$,0), B (1,0,0), D (－1,0,0), P (0,0, $\sqrt{3}$).

E是PB的中点,则E($\frac{1}{2}$,0,$\frac{\sqrt{3}}{2}$) 于是$\overrightarrow{DE}$=($\frac{3}{2}$,0, $\frac{\sqrt{3}}{2}$), $\overrightarrow{AP}$=(0, $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$).

设$\overrightarrow{DE}$与$\overrightarrow{AP}$的夹角为θ,有cosθ=$\dfrac{\frac{3}{2}}{\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{3}{4}}\cdot\sqrt{3+3}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$,θ=arccos$\frac{\sqrt{2}}{4}$,

∴异面直线DE与PA所成角的大小是arccos$\frac{\sqrt{2}}{4}$；

解法二：取AB的中点F,连接EF、DF.

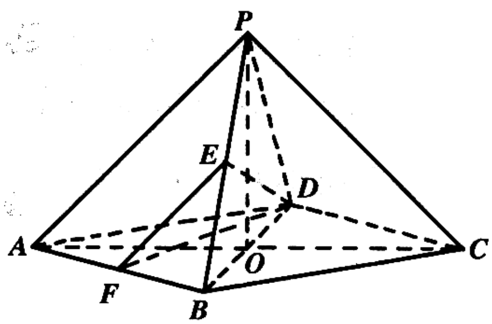
由E是PB的中点,得EF∥PA，

∴∠FED是异面直线DE与PA所成角(或它的补角)，

在Rt△AOB中AO=ABcos30°=$\sqrt{3}$=OP，

于是, 在等腰Rt△POA中，

PA=$\sqrt{6}$，则EF=$\frac{\sqrt{6}}{2}$.



在正△ABD和正△PBD中,DE=DF=$\sqrt{3}$，

$$\cos\angle FED=\frac{\frac{1}{2}EF}{DE}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{4}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

∴异面直线DE与PA所成角的大小是arccos$\frac{\sqrt{2}}{4}$.

20．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分）

在平面直角坐标系xOy中，直线l与抛物线$y^2=2x$相交于A、B两点．

（1）求证："如果直线l过点T（3，0），那么$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=3$"是真命题；

（2）写出（1）中命题的逆命题，判断它是真命题还是假命题，并说明理由

.

[解]（1）设过点T(3,0)的直线l交抛物线$y^2=2x$于点$A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$.

当直线l的斜率不存在时,直线l的方程为x=3,此时,直线l与抛物线相交于点A(3, $\sqrt{6}$)、B(3,－$\sqrt{6}$).　　$\therefore\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=3$；

当直线l的斜率存在时,设直线l的方程为$y=k(x-3)$，其中$k\neq 0$，

由$\begin{cases} y^2=2x \\ y=k(x-3) \end{cases}$得$ky^2-2y-6k=0\Rightarrow y_1y_2=-6$

又$\because x_1=\frac{1}{2}{y_1}^2, x_2=\frac{1}{2}{y_2}^2$，

$\therefore\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=\frac{1}{4}(y_1y_2)^2+y_1y_2=3$，

综上所述，命题"如果直线l过点T(3,0)，那么$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=3$"是真命题；

(2)**逆命题**是：设直线l交抛物线$y^2=2x$于A、B两点,如果$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=3$,那么该直线过点T(3,0).该命题是**假命题**.

例如：取抛物线上的点A(2,2)，B($\frac{1}{2}$,1)，此时$\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}=3$,

直线AB的方程为：$y=\frac{2}{3}(x+1)$，而T(3,0)不在直线AB上；

说明：由抛物线$y^2=2x$上的点A　　　　(x_1,y_1)、B　　　　　　(x_2,y_2)满足$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=3$，可得$y_1y_2=-6$，

或$y_1y_2=2$，如果$y_1y_2=-6$，可证得直线AB过点(3,0)；如果$y_1y_2=2$，可证得直线

AB过点(－1,0),而不过点(3,0).

21．（本题满分16分，本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题

满分6分）

已知有穷数列$\{a_n\}$共有$2k$项（整数$k\geq2$），首项$a_1=2$．设该数列的前n项和为S_n，且$a_{n+1}=(a-1)S_n+2$（$n=1$，2，…，$2k-1$），其中常数$a>1$．

（1）求证：数列$\{a_n\}$是等比数列；

（2）若$a=2^{\frac{2}{2k-1}}$，数列$\{b_n\}$满足$b_n=\frac{1}{n}\log_2(a_1a_2\cdots a_n)$（$n=1$，2，…，$2k$），

求数列$\{b_n\}$的通项公式；

（3）若（2）中的数列$\{b_n\}$满足不等式$|b_1-\frac{3}{2}|+|b_2-\frac{3}{2}|+\cdots+|b_{2k-1}-\frac{3}{2}|+|b_{2k}-\frac{3}{2}|\leq4$，求$k$的值．

(1) **[证明]** 当n=1时,$a_2=2a$,则$\frac{a_2}{a_1}=a$；

$2\leq n\leq 2k-1$时, $a_{n+1}=(a-1)S_n+2$, $a_n=(a-1)S_{n-1}+2$,

$a_{n+1}-a_n=(a-1)a_n$, $\therefore\frac{a_{n+1}}{a_n}=a$, ∴数列$\{a_n\}$是等比数列.

(2) 解：由(1) 得$a_n=2a^{n-1}$, $\therefore a_1a_2\ldots a_n=2^n a^{1+2+\cdots+(n-1)}=2^n a^{\frac{n(n-1)}{2}}=2^{n+\frac{n(n-1)}{2k-1}}$,

$b_n=\frac{1}{n}[n+\frac{n(n-1)}{2k-1}]=\frac{n-1}{2k-1}+1$ (n=1,2,…,2k).

（3）设$b_n\leq\frac{3}{2}$,解得$n\leq k+\frac{1}{2}$,又n是正整数,于是当$n\leq k$时, $b_n<\frac{3}{2}$；

当$n\geq k+1$时, $b_n>\frac{3}{2}$.

原式$=(\frac{3}{2}-b_1)+(\frac{3}{2}-b_2)+\ldots+(\frac{3}{2}-b_k)+(b_{k+1}-\frac{3}{2})+\ldots+(b_{2k}-\frac{3}{2})$

$=(b_{k+1}+\ldots+b_{2k})-(b_1+\ldots+b_k)$

$=[\frac{\frac{1}{2}(k+2k-1)k}{2k-1}+k]-[\frac{\frac{1}{2}(0+k-1)k}{2k-1}+k]=\frac{k^2}{2k-1}$.

当$\frac{k^2}{2k-1}\leq4$,得$k^2-8k+4\leq0$, $4-2\sqrt{3}\leq k\leq4+2\sqrt{3}$,又$k\geq2$,

∴当k=2,3,4,5,6,7时,原不等式成立.

22．（本题满分18分，本题共有3个小题，第1小题满分3分，第2小题满分6分，第3小题

满分9分）

已知函数 $y=x+\dfrac{a}{x}$ 有如下性质：如果常数 $a>0$，那么该函数在$(0,\sqrt{a}]$上是减函数，在$[\sqrt{a},+\infty)$上是增函数．

（1）如果函数 $y=x+\dfrac{2^b}{x}$（$x>0$）的值域为$[6,+\infty)$，求 b 的值；

（2）研究函数 $y=x^2+\dfrac{c}{x^2}$（常数 $c>0$）在定义域内的单调性，并说明理由；

（3）对函数 $y=x+\dfrac{a}{x}$ 和 $y=x^2+\dfrac{a}{x^2}$（常数 $a>0$）作出推广，使它们都是你所推广的

函数的特例．研究推广后的函数的单调性（只须写出结论，不必证明），并求函数 $F(x)$

$=(x^2+\dfrac{1}{x})^n+(\dfrac{1}{x^2}+x)^n$（$n$ 是正整数）在区间$[\dfrac{1}{2}$，2]上的最大值和最小值（可利

用你的研究结论）．

[解]（1）函数y=x+$\dfrac{2^b}{x}$ (x>0)的最小值是$2\sqrt{2^b}$，则$2\sqrt{2^b}$=6, ∴b=$\log_2 9$.

(2) 设0<x_1<x_2,y_2-y_1=$x_2^2+\dfrac{c}{x_2^2}-x_1^2-\dfrac{c}{x_1^2}=(x_2^2-x_1^2)(1-\dfrac{c}{x_1^2\cdot x_2^2})$.

当$\sqrt[4]{c}$<x_1<x_2时, y_2>y_1, 函数y=$x^2+\dfrac{c}{x^2}$在$[\sqrt[4]{c}$,+∞)上是增函数；

当0<x_1<x_2<$\sqrt[4]{c}$时y_2<y_1, 函数y=$x^2+\dfrac{c}{x^2}$在(0,$\sqrt[4]{c}$]上是减函数.

又y=$x^2+\dfrac{c}{x^2}$是偶函数，于是，

该函数在$(-\infty,-\sqrt[4]{c}]$上是减函数, 在$[-\sqrt[4]{c},0)$上是增函数；

(3) 可以把函数推广为y=$x^n+\dfrac{a}{x^n}$ (常数a>0),其中n是正整数.

当n是奇数时,函数y=$x^n+\dfrac{a}{x^n}$在(0,$\sqrt[2n]{a}$]上是减函数,在$[\sqrt[2n]{a}$,+∞) 上是增函数,

在$(-\infty,-\sqrt[2n]{a}]$上是增函数, 在$[-\sqrt[2n]{a},0)$上是减函数；

当n是偶数时,函数y=$x^n+\frac{a}{x^n}$在(0,$\sqrt[2n]{a}$]上是减函数,在[$\sqrt[2n]{a}$,+∞) 上是增函数,

在(－∞,－$\sqrt[2n]{a}$]上是减函数, 在[－$\sqrt[2n]{a}$,0)上是增函数;

F(x)=$(x^2+\frac{1}{x})^n+(\frac{1}{x^2}+x)^n$

=

$$C_n^0(x^{2n}+\frac{1}{x^{2n}})+C_n^1(x^{2n-3}+\frac{1}{x^{2n-3}})+\cdots+C_n^r(x^{2n-3r}\frac{1}{x^{2n-3r}})+\cdots+C_n^n(x^n+\frac{1}{x^n})$$

因此F(x) 在 [$\frac{1}{2}$,1]上是减函数,在[1,2]上是增函数.

所以，当x=$\frac{1}{2}$或x=2时，F(x)取得最大值$(\frac{9}{2})^n+(\frac{9}{4})^n$;

当x=1时F(x)取得最小值2^{n+1};