

2014年普通高等学校招生全国统一考试（辽宁卷）

理科数学

第I卷（共60分）

一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = R$, $A = \{x | x \leq 0\}$, $B = \{x | x \geq 1\}$, 则集合 $C_U(A \cup B) = (\quad)$

- A. $\{x | x \geq 0\}$ B. $\{x | x \leq 1\}$ C. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ D. $\{x | 0 < x < 1\}$

2. 设复数 z 满足 $(z - 2i)(2 - i) = 5$, 则 $z = (\quad)$

- A. $2 + 3i$ B. $2 - 3i$ C. $3 + 2i$ D. $3 - 2i$

3. 已知 $a = 2^{-\frac{1}{3}}$, $b = \log_2 \frac{1}{3}$, $c = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$, 则 (\quad)

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

4. 已知 m, n 表示两条不同直线, α 表示平面, 下列说法正确的是 (\quad)

- A. 若 $m // \alpha, n // \alpha$, 则 $m // n$ B. 若 $m \perp \alpha, n \subset \alpha$, 则 $m \perp n$

- C. 若 $m \perp \alpha, m \perp n$, 则 $n // \alpha$ D. 若 $m // \alpha, m \perp n$, 则 $n \perp \alpha$

5. 设 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 是非零向量, 已知命题 P : 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0, \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$; 命题 q : 若 $\vec{a} // \vec{b}, \vec{b} // \vec{c}$, 则

$\vec{a} // \vec{c}$, 则下列命题中真命题是 (\quad)

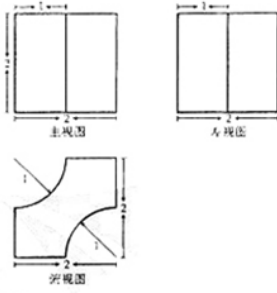
- A. $p \vee q$ B. $p \wedge q$ C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $p \vee (\neg q)$

6. 把椅子摆成一排, 3人随机就座, 任何两人不相邻的做法种数为 (\quad)

- A. 144 B. 120 C. 72 D. 24

7. 某几何体三视图如图所示, 则该几何体的体积为 (\quad)

- A. $8 - 2\pi$ B. $8 - \pi$ C. $8 - \frac{\pi}{2}$ D. $8 - \frac{\pi}{4}$



8. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ，若数列 $\{2^{a_n}\}$ 为递减数列，则 ()

- A. $d < 0$ B. $d > 0$ C. $a_1 d < 0$ D. $a_1 d > 0$

9. 将函数 $y = 3\sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度，所得图象对应的函数 ()

- A. 在区间 $[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}]$ 上单调递减
 B. 在区间 $[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}]$ 上单调递增
 C. 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递减
 D. 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递增

10. 已知点 $A(-2, 3)$ 在抛物线 $C: y^2 = 2px$ 的准线上，过点 A 的直线与 C 在第一象限相切于点 B ，记 C 的焦点为 F ，则直线 BF 的斜率为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

11. 当 $x \in [-2, 1]$ 时，不等式 $ax^3 - x^2 + 4x + 3 \geq 0$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $[-5, -3]$ B. $[-6, -\frac{9}{8}]$ C. $[-6, -2]$ D. $[-4, -3]$

12. 已知定义在 $[0, 1]$ 上的函数 $f(x)$ 满足：

① $f(0) = f(1) = 0$ ；

② 对所有 $x, y \in [0, 1]$ ，且 $x \neq y$ ，有 $|f(x) - f(y)| < \frac{1}{2}|x - y|$ 。

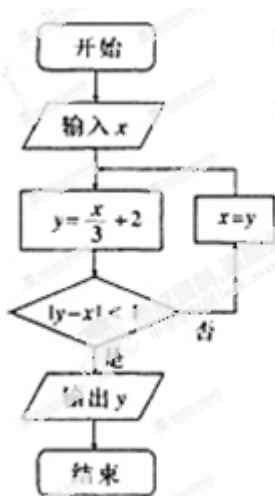
若对所有 $x, y \in [0, 1]$ ， $|f(x) - f(y)| < k$ ，则 k 的最小值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2\pi}$ D. $\frac{1}{8}$

第 II 卷 (共 90 分)

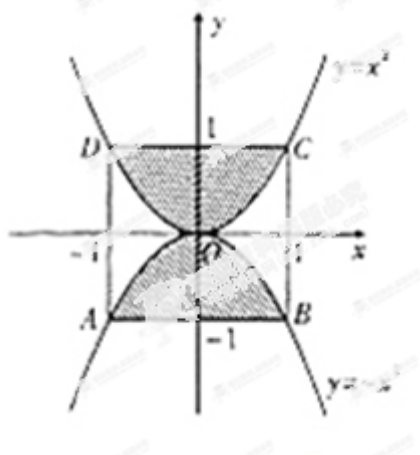
二、填空题（每题 5 分，满分 20 分，将答案填在答题纸上）

13. 执行右侧的程序框图，若输入 $x = 9$ ，则输出 $y =$ _____.



14. 正方形的四个顶点 $A(-1, -1), B(1, -1), C(1, 1), D(-1, 1)$ 分别在抛物线 $y = -x^2$ 和 $y = x^2$ 上，如图所示，若

将一个质点随机投入正方形 $ABCD$ 中，则质点落在阴影区域的概率是 _____ .



15. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ，点 M 与 C 的焦点不重合，若 M 关于 C 的焦点的对称点分别为 A, B ，线段

MN 的中点在 C 上，则 $|AN| + |BN| =$ _____.

16. 对于 $c > 0$ ，当非零实数 a, b 满足 $4a^2 - 2ab + 4b^2 - c = 0$ ，且使 $|2a + b|$ 最大时， $\frac{3}{a} - \frac{4}{b} + \frac{5}{c}$ 的最小值为 _____.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

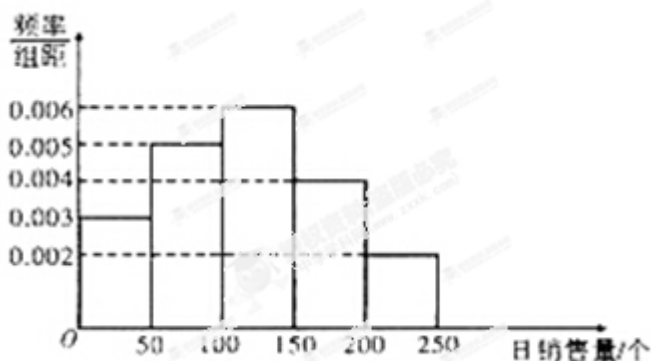
17. （本小题满分 12 分）

在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边 a, b, c ，且 $a > c$ ，已知 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2$ ， $\cos B = \frac{1}{3}$ ， $b = 3$ ，求：

- (1) a 和 c 的值；
- (2) $\cos(B - C)$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

一家面包房根据以往某种面包的销售记录，绘制了日销售量的频率分布直方图，如图所示：



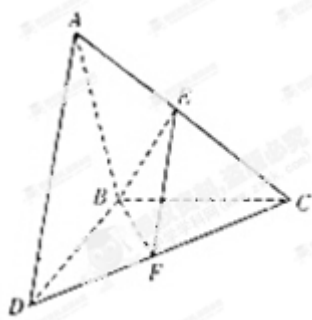
将日销售量落入各组的频率视为概率，并假设每天的销售量相互独立.

- (1) 求在未来连续 3 天里，有连续 2 天的日销售量都不低于 100 个且另一天的日销售量低于 50 个的概率；
- (2) 用 X 表示在未来 3 天里日销售量不低于 100 个的天数，求随机变量 X 的分布列，期望 $E(X)$ 及方差 $D(X)$.

19. (本小题满分 12 分)

如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle BCD$ 所在平面互相垂直，且 $AB = BC = BD = 2$ ， $\angle ABC = \angle DBC = 120^\circ$ ， E, F 分别为 AC, DC 的中点.

- (1) 求证： $EF \perp BC$ ；
- (2) 求二面角 $E - BF - C$ 的正弦值.



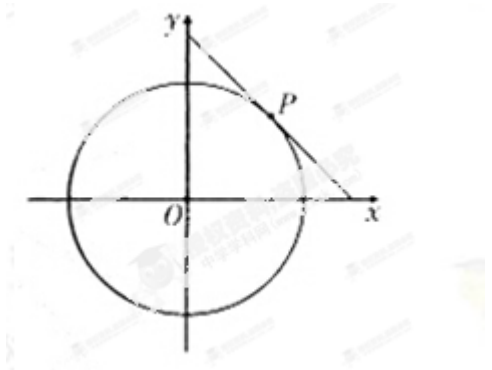
20. (本小题满分 12 分)

圆 $x^2 + y^2 = 4$ 的切线与 x 轴正半轴, y 轴正半轴围成一个三角形, 当该三角形面积最小时, 切点为 P (如

图), 双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 过点 P 且离心率为 $\sqrt{3}$.

(1) 求 C_1 的方程;

(2) 椭圆 C_2 过点 P 且与 C_1 有相同的焦点, 直线 l 过 C_2 的右焦点且与 C_2 交于 A, B 两点, 若以线段 AB 为直径的圆心过点 P , 求 l 的方程.



21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (\cos x - x)(\pi + 2x) - \frac{8}{3}(\sin x + 1)$, $g(x) = 3(x - x)\cos x - 4(1 + \sin x)\ln(3 - \frac{2x}{\pi})$.

证明: (1) 存在唯一 $x_0 \in (0, \frac{\pi}{2})$, 使 $f(x_0) = 0$;

(2) 存在唯一 $x_1 \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 使 $g(x_1) = 0$, 且对 (1) 中的 $x_0 + x_1 < \pi$.

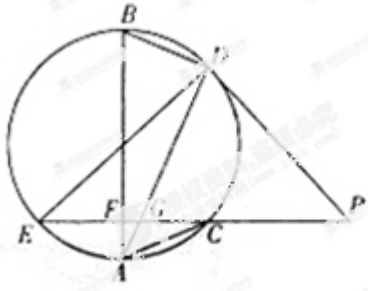
请考生在第 22、23、24 三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分, 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号下方的方框涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图, EP 交圆于 E, C 两点, PD 切圆于 D , G 为 CE 上一点且 $PG = PD$, 连接 DG 并延长交圆于点 A , 作弦 AB 垂直 EP , 垂足为 F .

(1) 求证: AB 为圆的直径;

(2) 若 $AC = BD$, 求证: $AB = ED$.



23. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

将圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上每一点的横坐标保持不变, 纵坐标变为原来的 2 倍, 得曲线 C.

(1) 写出 C 的参数方程;

(2) 设直线 $l: 2x + y - 2 = 0$ 与 C 的交点为 P_1, P_2 , 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极坐标建立极坐标系, 求过线段 P_1P_2 的中点且与 l 垂直的直线的极坐标方程.

24. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

设函数 $f(x) = 2|x-1| + x - 1$, $g(x) = 16x^2 - 8x + 1$, 记 $f(x) \leq 1$ 的解集为 M, $g(x) \leq 4$ 的解集为 N.

(1) 求 M;

(2) 当 $x \in M \cap N$ 时, 证明: $x^2 f(x) + x[f(x)]^2 \leq \frac{1}{4}$.