2007年宁夏高考理科数学真题及答案

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分．第II卷第22题为选考题，其他题为必考题．考生作答时，将答案答在答题卡上，在本试卷上答题无效．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

注意事项：

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，认真核对条形码上的准考证号、姓名，并将条形码粘贴在指定位置上．

2．选择题答案使用2B铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号；非选择题答案使用0.5毫米的黑色中性（签字）笔或炭素笔书写，字体工整，笔迹清楚．

3．请按照题号在各题的答题区域（黑色线框）内作答，超出答题区域书写的答案无效．

4．保持卡面清洁，不折叠，不破损．

5．作选考题时，考生按照题目要求作答，并用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑．

参考公式：

样本数据x_1，x_2，$\cdots$，x_n的标准差

$$s=\sqrt{\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]}$$

其中$\bar{x}$为样本平均数

柱体体积公式

$$V=Sh$$

其中S为底面面积，h为高

锥体体积公式

$$V=\frac{1}{3}Sh$$

其中S为底面面积、h为高

球的表面积、体积公式

$$S=4\pi R^2，V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

其中R为球的半径

第I卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知命题$p:\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x\leqslant 1$，则（　　）

A．$\neg p:\exists x\in\mathbf{R}$，$\sin x\geqslant 1$　　B．$\neg p:\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x\geqslant 1$

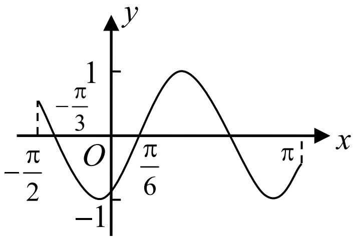
C．$\neg p:\exists x\in\mathbf{R}$，$\sin x>1$　　D．$\neg p:\forall x\in\mathbf{R}$，$\sin x>1$

2．已知平面向量$\boldsymbol{a}=(1,1)$，$\boldsymbol{b}=(1,-1)$，则向量$\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{3}{2}\boldsymbol{b}=$（　　）

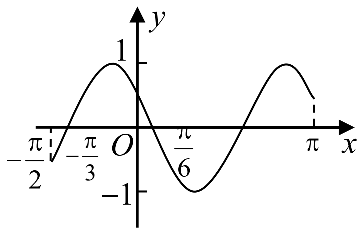
A．$(-2,-1)$　　B．$(-2,1)$

C．$(-1,0)$　　D．$(-1,2)$

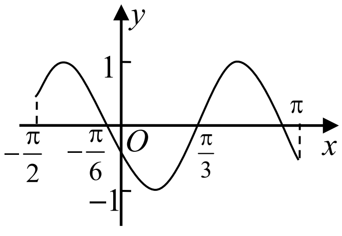
3．函数 $y=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{2},\ \pi\right]$ 的简图是（　　）



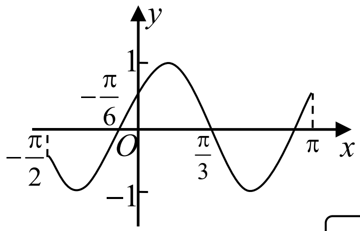
A



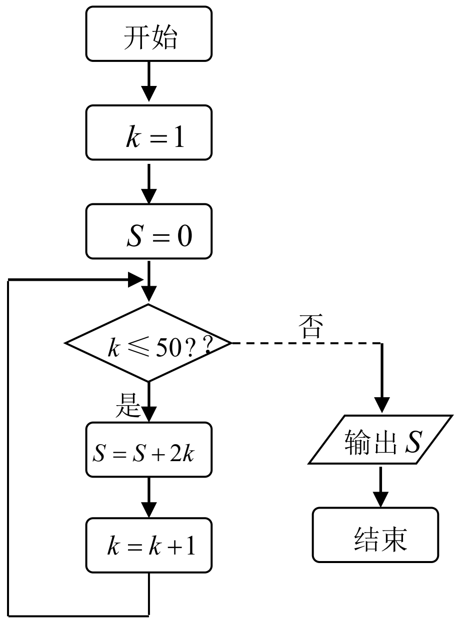
B



C



D



4．已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，$a_{10}=10$，其前 10 项和 $S_{10}=70$，则其公差 $d=$（　　）

A．$-\dfrac{2}{3}$　　B．$-\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$\dfrac{2}{3}$

5．如果执行右面的程序框图，那么输出的 $S=$（　　）

A．2450　　B．2500

C．2550　　D．2652

6．已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，点 $P_1(x_1,\ y_1)$，$P_2(x_2,\ y_2)$，$P_3(x_3,\ y_3)$ 在抛物线上，且 $2x_2=x_1+x_3$，则有（　　）

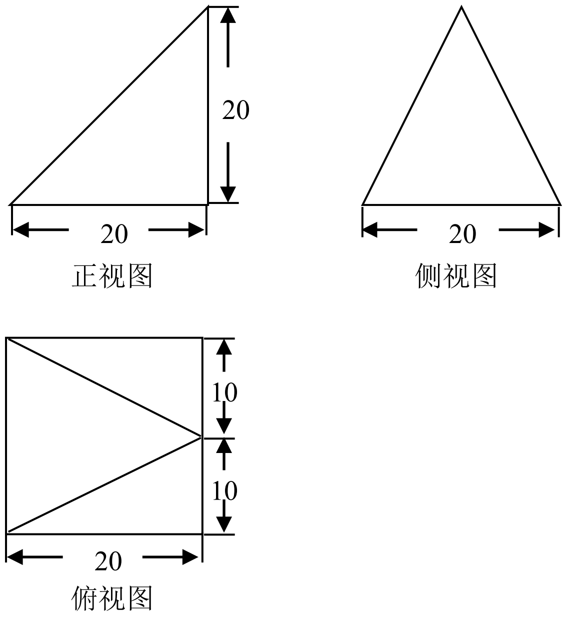
A．$|FP_1|+|FP_2|=|FP_3|$　　B．$|FP_1|^2+|FP_2|^2=|FP_3|^2$

C．$2|FP_2|=|FP_1|+|FP_3|$　　D．$|FP_2|^2=|FP_1|\,|FP_3|$

7．已知 $x>0$，$y>0$，x，a，b，y 成等差数列，x，c，d，y 成等比数列，则 $\dfrac{(a+b)^2}{cd}$ 的最小值是（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．4

8．已知某个几何体的三视图如下，根据图中标出的尺寸（单位：cm），可得这个几何体的体积是（　　）



A． $\dfrac{4000}{3}\text{cm}^3$

B． $\dfrac{8000}{3}\text{cm}^3$

C． 2000cm^3

D． 4000cm^3

9．若 $\dfrac{\cos 2\alpha}{\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\cos\alpha+\sin\alpha$ 的值为（　　）

A． $-\dfrac{\sqrt{7}}{2}$　　　　B． $-\dfrac{1}{2}$

C． $\dfrac{1}{2}$　　　　D． $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

10．曲线 $y=\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$ 在点 $(4,\ \mathrm{e}^2)$ 处的切线与坐标轴所围三角形的面积为（　　）

A． $\dfrac{9}{2}\mathrm{e}^2$　　　B． $4\mathrm{e}^2$　　　C． $2\mathrm{e}^2$　　　D． e^2

11．甲、乙、丙三名射箭运动员在某次测试中各射箭 20 次，三人的测试成绩如下表

甲的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	5	5	5	5

乙的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	6	4	4	6

丙的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	4	6	6	4

s_1，s_2，s_3 分别表示甲、乙、丙三名运动员这次测试成绩的标准差，则有（　　）

A． $s_3>s_1>s_2$　　　　B． $s_2>s_1>s_3$

C． $s_1>s_2>s_3$　　　　D． $s_2>s_3>s_1$

12．一个四棱锥和一个三棱锥恰好可以拼接成一个三棱柱，这个四棱锥的底面为正方形，且底面边长与各侧棱长相等，这个三棱锥的底面边长与各侧棱长也都相等．设四棱锥、三棱锥、三棱柱的高分别为 h_1，h_2，h，则 $h_1:h_2:h=$（　　）

A． $\sqrt{3}:1:1$　　　B． $\sqrt{3}:2:2$　　　C． $\sqrt{3}:2:\sqrt{2}$　　　D． $\sqrt{3}:2:\sqrt{3}$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分，第 13 题－第 21 题为必考题，每个试题考生都必须做答，第 22 题为选考题，考生根据要求做答.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分.

13．已知双曲线的顶点到渐近线的距离为 2，焦点到渐近线的距离为 6，则该双曲线的离心率为__________.

14．设函数 $f(x)=\dfrac{(x+1)(x+a)}{x}$ 为奇函数，则 $a=$________.

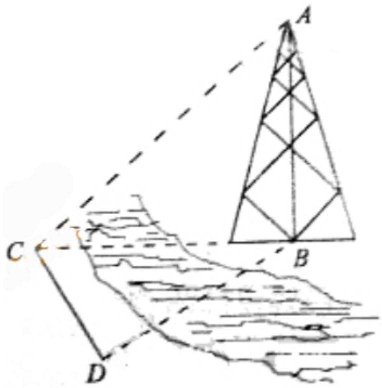
15．i 是虚数单位，$\dfrac{-5+10i}{3+4i}=$__________.（用 $a+bi$ 的形式表示，a，$b\in\mathbf{R}$）

16．某校安排 5 个班到 4 个工厂进行社会实践，每个班去一个工厂，每个工厂至少安排一个班，不同的安排方法共有______________种.（用数字作答）

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）

如图，测量河对岸的塔高 AB 时，可以选与塔底 B 在同一水平面内的两个测点 C 与 D．现测得 $\angle BCD=\alpha$，$\angle BDC=\beta$，$CD=s$，并在点 C 测得塔顶 A 的仰角为 θ，求塔高 AB．

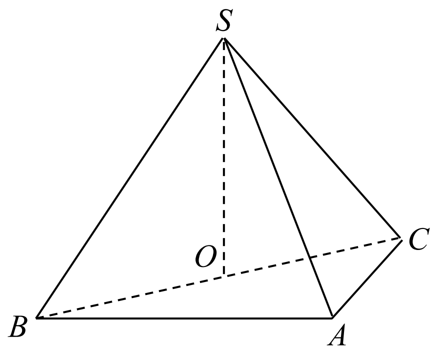


18.（本小题满分 12 分）

如图，在三棱锥 $S-ABC$ 中，侧面 SAB 与侧面 SAC 均为等边三角形，$\angle BAC=90^\circ$，O 为 BC 中点.

（Ⅰ）证明：$SO\perp$ 平面 ABC；

（Ⅱ）求二面角 $A-SC-B$ 的余弦值.



19.（本小题满分 12 分）

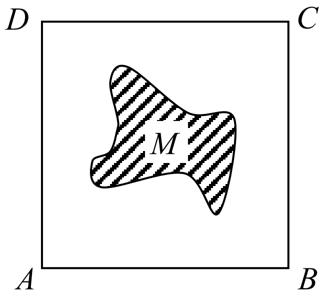
在平面直角坐标系 xOy 中，经过点 $(0,\sqrt{2})$ 且斜率为 k 的直线 l 与椭圆 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 有两个不同的交点 P 和 Q.

（I）求 k 的取值范围；

（II）设椭圆与 x 轴正半轴、y 轴正半轴的交点分别为 A，B，是否存在常数 k，使得向量 $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}$ 与 $\overrightarrow{AB}$ 共线？如果存在，求 k 值；如果不存在，请说明理由.

20．（本小题满分 12 分）

如图，面积为S的正方形$ABCD$中有一个不规则的图形M，可按下面方法估计M的面积：在正方形$ABCD$中随机投掷n个点，若n个点中有m个点落入M中，则M的面积的估计值为$\dfrac{m}{n}S$，假设正方形$ABCD$的边长为 2，M的面积为 1，并向正方形$ABCD$中随机投掷10000个点，以X表示落入M中的点的数目．



（I）求X的均值EX；

（II）求用以上方法估计M的面积时，M的面积的估计值与实际值之差在区间$(-0.03,0.03)$内的概率．

附表：$P(k)=\sum\limits_{t=0}^{k}C_{10000}^{t}\times 0.25^{t}\times 0.75^{10000-t}$

k	2424	2425	2574	2575
$P(k)$	0.0403	0.0423	0.9570	0.9590

21．（本小题满分 12 分）

设函数$f(x)=\ln(x+a)+x^2$

（I）若当$x=-1$时，$f(x)$取得极值，求a的值，并讨论$f(x)$的单调性；

（II）若$f(x)$存在极值，求a的取值范围，并证明所有极值之和大于$\ln\dfrac{\mathrm{e}}{2}$．

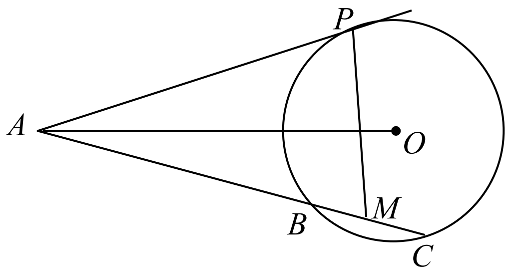
22．请考生在A，B，C三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分．作答时，用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑．

22．A（本小题满分 10 分）选修 4－1：几何证明选讲

如图，已知AP是$\odot O$的切线，P为切点，AC是$\odot O$的割线，与$\odot O$交于$B，C$两点，圆心O在$\angle PAC$的内部，点M是BC的中点．

（Ⅰ）证明$A，P，O，M$四点共圆；

（Ⅱ）求$\angle OAM+\angle APM$的大小．



22．B（本小题满分 10 分）选修 4－4：坐标系与参数方程

$\odot O_1$和$\odot O_2$的极坐标方程分别为$\rho=4\cos\theta，\rho=-4\sin\theta$．

（Ⅰ）把$\odot O_1$和$\odot O_2$的极坐标方程化为直角坐标方程；

（Ⅱ）求经过$\odot O_1$，$\odot O_2$交点的直线的直角坐标方程．

22．C（本小题满分 10 分）选修$4-5$；不等式选讲

设函数 $f(x)=|2x+1|-|x-4|$.

（I）解不等式 $f(x)>2$；

（II）求函数 $y=f(x)$ 的最小值.

参考答案

一、选择题

1．C　2．D　3．A　4．D　5．C　6．C

7．D　8．B　9．C　10．D　11．B　12．B

二、填空题

13．3　14．-1　15．$1+2\mathrm{i}$　16．240

三、解答题

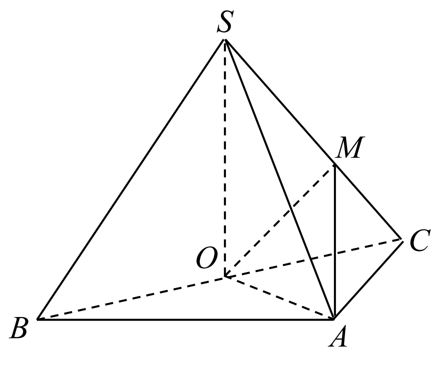
17．解：在 $\triangle BCD$ 中，$\angle CBD=\pi-\alpha-\beta$.

由正弦定理得 $\dfrac{BC}{\sin\angle BDC}=\dfrac{CD}{\sin\angle CBD}$.

所以 $BC=\dfrac{CD\sin\angle BDC}{\sin\angle CBD}=\dfrac{s\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$.

在 $\mathbf{Rt}\triangle ABC$ 中，$AB=BC\tan\angle ACB=\dfrac{s\tan\theta\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$.

18．证明：



（Ⅰ）由题设 $AB=AC=SB=SC=SA$，连结 OA，$\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，所以 $OA=OB=OC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}SA$，且 $AO\perp BC$，又 $\triangle SBC$ 为等腰三角形，故 $SO\perp BC$，且 $SO=\dfrac{\sqrt{2}}{2}SA$，从而 $OA^2+SO^2-SA^2$.

所以 $\triangle SOA$ 为直角三角形，$SO\perp AO$.

又 $AO\cap BO=O$.

所以 $SO\perp$ 平面 ABC.

（Ⅱ）解法一：

取 SC 中点 M，连结 $AM，OM$，由（Ⅰ）知 $SO=OC，SA=AC$，得 $OM\perp SC，AM\perp SC$.

$\therefore\angle OMA$ 为二面角 $A-SC-B$ 的平面角.

由 $AO \perp BC$，$AO \perp SO$，$SO \cap BC = O$ 得 $AO \perp$ 平面 SBC .

所以 $AO \perp OM$ ，又 $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}SA$，

故 $\sin\angle AMO = \frac{AO}{AM} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

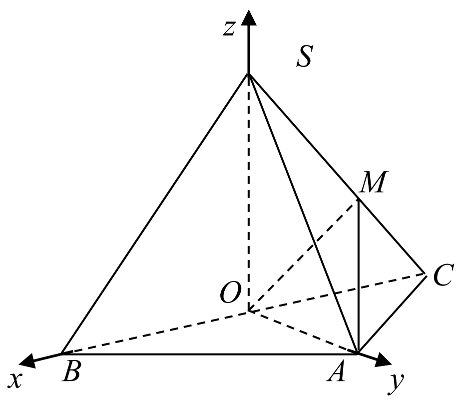
所以二面角 $A-SC-B$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

解法二：

以 O 为坐标原点，射线 OB，OA 分别为 x 轴、y 轴的正半轴，建立如图的空间直角坐标系 $O-xyz$.

设 $B(1,0,0)$ ，则 $C(-1,0,0)$，$A(0,1,0)$，$S(0,0,1)$.

SC 的中点 $M\left(-\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}\right)$，$\overrightarrow{MO} = \left(\frac{1}{2},0,-\frac{1}{2}\right)$，$\overrightarrow{MA} = \left(\frac{1}{2},1,-\frac{1}{2}\right)$，$\overrightarrow{SC} = (-1,0,-1)$.



$\therefore \overrightarrow{MO}\cdot\overrightarrow{SC} = 0, \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{SC} = 0$.

故 $MO \perp SC$，$MA \perp SC$，$<\overrightarrow{MO},\overrightarrow{MA}>$ 等于二面角 $A-SC-B$ 的平面角.

$\cos<\overrightarrow{MO},\overrightarrow{MA}> = \frac{\overrightarrow{MO}\cdot\overrightarrow{MA}}{|\overrightarrow{MO}||\overrightarrow{MA}|} = \frac{\sqrt{3}}{3}$，

所以二面角 $A-SC-B$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

19．解：（Ⅰ）由已知条件，直线 l 的方程为 $y = kx + \sqrt{2}$，

代入椭圆方程得 $\frac{x^2}{2} + (kx+\sqrt{2})^2 = 1$.

整理得 $\left(\frac{1}{2}+k^2\right)x^2 + 2\sqrt{2}kx + 1 = 0$　　①

直线 l 与椭圆有两个不同的交点 P 和 Q 等价于 $\Delta = 8k^2 - 4\left(\frac{1}{2}+k^2\right) = 4k^2 - 2 > 0$，

解得 $k<-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $k>\dfrac{\sqrt{2}}{2}$．即 k 的取值范围为 $\left(-\infty,-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right)$.

（Ⅱ）设 $P(x_1,\ y_1)$，$Q(x_2,\ y_2)$，则 $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}=(x_1+x_2,\ y_1+y_2)$，

由方程①，$x_1+x_2=-\dfrac{4\sqrt{2}k}{1+2k^2}$．　　②

又 $y_1+y_2=k(x_1+x_2)+2\sqrt{2}$．　　③

而 $A(\sqrt{2},0)$，$B(0,1)$，$\overrightarrow{AB}=(-\sqrt{2},1)$．

所以 $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}$ 与 $\overrightarrow{AB}$ 共线等价于 $x_1+x_2=-\sqrt{2}(y_1+y_2)$，

将②③代入上式，解得 $k=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$．

由（Ⅰ）知 $k<-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $k>\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，故没有符合题意的常数 k．

20．解：

每个点落入 M 中的概率均为 $p=\dfrac{1}{4}$.

依题意知 $X\sim B\left(10000,\dfrac{1}{4}\right)$.

（Ⅰ）$EX=10000\times\dfrac{1}{4}=2500$．

（Ⅱ）依题意所求概率为 $P\left(-0.03<\dfrac{X}{10000}\times4-1<0.03\right)$，

$$P\left(-0.03<\frac{X}{10000}\times4-1<0.03\right)=P(2425<X<2575)$$

$$=\sum_{t=2426}^{2574}C_{10000}^{t}\times0.25^{t}\times0.75^{10000-t}$$

$$=\sum_{t=2426}^{2574}C_{10000}^{t}\times0.25^{t}\times0.75^{10000-t}-\sum_{t=0}^{2425}C_{10000}^{t}\times0.25^{t}\times0.75^{10000-1}$$

$=0.9570-0.0423=0.9147$．

21．解：

（Ⅰ）$f'(x)=\dfrac{1}{x+a}+2x$，

依题意有 $f'(-1)=0$，故 $a=\dfrac{3}{2}$.

从而 $f'(x)=\dfrac{2x^2+3x+1}{x+\dfrac{3}{2}}=\dfrac{(2x+1)(x+1)}{x+\dfrac{3}{2}}$.

$f(x)$ 的定义域为 $\left(-\dfrac{3}{2},+\infty\right)$，当 $-\dfrac{3}{2}<x<-1$ 时，$f'(x)>0$；

当 $-1<x<-\dfrac{1}{2}$ 时，$f'(x)<0$；

当 $x>-\dfrac{1}{2}$ 时，$f'(x)>0$.

从而，$f(x)$ 分别在区间 $\left(-\dfrac{3}{2},-1\right)$,$\left(-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$ 单调增加，在区间 $\left(-1,-\dfrac{1}{2}\right)$ 单调减少.

（Ⅱ）$f(x)$ 的定义域为 $(-a,+\infty)$，$f'(x)=\dfrac{2x^2+2ax+1}{x+a}$.

方程 $2x^2+2ax+1=0$ 的判别式 $\Delta=4a^2-8$.

（i）若 $\Delta<0$，即 $-\sqrt{2}<a<\sqrt{2}$，在 $f(x)$ 的定义域内 $f'(x)>0$，故 $f(x)$ 的极值.

（ii）若 $\Delta=0$，则 $a-\sqrt{2}$ 或 $a=-\sqrt{2}$.

若 $a=\sqrt{2}$，$x\in(-\sqrt{2},+\infty)$，$f'(x)=\dfrac{(\sqrt{2}x-1)^2}{x+\sqrt{2}}$.

当 $x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 时，$f'(x)=0$，当 $x\in\left(-\sqrt{2},-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right)$ 时，$f'(x)>0$，所以 $f(x)$ 无极值.

若 $a=-\sqrt{2}$，$x\in(\sqrt{2},+\infty)$，$f'(x)=\dfrac{(\sqrt{2}x-1)^2}{x-\sqrt{2}}>0$，$f(x)$ 也无极值.

（iii）若 $\Delta>0$，即 $a>\sqrt{2}$ 或 $a<-\sqrt{2}$，则 $2x^2+2ax+1=0$ 有两个不同的实根 $x_1=\dfrac{-a-\sqrt{a^2-2}}{2}$，$x_2=\dfrac{-a+\sqrt{a^2-2}}{2}$.

当 $a<-\sqrt{2}$ 时，$x_1<-a,\ x_2<-a$，从而 $f'(x)$ 有 $f(x)$ 的定义域内没有零点，故 $f(x)$ 无极

值．

当$a>\sqrt{2}$时，$x_1>-a$，$x_2>-a$，$f'(x)$在$f(x)$的定义域内有两个不同的零点，由根值

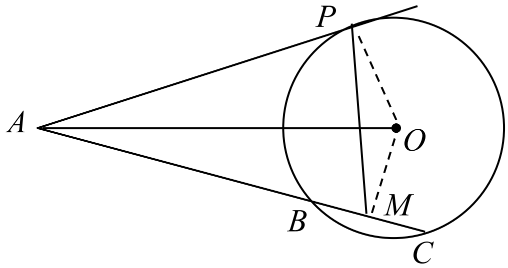
判别方法知$f(x)$在$x=x_1$，$x=x_2$取得极值．

综上，$f(x)$存在极值时，a的取值范围为$(\sqrt{2},+\infty)$．

$f(x)$的极值之和为

$f(x_1)+f(x_2)=\ln(x_1+a)+x_1^2+\ln(x_2+a)+x_2^2=\ln\frac{1}{2}+$

．



22．A

（Ⅰ）证明：连结OP，OM．

因为AP与$\odot O$相切于点P，所以$OP\perp AP$．

因为M是$\odot O$的弦BC的中点，所以$OM\perp BC$．

于是$\angle OPA+\angle OMA=180^\circ$．

由圆心O在$\angle PAC$的内部，可知四边形$APOM$的对角互补，所以A，P，O，M四点共圆．

（Ⅱ）解：由（Ⅰ）得A，P，O，M四点共圆，所以$\angle OAM=\angle OPM$．

由（Ⅰ）得$OP\perp AP$．

由圆心O在$\angle PAC$的内部，可知$\angle OPM+\angle APM=90^\circ$．

所以$\angle OAM+\angle APM=90^\circ$．

22．B

解：以极点为原点，极轴为x轴正半轴，建立平面直角坐标系，两坐标系中取相同的长度单位．

（Ⅰ）$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，由$\rho=4\cos\theta$得$\rho^2=4\rho\cos\theta$．

所以$x^2+y^2=4x$．

即$x^2+y^2-4x=0$为$\odot O_1$的直角坐标方程．

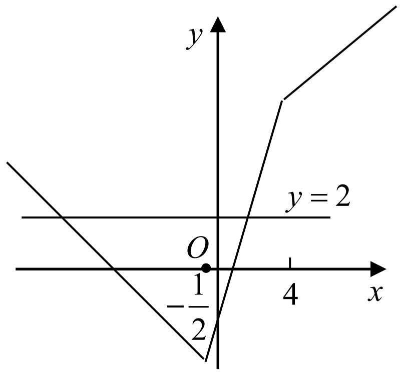
同理$x^2+y^2+4y=0$为$\odot O_2$的直角坐标方程．

（Ⅱ）由$\begin{cases}x^2+y^2-4x=0,\\x^2+y^2+4y=0\end{cases}$解得$\begin{cases}x_1=0,\\y_1=0,\end{cases}\begin{cases}x_2=2\\y_2=-2\end{cases}$．

即$\odot O_1$，$\odot O_2$交于点$(0,0)$和$(2,-2)$．过交点的直线的直角坐标方程为$y=-x$．

22．C解：

（Ⅰ）令$y=|2x+1|-|x-4|$，则



$$y=\begin{cases}-x-5, & x\leqslant -\dfrac{1}{2},\\ 3x-3, & -\dfrac{1}{2}<x<4,\\ x+5, & x\geqslant 4.\end{cases}$$ .... 3 分

作出函数 $y=|2x+1|-|x-4|$ 的图象，它与直线 $y=2$ 的交点为 $(-7,2)$ 和 $\left(\frac{5}{3},2\right)$.

所以 $|2x+1|-|x-4|>2$ 的解集为 $(-x,-7)\cup\left(\frac{5}{3},+x\right)$.

（II）由函数 $y=|2x+1|-|x-4|$ 的图像可知，当 $x=-\frac{1}{2}$ 时，$y=|2x+1|-|x-4|$ 取得最小值 $-\frac{9}{2}$.