

2016年北京市高考数学试卷（文科）

一、选择题（共8小题，每小题5分，满分40分）

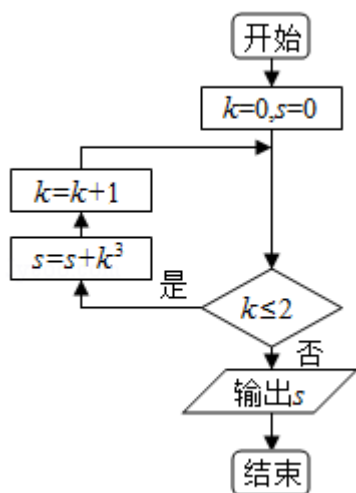
1. （5分）已知集合 $A = \{x | 2 < x < 4\}$ ， $B = \{x | x < 3 \text{ 或 } x > 5\}$ ，则 $A \cap B =$ （ ）

- A. $\{x | 2 < x < 5\}$ B. $\{x | x < 4 \text{ 或 } x > 5\}$
 C. $\{x | 2 < x < 3\}$ D. $\{x | x < 2 \text{ 或 } x > 5\}$

2. （5分）复数 $\frac{1+2i}{2-i} =$ （ ）

- A. i B. $1+i$ C. $-i$ D. $1-i$

3. （5分）执行如图所示的程序框图，输出 s 的值为（ ）



- A. 8 B. 9 C. 27 D. 36

4. （5分）下列函数中，在区间 $(-1, 1)$ 上为减函数的是（ ）

- A. $y = \frac{1}{1-x}$ B. $y = \cos x$ C. $y = \ln(x+1)$ D. $y = 2^{-x}$

5. （5分）圆 $(x+1)^2 + y^2 = 2$ 的圆心到直线 $y = x + 3$ 的距离为（ ）

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

6. （5分）从甲、乙等5名学生中随机选出2人，则甲被选中的概率为（ ）

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{8}{25}$ D. $\frac{9}{25}$

7. （5分）已知 $A(2, 5)$ ， $B(4, 1)$ 。若点 $P(x, y)$ 在线段 AB 上，则 $2x - y$ 的最大值为（ ）

- A. -1 B. 3 C. 7 D. 8

8. （5分）某学校运动会的立定跳远和30秒跳绳两个单项比赛分成预赛和决赛两个阶段，表中为10名学生的预赛成绩，其中有三个数据模糊。

学生序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
立定跳远 (单位: 米)	1.96	1.92	1.82	1.80	1.78	1.76	1.74	1.72	1.68	1.60
30秒跳绳 (单位: 次)	63	a	75	60	63	72	70	a - 1	b	65

在这10名学生中, 进入立定跳远决赛的有8人, 同时进入立定跳远决赛和30秒跳绳决赛的有6人, 则 ()

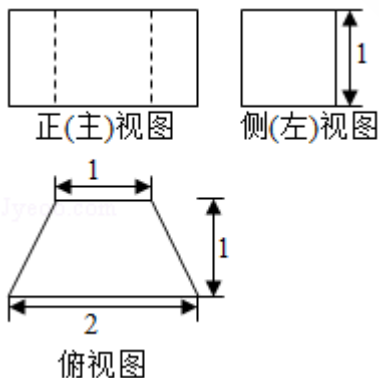
- A. 2号学生进入30秒跳绳决赛 B. 5号学生进入30秒跳绳决赛
C. 8号学生进入30秒跳绳决赛 D. 9号学生进入30秒跳绳决赛

二、填空题 (共6小题, 每小题5分, 满分30分)

9. (5分) 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$, $\vec{b} = (\sqrt{3}, 1)$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 夹角的大小为_____.

10. (5分) 函数 $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ($x \geq 2$) 的最大值为_____.

11. (5分) 某四棱柱的三视图如图所示, 则该四棱柱的体积为_____.



12. (5分) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一条渐近线为 $2x + y = 0$, 一个焦点为 $(\sqrt{5}, 0)$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

13. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = \frac{2\pi}{3}$, $a = \sqrt{3}c$, 则 $\frac{b}{c} =$ _____.

14. (5分) 某网店统计了连续三天售出商品的种类情况：第一天售出19种商品，第二天售出13种商品，第三天售出18种商品；前两天都售出的商品有3种，后两天都售出的商品有4种，则该网店
- ①第一天售出但第二天未售出的商品有_____种；
- ②这三天售出的商品最少有_____种.

三、解答题（共6小题，满分80分）

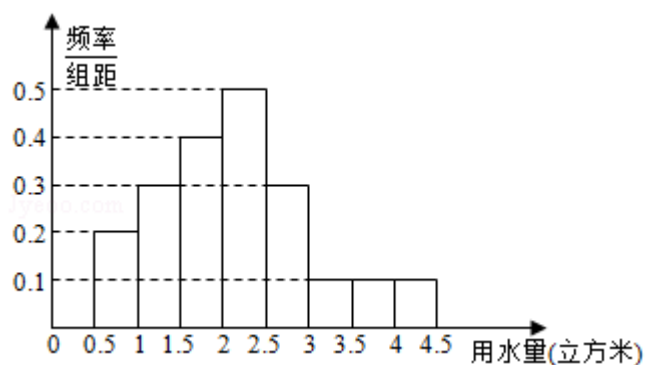
15. (13分) 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列， $\{b_n\}$ 是等比数列，且 $b_2=3$ ， $b_3=9$ ， $a_1=b_1$ ， $a_4=b_4$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- (2) 设 $c_n=a_n+b_n$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和.

16. (13分) 已知函数 $f(x) = 2\sin\omega x \cos\omega x + \cos 2\omega x$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 π .

- (1) 求 ω 的值；
- (2) 求 $f(x)$ 的单调递增区间.

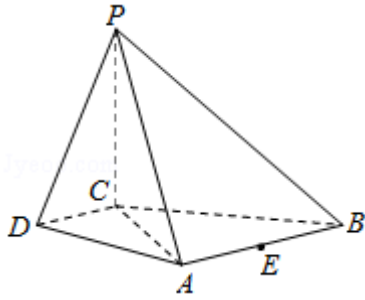
17. (13分) 某市居民用水拟实行阶梯水价, 每人月用水量中不超过 w 立方米的部分按4元/立方米收费, 超出 w 立方米的部分按10元/立方米收费, 从该市随机调查了10000位居民, 获得了他们某月的用水量数据, 整理得到如图频率分布直方图:



- (1) 如果 w 为整数, 那么根据此次调查, 为使80%以上居民在该月的用水价格为4元/立方米, w 至少定为多少?
- (2) 假设同组中的每个数据用该组区间的右端点值代替, 当 $w=3$ 时, 估计该市居民该月的人均水费.

18. (14分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PC \perp$ 平面 $ABCD$, $AB \parallel DC$, $DC \perp AC$

- (1) 求证: $DC \perp$ 平面 PAC ; (2) 求证: 平面 $PAB \perp$ 平面 PAC ;
- (3) 设点 E 为 AB 的中点, 在棱 PB 上是否存在点 F , 使得 $PA \parallel$ 平面 CEF ? 说明理由



19. (14分) 已知椭圆C: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 过点A (2, 0), B (0, 1) 两点.

- (1) 求椭圆C的方程及离心率;
- (2) 设P为第三象限内一点且在椭圆C上, 直线PA与y轴交于点M, 直线PB与x轴交于点N, 求证: 四边形ABNM的面积为定值.

20. (13分) 设函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

- (1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
- (2) 设 $a = b = 4$, 若函数 $f(x)$ 有三个不同零点, 求c的取值范围;
- (3) 求证: $a^2 - 3b > 0$ 是 $f(x)$ 有三个不同零点的必要而不充分条件.