

2014年普通高等学校招生全国统一考试（辽宁卷）

文科数学

第I卷（共60分）

一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = R, A = \{x | x \leq 0\}, B = \{x | x \geq 1\}$ ，则集合 $C_U(A \cup B) =$ ()

- A. $\{x | x \geq 0\}$ B. $\{x | x \leq 1\}$ C. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ D. $\{x | 0 < x < 1\}$

2. 设复数 z 满足 $(z - 2i)(2 - i) = 5$ ，则 $z =$ ()。

- A. $2 + 3i$ B. $2 - 3i$ C. $3 + 2i$ D. $3 - 2i$

3. 已知 $a = 2^{-\frac{1}{3}}, b = \log_2 \frac{1}{3}, c = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ ，则 ()

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

4. 已知 m, n 表示两条不同直线， α 表示平面，下列说法正确的是 ()

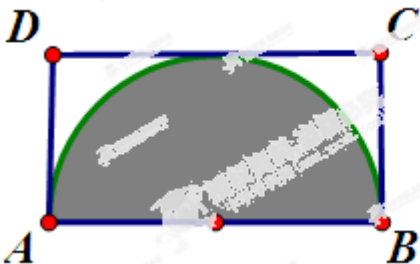
- A. 若 $m // \alpha, n // \alpha$ ，则 $m // n$ B. 若 $m \perp \alpha, n \subset \alpha$ ，则 $m \perp n$
C. 若 $m \perp \alpha, m \perp n$ ，则 $n // \alpha$ D. 若 $m // \alpha, m \perp n$ ，则 $n \perp \alpha$

5. 设 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 是非零向量，已知命题 P ：若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0, \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$ ，则 $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$ ；命题 q ：若 $\vec{a} // \vec{b}, \vec{b} // \vec{c}$ ，则 $\vec{a} // \vec{c}$ ，则下列命题中真命题是 ()

- A. $p \vee q$ B. $p \wedge q$ C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $p \vee (\neg q)$

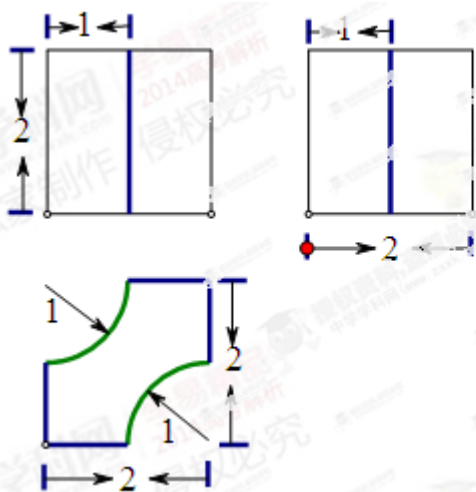
6. 若将一个质点随机投入如图所示的长方形 $ABCD$ 中，其中 $AB=2, BC=1$ ，则质点落在以 AB 为直径的半圆内的概率是 ()

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{8}$



7. 某几何体三视图如图所示，则该几何体的体积为 ()

- A. $8-2\pi$ B. $8-\pi$ C. $8-\frac{\pi}{2}$ D. $8-\frac{\pi}{4}$



8. 已知点 $A(-2,3)$ 在抛物线 $C: y^2 = 2px$ 的准线上，记 C 的焦点为 F ，则直线 AF 的斜率为 ()

- A. $-\frac{4}{3}$ B. -1 C. $-\frac{3}{4}$ D. $-\frac{1}{2}$

9. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ，若数列 $\{2^{a_n}\}$ 为递减数列，则 ()

- A. $d < 0$ B. $d > 0$ C. $a_1 d < 0$ D. $a_1 d > 0$

10. 已知 $f(x)$ 为偶函数，当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = \begin{cases} \cos \pi x, & x \in [0, \frac{1}{2}] \\ 2x-1, & x \in (\frac{1}{2}, +\infty) \end{cases}$ ，则不等式 $f(x-1) \leq \frac{1}{2}$ 的解集为 ()

- A. $[\frac{1}{4}, \frac{2}{3}] \cup [\frac{4}{3}, \frac{7}{4}]$ B. $[-\frac{3}{4}, -\frac{1}{3}] \cup [\frac{1}{4}, \frac{2}{3}]$ C. $[\frac{1}{3}, \frac{3}{4}] \cup [\frac{4}{3}, \frac{7}{4}]$ D. $[-\frac{3}{4}, -\frac{1}{3}] \cup [\frac{1}{3}, \frac{3}{4}]$

11. 将函数 $y = 3\sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度，所得图象对应的函数 ()

- A. 在区间 $[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}]$ 上单调递减
 B. 在区间 $[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}]$ 上单调递增
 C. 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递减
 D. 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递增

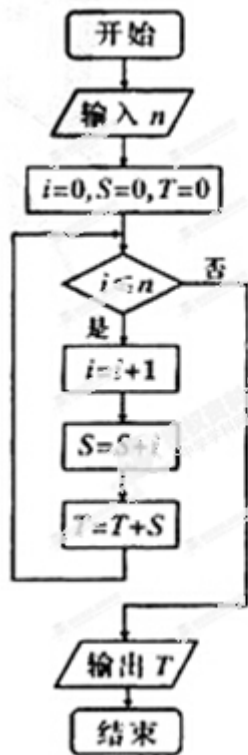
12. 当 $x \in [-2, 1]$ 时，不等式 $ax^3 - x^2 + 4x + 3 \geq 0$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $[-5, -3]$ B. $[-6, -\frac{9}{8}]$ C. $[-6, -2]$ D. $[-4, -3]$

第II卷（共90分）

二、填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）

13. 执行右侧的程序框图，若输入 $n=3$ ，则输出 $T =$ _____.



14. 已知 x, y 满足条件 $\begin{cases} 2x+y-2 \geq 0 \\ x-2y+4 \geq 0 \\ 3x-y-3 \leq 0 \end{cases}$ ，则目标函数 $z=3x+4y$ 的最大值为_____.

15. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ，点 M 与 C 的焦点不重合，若 M 关于 C 的焦点的对称点分别为 A, B ，线段 MN 的中点在 C 上，则 $|AN| + |BN| =$ _____.

16. 对于 $c > 0$ ，当非零实数 a, b 满足 $4a^2 - 2ab + b^2 - c = 0$ ，且使 $|2a+b|$ 最大时， $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c}$ 的最小值为_____.

三、解答题（本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17. （本小题满分12分）

在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边 a, b, c ，且 $a > c$ ，已知 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2$ ， $\cos B = \frac{1}{3}$ ， $b = 3$ ，求：

(I) a 和 c 的值;

(II) $\cos(B-C)$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

某大学餐饮中心为了了解新生的饮食习惯, 在全校一年级学生中进行了抽样调查, 调查结果如下表所示:

	喜欢甜品	不喜欢甜品	合计
南方学生	60	20	80
北方学生	10	10	20
合计	70	30	100

(I) 根据表中数据, 问是否有 95% 的把握认为“南方学生和北方学生在选用甜品的饮食习惯方面有差异”;

(II) 已知在被调查的北方学生中有 5 名数学系的学生, 其中 2 名喜欢甜品, 现在从这 5 名学生中随机抽取 3 人, 求至多有 1 人喜欢甜品的概率.

附: $\chi^2 = \frac{n(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21})^2}{n_1+n_2+n_{+1}n_{+2}}$

$P(\chi^2 \geq k)$	0.100	0.050	0.010
k	2.706	3.841	6.635

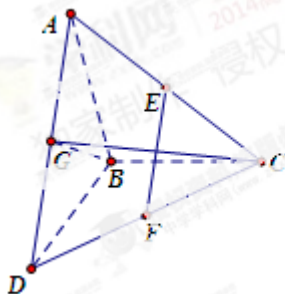
19. (本小题满分 12 分)

如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle BCD$ 所在平面互相垂直, 且 $AB = BC = BD = 2$, $\angle ABC = \angle DBC = 120^\circ$, E、F、G 分别为 AC、DC、AD 的中点.

(I) 求证: $EF \perp$ 平面 BCG;

(II) 求三棱锥 D-BCG 的体积.

附: 锥体的体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$, 其中 S 为底面面积, h 为高.

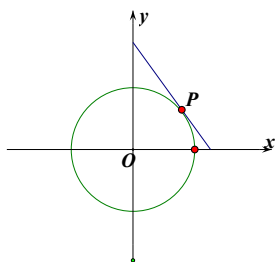


20. (本小题满分 12 分)

圆 $x^2 + y^2 = 4$ 的切线与 x 轴正半轴, y 轴正半轴围成一个三角形, 当该三角形面积最小时, 切点为 P (如图).

(I) 求点 P 的坐标;

(II) 焦点在 x 轴上的椭圆 C 过点 P , 且与直线 $l: y = x + \sqrt{3}$ 交于 A, B 两点, 若 ΔPAB 的面积为 2, 求 C 的标准方程.



21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \pi(x - \cos x) - 2\sin x - 2$, $g(x) = (x - \pi)\sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}} + \frac{2x}{\pi} - 1$.

证明: (I) 存在唯一 $x_0 \in (0, \frac{\pi}{2})$, 使 $f(x_0) = 0$;

(II) 存在唯一 $x_1 \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 使 $g(x_1) = 0$, 且对 (I) 中的 $x_0 + x_1 > \pi$.

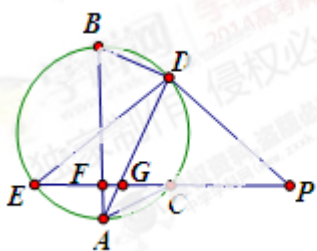
请考生在第 22、23、24 三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分, 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号下方的方框涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图, EP 交圆于 E, C 两点, PD 切圆于 D , G 为 CE 上一点且 $PG = PD$, 连接 DG 并延长交圆于点 A , 作弦 AB 垂直 EP , 垂足为 F .

(I) 求证: AB 为圆的直径;

(II) 若 $AC = BD$, 求证: $AB = ED$.



23. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

将圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上每一点的横坐标保持不变，纵坐标变为原来的 2 倍，得曲线 C.

(I) 写出 C 的参数方程;

(II) 设直线 $l: 2x + y - 2 = 0$ 与 C 的交点为 P_1, P_2 ，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极坐标建立极坐标系，求过线段 P_1P_2 的中点且与 l 垂直的直线的极坐标方程.

24. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

设函数 $f(x) = 2|x-1| + x - 1$ ， $g(x) = 16x^2 - 8x + 1$ ，记 $f(x) \leq 1$ 的解集为 M， $g(x) \leq 4$ 的解集为 N.

(I) 求 M;

(II) 当 $x \in M \cap N$ 时，证明： $x^2 f(x) + x[f(x)]^2 \leq \frac{1}{4}$.