2006年湖北高考理科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至4页，共4页。全卷共150分。考试用时120分钟。

第Ⅰ卷（选择题　共50分）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题纸上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，答在试题卷上无效。
3. 考试结束后，监考人员将本试题卷和答题卡一并收回。

一、选择题:本大题共10小题，每小题5分，共50分散。在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知向量$\vec{a}=(\sqrt{3},1)$，$\vec{b}$是不平行于x轴的单位向量，且$\vec{a}\bullet\vec{b}=\sqrt{3}$，则$\vec{b}=$

A.（$\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2}$）　B.（$\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}$）　C.（$\dfrac{1}{4},\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$）　D.（$1,0$）

2.若互不相等的实数a,b,c成等差数列，c,a,b成等比数列，且$a+3b+c=10$，则$a=$

A. 4　B. 2　C. －2　D. －4

3.若ΔABC的内角A满足$\sin 2A=\dfrac{2}{3}$，则$\sin A+\cos A=$

A. $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$　B. $-\dfrac{\sqrt{15}}{3}$　C. $\dfrac{5}{3}$　D. $-\dfrac{5}{3}$

4．设$f(x)=\lg\dfrac{2+x}{2-x}$，则$f(\dfrac{x}{2})+f(\dfrac{2}{x})$的定义域为

A. $(-4,0)\cup(0,4)$　B. $(-4,-1)\cup(1,4)$

C. $(-2,-1)\cup(1,2)$　D. $(-4,-2)\cup(2,4)$

5．在$(x-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}})^{24}$的展开式中，$x$的幂的指数是整数的项共有

A．3项　B．4项　C．5项　D．6项

6．关于直线m,n与平面α,β，有以下四个命题：

①若$m//\alpha,n//\beta$且$\alpha//\beta$，则$m//n$；

②若$m\perp\alpha,n\perp\beta$且$\alpha\perp\beta$，则$m\perp n$；

③若$m\perp\alpha,n//\beta$且$\alpha//\beta$，则$m\perp n$；

④若$m//\alpha,n\perp\beta$且$\alpha\perp\beta$，则$m//n$；

其中真命题的序号是

A．①②　B．③④　C．①④　D．②③

7．设过点$P(x,y)$的直线分别与x轴的正半轴和y轴的正半轴交于A,B两点，点Q与点P关于y轴对称，O为坐标原点，若$\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PA}$且$\overrightarrow{OQ}\bullet\overrightarrow{AB}=1$，则点$P$的轨迹方程是

A．$3x^2+\dfrac{3}{2}y^2=1(x>0,y>0)$　B．$3x^2-\dfrac{3}{2}y^2=1(x>0,y>0)$

C. $\frac{3}{2}x^2-3y^2=1(x>0,y>0)$　　D. $\frac{3}{2}x^2+3y^2=1(x>0,y>0)$

8．有限集合 S 中元素的个数记做 $card(S)$，设 A,B 都为有限集合，给出下列命题：

① $A\bigcap B=\varnothing$ 的充要条件是 $card(A\bigcup B)=card(A)+card(B)$；

② $A\subseteq B$ 的充要条件是 $card(A)\le card(B)$；

③ A Ú B 的充要条件是 $card(A)\le card(B)$；

④ $A=B$ 的充要条件是 $card(A)=card(B)$；

其中真命题的序号是

A．③④　　B．①②　　C．①④　　D．②③

9．已知平面区域 D 由以 $A(1,3),B(5,2),C(3,1)$ 为顶点的三角形内部和边界组成。若在区域 D 上有无穷多个点 (x,y) 可使目标函数 $\mathrm{z=x+my}$ 取得最小值，则 $m=$

A．－2　　B．－1　　C．1　　D．4

10．关于 x 的方程 $(x^2-1)^2-\left|x^2-1\right|+k=0$，给出下列四个命题：

①存在实数 k，使得方程恰有 2 个不同的实根；

②存在实数 k，使得方程恰有 4 个不同的实根；

③存在实数 k，使得方程恰有 5 个不同的实根；

④存在实数 k，使得方程恰有 8 个不同的实根；

其中假命题的个数是

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

第Ⅱ卷（非选择题　共 100 分）

注意事项：

第Ⅱ卷用 0.5 毫米黑色的签字笔或黑色墨水钢笔直接答在答题卡上。答在试题卷上无效。

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分，把答案填在答题卡相应位置上。

11．设 x,y 为实数，且 $\frac{x}{1-i}+\frac{y}{1-2i}=\frac{5}{1-3i}$，则 $x+y=$____________。

12．接种某疫苗后，出现发热反应的概率为 0．80，现有 5 人接种了该疫苗，至少有 3 人出现发热反应的概率为__________。（精确到 0．01）

13．已知直线 $5x-12y+a=0$ 与圆 $x^2-2x+y^2=0$ 相切，则 a 的值为_________。

14．某工程队有 6 项工程需要单独完成，其中工程乙必须在工程甲完成后才能进行，工程丙必须在工程乙完成后才能进行，有工程丁必须在工程丙完成后立即进行。那么安排这 6 项工程的不同排法种数是___________。（用数字作答）

15．将杨辉三角中的每一个数 C_n^r 都换成 $\frac{1}{(n+1)C_n^r}$，就得到一个如右图所示的分数三角形，成为莱布尼茨三角形，从莱布尼茨三角形可看出 $\frac{1}{(n+1)C_n^r}-\frac{1}{(n+1)C_n^x}=\frac{1}{nC_{n-1}^r}$，其中 $x=$_________。令 $a_n=\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{30}+\frac{1}{60}+\cdots+\frac{1}{nC_{n-1}^3}+\frac{1}{(n-1)C_n^3}$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=$________。

三、解答题：本大题共 6 小题，共 75 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16.（本小题满分 12 分）

设 函 数 $f(x)=\vec{a}\bullet(\vec{b}+\vec{c})$， 其 中 向 量 $\vec{a}=(\sin x,-\cos x)$， $\vec{b}=(\sin x,-3\cos x)$，$\vec{c}=(-\cos x,\sin x)$，$x\in R$。

（Ⅰ）、求函数 $f(x)$ 的最大值和最小正周期；

（Ⅱ）、将函数 $f(x)$ 的图像按向量 $\vec{d}$ 平移，使平移后得到的图像关于坐标原点成中心对称，求长度最小的 $\vec{d}$。

17.（本小题满分 13 分）

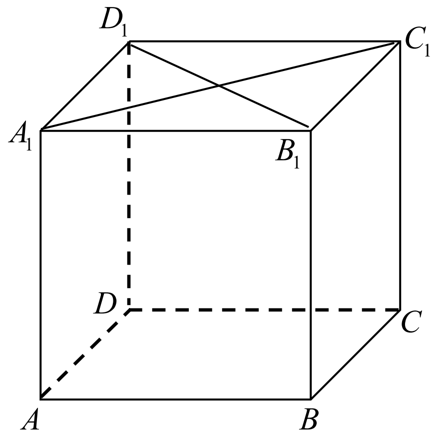
已知二次函数 $y=f(x)$ 的图像经过坐标原点，其导函数为 $f^{'}(x)=6x-2$，数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，点 $(n,S_n)(n\in N^*)$ 均在函数 $y=f(x)$ 的图像上。

（Ⅰ）、求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）、设 $b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}$，$T_n$ 是数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，求使得 $T_n<\dfrac{m}{20}$ 对所有 $n\in N^*$ 都成立的最小正整数 m；

18.（本小题满分 12 分）

如图，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 是侧棱 CC_1 上的一点，$CP=m$。



（Ⅰ）、试确定 m，使直线 AP 与平面 BDD_1B_1 所成角的正切值为 $3\sqrt{2}$；

（Ⅱ）、在线段 A_1C_1 上是否存在一个定点 Q，使得对任意的 m，D_1Q 在平面 APD_1 上的射影垂直于 AP，并证明尼的结论。

20.（本小题满分 10 分）

在某校举行的数学竞赛中，全体参赛学生的竞赛成绩近似服从正态分布 $N(70,100)$。已知成绩在 90 分以上（含 90 分）的学生有 12 名。

（Ⅰ）、试问此次参赛学生总数约为多少人？

（Ⅱ）、若该校计划奖励竞赛成绩排在前 50 名的学生，试问设奖的分数线约为多少分？

可共查阅的（部分）标准正态分布表 $\Phi(x_0)=P(x<x_0)$

x_0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.2	0.8849	0.8869	0.888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9278	0.9292	0.9306	0.9319
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9762	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

21．（本小题满分 14 分）

设 A,B 分别为椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$ 的左、右顶点，椭圆长半轴的长等于焦距，且 $x=4$ 为它的右准线。

（Ⅰ）、求椭圆的方程；

（Ⅱ）、设 P 为右准线上不同于点（4，0）的任意一点，若直线 AP,BP 分别与椭圆相交于异于 A,B 的点 M、N，证明点 B 在以 MN 为直径的圆内。

（此题不要求在答题卡上画图）

22．（本小题满分 14 分）

设 $x=3$ 是函数 $f(x)=(x^2+ax+b)e^{3-x}(x\in R)$ 的一个极值点。

（Ⅰ）、求 a 与 b 的关系式（用 a 表示 b），并求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）、设 $a>0$，$g(x)=(a^2+\dfrac{25}{4})e^x$。若存在 $\xi_1,\xi_2\in[0,4]$ 使得 $\left|f(\xi_1)-g(\xi_2)\right|<1$ 成立，求 a 的取值范围。

2006 年湖北高考理科数学真题参考答案

一、选择题:

1--5、BDABC；6--10、DDBCB；

1．解: 设 $\vec{b}$ =（x，y），则有 $\sqrt{3}x+y=\sqrt{3}$ 且 $x^2+y^2=1(y\neq 0)$ 解得 x＝$\dfrac{1}{2}$，y＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，选 B

2.解: 由互不相等的实数 a,b,c 成等差数列可设 a＝b－d，c＝b＋d，由 $a+3b+c=10$ 可得 b＝2，所以 a＝2－d，c＝2＋d，又 c,a,b 成等比数列可得 d＝6，所以 a＝－4，选 D

3. 解：由 sin2A ＝ 2sinAcosA>0，可知 A 这锐角，所以 sinA ＋ cosA>0，又 $(\sin A+\cos A)^2=1+\sin 2A=\dfrac{5}{3}$，故选 A

4．解: f（x）的定义域是（－2，2），故应有－2<$\dfrac{x}{2}$<2 且－2<$\dfrac{2}{x}$<2 解得－4<x<－1 或 1<x<4 故选 B

5．解: $T_{r+1}=C_{24}^{r}x^{24-r}(-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}})^r=(-1)^r C_{24}^{r}x^{\frac{72-4r}{3}}$，当 r＝0，3，6，9，12，15，18，21，24 时，x 的指数分别是 24，20，16，12，8，4，0，－4，－8，其中 16，8，4，0，－8 均为 2 的整数次幂，故选 C

6．解：用排除法可得选 D

7．解：设 P（x，y），则 Q（－x，y），又设 A（a，0），B（0，b），则 a>0，b>0，于是

$\overrightarrow{BP}$＝（x，y－b），$\overrightarrow{PA}$＝（a－x，－y），由 $\overrightarrow{BP}$＝$2\overrightarrow{PA}$ 可得 a＝$\frac{3}{2}$x，b＝3y，所以 x>0，y>0

又 $\overrightarrow{AB}$ ＝（－a，b）＝（$-\frac{3}{2}$x，3y），由 $\overrightarrow{OQ}\bullet\overrightarrow{AB}$＝1 可得 $\frac{3}{2}x^2+3y^2=1(x>0,y>0)$

故选 D

8．解：① $A\bigcap B=\varnothing\Leftrightarrow$集合 A 与集合 B 没有公共元素，正确

② $A\subseteq B\Leftrightarrow$集合 A 中的元素都是集合 B 中的元素，正确

③ A Ú $B\Leftrightarrow$集合 A 中至少有一个元素不是集合 B 中的元素，因此 A 中元素的个数有可能多于 B 中元素的个数，错误

④ $A=B\Leftrightarrow$集合 A 中的元素与集合 B 中的元素完全相同，两个集合的元素个数相同，并不意味着它们的元素相同，错误

选 B

9．解：依题意，令 z＝0，可得直线 x＋my＝0 的斜率为$-\frac{1}{\mathrm{m}}$，结合可行域可知当直线 x＋my＝0 与直线 AC 平行时，线段 AC 上的任意一点都可使目标函数 z＝x＋my 取得最小值，而直线 AC 的斜率为－1，所以 m＝1，选 C

10．解：关于 x 的方程 $\left(x^2-1\right)^2-\left|x^2-1\right|+k=0$ 可化为 $\left(x^2-1\right)^2-(x^2-1)+k=0(x\geq1\text{或}x\leq-1)$…………（1）

或 $\left(x^2-1\right)^2$＋（$x^2-1)+k=0$（－1<x<1）…………（2）

① 当 k＝－2 时，方程（1）的解为±$\sqrt{3}$，方程（2）无解，原方程恰有 2 个不同的实根

② 当 k＝$\frac{1}{4}$时，方程（1）有两个不同的实根±$\frac{\sqrt{6}}{2}$，方程（2）有两个不同的实根±$\frac{\sqrt{2}}{2}$，即原方程恰有 4 个不同的实根

③ 当 k＝0 时，方程（1）的解为－1，＋1，±$\sqrt{2}$，方程（2）的解为 x＝0，原方程恰有 5 个不同的实根

④ 当 k＝$\frac{2}{9}$时，方程（1）的解为±$\frac{\sqrt{15}}{3}$，±$\frac{2\sqrt{3}}{3}$，方程（2）的解为±$\frac{\sqrt{3}}{3}$，±$\frac{\sqrt{6}}{3}$，即原方程恰有 8 个不同的实根

选 A

二、填空题：

11、4；　12、0.94；　13、8 或－18；　14、20；　15、r＋1，1/2。

11．解：$\frac{x}{1-i}+\frac{y}{1-2y}=\frac{x(1+i)}{2}+\frac{y(1+2i)}{5}=(\frac{x}{2}+\frac{y}{5})+(\frac{x}{2}+\frac{2y}{5})i$，

而$\frac{5}{1-3i}=\frac{5(1+3i)}{10}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$ 所以$\frac{x}{2}+\frac{y}{5}=\frac{1}{2}$且$\frac{x}{2}+\frac{2y}{5}=\frac{3}{2}$，解得 x＝－1，y＝5，

所以 x＋y＝4。

12．解：P＝$C_5^3\times(0.80)^3\times(0.20)^2$＋$C_5^4\times(0.80)^4\times0.20$＋（$0.80)^5$＝0.94

13．解：圆的方程可化为$(x-1)^2+y^2=1$，所以圆心坐标为（1，0），半径为 1，由已知可得

$\dfrac{|5+a|}{13}=1\Rightarrow|5+a|=13$，所以$a$的值为－18 或 8。

14．解: 依题意，只需将剩余两个工程插在由甲、乙、丙、丁四个工程形成的 5 个空中，可得有 A_5^2 ＝20 种不同排法。

14、解法二：考查有条件限制的排列问题，其中要求部分元素间的相对顺序确定；据题意由于丁必需在丙完成后立即进行，故可把两个视为一个大元素，先不管其它限制条件使其与其他四人进行排列共有 A_5^5 种排法，在所在的这些排法中，甲、乙、丙相对顺序共有 A_3^3 种，故满足条件的排法种数共有 $\dfrac{A_5^5}{A_3^3}=20$。

15．

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & \frac{1}{1} & & & & & & \\
 & & & & & \frac{1}{2} & & \frac{1}{2} & & & & & \\
 & & & & \frac{1}{3} & & \frac{1}{6} & & \frac{1}{3} & & & & \\
 & & & \frac{1}{4} & & \frac{1}{12} & & \frac{1}{12} & & \frac{1}{4} & & & \\
 & & \frac{1}{5} & & \frac{1}{20} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{20} & & \frac{1}{5} & & \\
 & \frac{1}{6} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{60} & & \frac{1}{60} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{6} & \\
\frac{1}{7} & & \frac{1}{42} & & \frac{1}{105} & & \frac{1}{140} & & \frac{1}{105} & & \frac{1}{42} & & \frac{1}{7} \\
 & & & & & & \cdots & & & & & &
\end{array}$$

解：第一个空通过观察可得。

$$\frac{1}{(n+1)\cdot C_n^2}=\frac{2}{n\cdot(n+1)\cdot(n-1)}=\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$=\frac{1}{n}\times\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\times\frac{1}{n+1}=\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}-\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}=\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n+1}-\frac{2}{n}$$

$$a_n=\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{30}+\frac{1}{60}+\cdots+\frac{1}{nC_{n-1}^2}+\frac{1}{(n+1)C_n^2}=\left(1+\frac{1}{3}-1\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{2}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{2}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n-2}+\frac{1}{n}-\frac{1}{n-1}\right)+\left(\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n+1}-\frac{2}{n}\right)$$

$$=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n-1}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{n+1}\right)-2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right)$$

$=〔(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n-1})-(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n})〕+〔(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{n+1})$

$-(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n})〕=1-\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n}$

所以 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\frac{1}{2}$

部分试题解析：

15、解法二：本题考查考生的类比归纳及推理能力，第一问对比杨辉三角的性质通过观察、类比、归纳可知莱布尼茨三角形中每一行中的任一数都等于其“脚下”两数的和，故此时 $x=r+1$，第二问实质上是求莱布尼茨三角形中从第三行起每一行的倒数第三项的和，即 $a_n=\frac{1}{3C_2^0}+\frac{1}{4C_3^1}+\frac{1}{5C_4^2}+\ldots+\frac{1}{nC_{n-1}^{n-3}}+\frac{1}{(n+1)C_n^{n-2}}$ 根据第一问所推出的结论只需在原式基础上增加一项 $\frac{1}{(n+1)C_n^{n-1}}$，则由每一行中的任一数都等于其“脚下”两数的和，结合给出的数表可逐次向上求和为 $\frac{1}{2}$，故 $a_n=\frac{1}{2}-\frac{1}{(n+1)C_n^{n-1}}$，从而

$\lim\limits_{x\to\infty}a_n=\lim\limits_{x\to\infty}\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{(n+1)C_n^{n-1}}\right]=\frac{1}{2}$。

三、解答题：

16、点评：本小题主要考查平面向量数量积的计算方法、三角公式、三角函数的性质及图像的基本知识，考查推理和运算能力。

解：(Ⅰ)由题意得，$f(x)=a\cdot(b+c)=(\sin x,-\cos x)\cdot(\sin x-\cos x,\sin x-3\cos x)$

$$=\sin^2x-2\sin x\cos x+3\cos^2x=2+\cos2x-\sin2x=2+\sqrt{2}\sin(2x+\frac{3\pi}{4}).$$

所以，f(x)的最大值为 $2+\sqrt{2}$，最小正周期是 $\frac{2\pi}{2}=\pi$.

(Ⅱ)由 $\sin(2x+\frac{3\pi}{4})=0$ 得 $2x+\frac{3\pi}{4}=k.\pi$，即 $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{3\pi}{8}$, $k\in Z$,

于是 $d=(\frac{k\pi}{2}-\frac{3\pi}{8},-2)$，$|d|=\sqrt{(\frac{k\pi}{2}-\frac{3\pi}{8})^2+4}$, $k\in Z$.

因为 k 为整数，要使 $|d|$ 最小，则只有 $k=1$，此时 $d=(-\frac{\pi}{8},-2)$ 即为所求.

17. 点评：本小题考查二次函数、等差数列、数列求和、不等式等基础知识和基本的运算技能，考查分析问题的能力和推理能力。

解：(Ⅰ)设这二次函数 $f(x)=ax^2+bx\ (a\neq0)$，则 $f`(x)=2ax+b$, 由于 $f`(x)=6x-2$, 得 $a=3$，$b=-2$, 所以 $f(x)=3x^2-2x$.

又因为点$(n,S_n)(n\in N^*)$均在函数$y=f(x)$的图像上，所以$S_n=3n^2-2n$.

当$n\geqslant 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=(3n^2-2n)-\left[3(n-1)^2-2(n-1)\right]=6n-5$.

当$n=1$时，$a_1=S_1=3\times 1^2-2=6\times 1-5$，所以，$a_n=6n-5$ （$n\in N^*$）

（Ⅱ）由（Ⅰ）得知$b_n=\dfrac{3}{a_na_{n+1}}=\dfrac{3}{(6n-5)\left[6(n-1)-5\right]}=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{6n-5}-\dfrac{1}{6n+1})$，

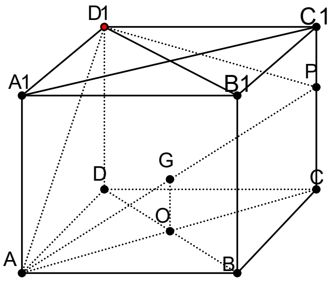
故$T_n=\sum\limits_{i=1}^{n}b_i=\dfrac{1}{2}\left[(1-\dfrac{1}{7})+(\dfrac{1}{7}-\dfrac{1}{13})+\ldots+(\dfrac{1}{6n-5}-\dfrac{1}{6n+1})\right]=\dfrac{1}{2}$（$1-\dfrac{1}{6n+1}$）.

因此，要使$\dfrac{1}{2}$（$1-\dfrac{1}{6n+1}$）$<\dfrac{m}{20}$（$n\in N^*$）成立的m,必须且仅须满足$\dfrac{1}{2}\leqslant\dfrac{m}{20}$，即$m\geqslant 10$，所以满足要求的最小正整数$m$为10.

18、点评：本小题主要考查线面关系、直线于平面所成的角的有关知识及空间想象能力和推理运算能力，考查运用向量知识解决数学问题的能力。

解法1：（Ⅰ）连AC，设AC与BD相交于点O,AP与平面BDD_1B_1相交于点，,连结OG，因为

PC∥平面BDD_1B_1，平面$BDD_1B_1\cap$平面APC＝OG,



故OG∥PC，所以，OG＝$\dfrac{1}{2}$PC＝$\dfrac{m}{2}$.

又AO⊥BD,AO⊥BB1，所以AO⊥平面BDD_1B_1，

故∠AGO是AP与平面BDD_1B_1所成的角.

在Rt△AOG中，$\tan\angle AGO=\dfrac{OA}{GO}=\dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{m}{2}}=3\sqrt{2}$，即m＝$\dfrac{1}{3}$.

所以，当m＝$\dfrac{1}{3}$时，直线AP与平面BDD_1B_1所成的角的正切值为$3\sqrt{2}$.

（Ⅱ）可以推测，点Q应当是A_1C_1的中点O_1，因为

$D_1O_1\perp A_1C_1$，且$D_1O_1\perp A_1A$，所以$D_1O_1\perp$平面ACC_1A_1，

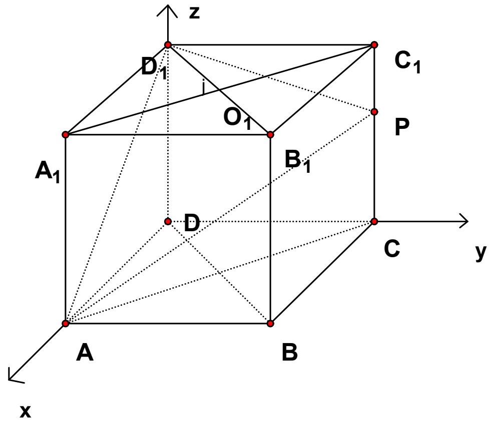
又AP$\subset$平面ACC_1A_1，故$D_1O_1\perp AP$.

那么根据三垂线定理知，D_1O_1在平面APD_1的射影与AP垂直。

解法二：(Ⅰ)建立如图所示的空间直角坐标系，则A(1，0，0)，B(1，1，0)，P(0，1，m)，C(0，1，0),D(0，0，0)，B_1(1，1，1)，D_1(0,0，1)

所以$\overrightarrow{BD}=(-1,-1,0),\overrightarrow{BB_1}=(0,0,1),\overrightarrow{AP}=(-1,1,m),\overrightarrow{AC}=(-1,1,0).$

又由 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0,\ \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BB_1}=0$ 知，$\overrightarrow{AC}$ 为平面 BB_1D_1D 的一个法向量。



设 AP 与平面 BB_1D_1D 所成的角为 θ，则 $\sin\theta=\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)=\frac{|\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AP}|\cdot|\overrightarrow{AC}|}=\frac{2}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2+m^2}}$。依题意有 $\frac{2}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2+m^2}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{1+(3\sqrt{2})^2}}$，解得 $m=\frac{1}{3}$。故当 $m=\frac{1}{3}$ 时，直线 AP 与平面 BB_1D_1D 所成的角的正切值为 $3\sqrt{2}$。

（Ⅱ）若在 A_1C_1 上存在这样的点 Q，设此点的横坐标为 x，则 Q(x，$1-x$，1)，$\overrightarrow{D_1Q}=(x,1-x,0)$。依题意，对任意的 m 要使 D_1Q 在平面 APD_1 上的射影垂直于 AP，等价于 $D_1Q\perp AP\Leftrightarrow\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{D_1Q}=0\Leftrightarrow -x+(1-x)=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$. 即 Q 为 A_1C_1 的中点时，满足题设要求。

19. 点评：本小题主要考查正态分布，对独立事件的概念和标准正态分布的查阅，考查运用概率统计知识解决实际问题的能力。

解：（Ⅰ）设参赛学生的分数为 ξ，因为 $\xi\sim N(70,100)$，由条件知，

$P(\xi\geqslant 90)=1-P(\xi<90)=1-F(90)=1-\Phi(\frac{90-70}{10})=1-\Phi(2)=1-0.9772=0.228.$

这说明成绩在 90 分以上（含 90 分）的学生人数约占全体参赛人数的 2.28%，因此，

参赛总人数约为 $\frac{12}{0.0228}\approx 526$（人）。

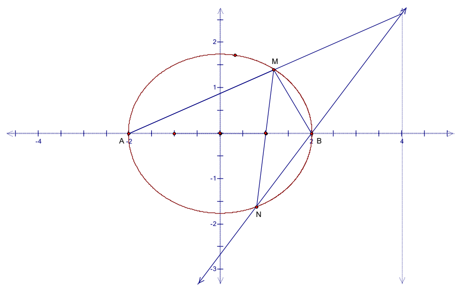
（Ⅱ）假定设奖的分数线为 x 分，则

$P(\xi\geqslant x)=1-P(\xi<x)=1-F(x)=1-\Phi(\frac{x-70}{10})=\frac{50}{526}=0.0951$，

即 $\Phi(\frac{x-70}{10})=0.9049$，查表得 $\frac{x-70}{10}\approx 1.31$，解得 $x=83.1$.

故设奖得分数线约为 83.1 分。

20. 点评：本小题主要考查直线、圆和椭圆等平面解析几何的基础知识，考查综合运用数学知识进行推理运算的能力和解决问题的能力。



解：（Ⅰ）依题意得 $a=2c$，$\frac{a^2}{c}=4$，解得 $a=2$，$c=1$，从而 $b=\sqrt{3}$. 故椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

（Ⅱ）解法 1：由（Ⅰ）得 A（－2，0），B（2，0）. 设 M（x_0，y_0）.

∵M 点在椭圆上，∴$y_0=\frac{3}{4}$（$4-x_0^2$）． ①

又点 M 异于顶点 A、B，∴$-2<x_0<2$，由 P、A、M 三点共线可以得

P（4，$\frac{6y_0}{x_0+2}$）． 从而$\overrightarrow{BM}=$（x_0-2，y_0），$\overrightarrow{BP}=$（2，$\frac{6y_0}{x_0+2}$）．

∴$\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{BP}=2x_0-4+\frac{6y_0^{\ 2}}{x_0+2}=\frac{2}{x_0+2}$（$x_0^2-4+3y_0^2$）． ②

将①代入②，化简得$\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{BP}=\frac{5}{2}$（$2-x_0$）．

∵$2-x_0>0$，∴$\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{BP}>0$，则∠MBP 为锐角，从而∠MBN 为钝角，

故点 B 在以 MN 为直径的圆内。

解法 2：由（Ⅰ）得 A（－2，0），B（2，0）．设 M（x_1，y_1），N（x_2，y_2），

则$-2<x_1<2$，$-2<x_2<2$，又 MN 的中点 Q 的坐标为（$\frac{x_1+x_2}{2}$，$\frac{y_1+y_2}{2}$），

依题意，计算点 B 到圆心 Q 的距离与半径的差

$$\left|BQ\right|^2-\frac{1}{4}\left|MN\right|^2=\left(\frac{x_1+x_2}{2}-2\right)^2+\left(\frac{y_1+y_2}{2}\right)^2-\frac{1}{4}[(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2]$$

$$=(x_1-2)(x_2-2)+y_1y_1 \quad ③$$

又直线 AP 的方程为 $y=\frac{y_1}{x_1+2}(x+2)$，直线 BP 的方程为 $y=\frac{y_2}{x_2-2}(x-2)$，

而点两直线 AP 与 BP 的交点 P 在准线 $x=4$ 上，

∴$\frac{6y_1}{x_1+2}=\frac{6y_2}{x_2-2}$，即 $y_2=\frac{3(x_2-2)y_1}{x_1+2}$ ④

又点 M 在椭圆上，则$\frac{x_1^{\ 2}}{4}+\frac{y_1^{\ 2}}{3}=1$，即 $y_1^{\ 2}=\frac{3}{4}(4-x_1^{\ 2})$ ⑤

于是将④、⑤代入③，化简后可得$\left|BQ\right|^2-\frac{1}{4}\left|MN\right|^2=\frac{5}{4}(2-x_1)(x_2-2)<0$.

从而，点 B 在以 MN 为直径的圆内。

21． 点评：本小题主要考查函数、不等式和导数的应用等知识，考查综合运用数学知识解决问题的能力。

解：（Ⅰ）$f\,`(x)=-[x^2+(a-2)x+b-a\,]e^{3-x}$,

由 $f\,`(3)=0$，得 $-[3^2+(a-2)3+b-a\,]e^{3-3}=0$，即得 $b=-3-2a$,

则 $f\,`(x)=[x^2+(a-2)x-3-2a-a\,]e^{3-x}$

$=-[x^2+(a-2)x-3-3a]e^{3-x}=-(x-3)(x+a+1)e^{3-x}$.

令 $f`(x)=0$，得 $x_1=3$ 或 $x_2=-a-1$，由于 $x=3$ 是极值点，

所以 $x+a+1\neq 0$，那么 $a\neq -4$.

当 $a<-4$ 时，$x_2>3=x_1$，则

在区间（$-\infty$，3）上，$f`(x)<0$，$f(x)$为减函数；

在区间（3，$-a-1$）上，$f`(x)>0$，$f(x)$为增函数；

在区间（$-a-1$，$+\infty$）上，$f`(x)<0$，$f(x)$为减函数。

当 $a>-4$ 时，$x_2<3=x_1$，则

在区间（$-\infty$，$-a-1$）上，$f`(x)<0$，$f(x)$为减函数；

在区间（$-a-1$，3）上，$f`(x)>0$，$f(x)$为增函数；

在区间（3，$+\infty$）上，$f`(x)<0$，$f(x)$为减函数。

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，当 $a>0$ 时，$f(x)$在区间（0，3）上的单调递增，在区间（3，4）上单调递减，那么 $f(x)$在区间[0，4]上的值域是[$\min(f(0),f(4))$，$f(3)$]，

而 $f(0)=-(2a+3)e^3<0$，$f(4)=(2a+13)e^{-1}>0$，$f(3)=a+6$，

那么 $f(x)$在区间[0，4]上的值域是[$-(2a+3)e^3$，$a+6$].

又 $g(x)=(a^2+\frac{25}{4})e^x$ 在区间[0，4]上是增函数，

且它在区间[0，4]上的值域是[$a^2+\frac{25}{4}$，$(a^2+\frac{25}{4})e^4$]，

由于 $(a^2+\frac{25}{4})-(a+6)=a^2-a+\frac{1}{4}=(a-\frac{1}{2})^2\geqslant 0$，所以只须仅须

$(a^2+\frac{25}{4})-(a+6)<1$ 且 $a>0$，解得 $0<a<\frac{3}{2}$.

故 a 的取值范围是（0，$\frac{3}{2}$）。