

2014 年高考浙江卷文科数学参考答案

一. 选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、设集合 $S = \{x | x \geq 2\}$, $T = \{x | x \leq 5\}$ ，则 $S \cap T =$ ()

- A. $(-\infty, 5]$ B. $[2, +\infty)$ C. $(2, 5)$ D. $[2, 5]$

【答案】D

【解析】依题意 $S \cap T = [2, 5]$ ，故选 D. 点评：本题考查集合的交运算，容易题.

2、设四边形 ABCD 的两条对角线 AC, BD, 则“四边形 ABCD 为菱形”是“ $AC \perp BD$ ”的 ()

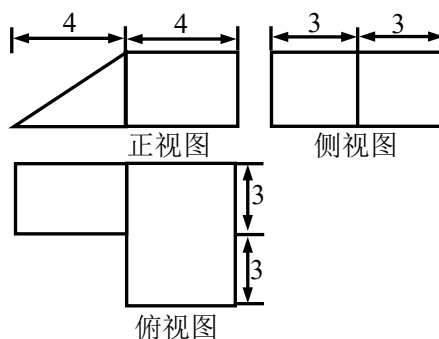
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

【答案】A

【解析】若四边形 ABCD 为菱形，则对角线 $AC \perp BD$ ；反之若 $AC \perp BD$ ，则四边形不一定是平行四边形，故“四边形 ABCD 为菱形”是“ $AC \perp BD$ ”的充分不必要条件，选 A. 点评：本题考查平行四边形、菱形的性质，充分条件与必要条件判断，容易题.

3、某几何体的三视图（单位：cm）如图所示，则该几何体的的体积是 ()

- A. 72 cm^3 B. 90 cm^3
C. 108 cm^3 D. 138 cm^3



【答案】B

【解析】由三视图知，原几何体是由一个长方体与一个三棱柱组成，其体积为

$$V = 3 \times 4 \times 6 + \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 3 = 90(\text{cm}^3), \text{ 故选 B. 点评:}$$

本题考查根据三视图还原几何体，求原几何体的体积，容易题.

4、为了得到函数 $y = \sin 3x + \cos 3x$ 的图象，可以将函数 $y = \sqrt{2} \cos 3x$ 的图像 ()

- A. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位
 C. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位 D. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位

【答案】C

【解析】因为 $y = \sin 3x + \cos 3x = \sqrt{2} \sin(3x + \frac{\pi}{4})$ ，所以将函数 $y = \sqrt{2} \sin 3x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长得函数 $y = \sqrt{2} \sin 3(x + \frac{\pi}{12})$ ，即得函数 $y = \sin 3x + \cos 3x$ 的图象，选 C. 点评：本题考查三角函数的图象的平移变换，公式 $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$ 的运用，容易题.

- 5、已知圆 $x^2 + y^2 + 2x - 2y + a = 0$ 截直线 $x + y + 2 = 0$ 所得弦的长度为 4，则实数 a 的值是
 A. -2 B. -4 C. -6 D. -8 ()

【答案】B

【解析】由 $x^2 + y^2 + 2x - 2y + a = 0$ 配方得 $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2-a$ ，所以圆心坐标为 $(-1,1)$ ，半径 $r^2 = 2-a$ ，由圆心到直线 $x + y + 2 = 0$ 的距离为 $\frac{|-1+1+2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ ，所以 $2^2 + (\sqrt{2})^2 = 2-a$ ，解得 $a = -4$ ，故选 B.

点评：本题考查直线与圆相交，点到直线的距离公式的运用，容易题.

- 6、设 m, n 是两条不同的直线， α, β 是两个不同的平面 ()
 A. 若 $m \perp n$ ， $n // \alpha$ ，则 $m \perp \alpha$ B. 若 $m // \beta$ ， $\beta \perp \alpha$ 则 $m \perp \alpha$
 C. 若 $m \perp \beta, n \perp \beta, n \perp \alpha$ 则 $m \perp \alpha$ D. 若 $m \perp n$ ， $n \perp \beta$ ， $\beta \perp \alpha$ ，则 $m \perp \alpha$

【答案】C

【解析】对 A，若 $m \perp n$ ， $n // \alpha$ ，则 $m \subset \alpha$ 或 $m // \alpha$ 或 $m \perp \alpha$ ，错误；
 对 B，若 $m // \beta$ ， $\beta \perp \alpha$ ，则 $m \subset \alpha$ 或 $m // \alpha$ 或 $m \perp \alpha$ ，错误；

对 C, 若 $m \perp \beta$, $n \perp \beta$, $n \perp \alpha$, 则 $m \perp \alpha$, 正确;

对 D, 若 $m \perp n$, $n \perp \beta$, $\beta \perp \alpha$, 则 $m \perp \alpha$ 或 $m \subset \alpha$ 或 $m // \alpha$, 错误.

故选 C. 点评: 本题考查空间中的线线、线面、面面的位置关系, 容易题.

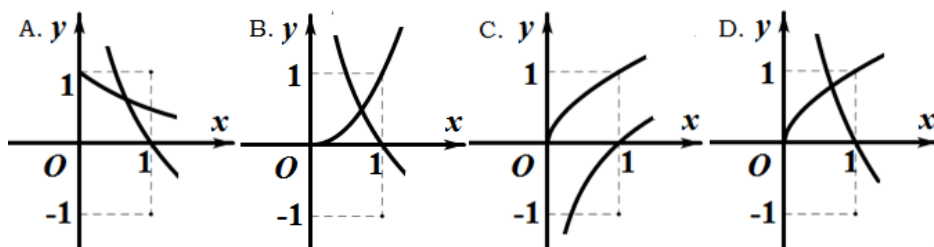
7、已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, 且 $0 \leq f(-1) = f(-2) = f(-3) \leq 3$, 则 ()

- A. $c \leq 3$ B. $3 < c \leq 6$ C. $6 < c \leq 9$ D. $c > 9$

【答案】C

【解析】 设 $f(-1) = f(-2) = f(-3) = k$, 则一元二次方程 $f(x) - k = 0$ 有三个根 -1 、 -2 、 -3 , 所以 $f(x) - k = a(x+1)(x+2)(x+3)$, 由于 $f(x)$ 的最高次项的系数为 1, 所以 $a = 1$, 所以 $6 < c = 6 + k \leq 9$. 点评: 本题考查函数与方程的关系, 中等题.

8、在同一直角坐标系中, 函数 $f(x) = x^a$ ($x > 0$), $g(x) = \log_a x$ 的图象可能是 ()



【答案】D

【解析】 对 A, 没有幂函数的图象; 对 B, $f(x) = x^a$ ($x > 0$) 中 $a > 1$, $g(x) = \log_a x$ 中 $0 < a < 1$, 不符合题意; 对 C, $f(x) = x^a$ ($x > 0$) 中 $0 < a < 1$, $g(x) = \log_a x$ 中 $a > 1$, 不符合题意; 对 D, $f(x) = x^a$ ($x > 0$) 中 $0 < a < 1$, $g(x) = \log_a x$ 中 $0 < a < 1$, 符合题意; 故选 D. 点评: 本题考查幂函数与对数函数的图象判断, 容易题.

9、设 θ 为两个非零向量 \vec{a} , \vec{b} 的夹角, 已知对任意实数 t , $|\vec{b} + t\vec{a}|$ 的最小值为 1 ()

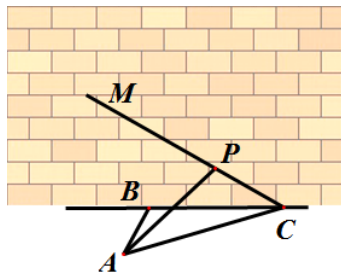
- A. 若 θ 确定, 则 $|\vec{a}|$ 唯一确定 B. 若 θ 确定, 则 $|\vec{b}|$ 唯一确定
C. 若 $|\vec{a}|$ 确定, 则 θ 唯一确定 D. 若 $|\vec{b}|$ 确定, 则 θ 唯一确定

【答案】D

【解析】依题意，对任意实数 t ， $|\mathbf{b} + t\mathbf{a}| \geq 1$ 恒成立，所以

$(t\mathbf{a})^2 + \mathbf{b}^2 + 2t \cdot |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \cos\theta \geq 1$ 恒成立，若 θ 为定值，则当 $|\mathbf{b}|$ 为定值时二次函数才有最小值。故选 B。点评：本题考查平面向量的夹角、模，二次函数的最值，难度中等。

10、如图，某人在垂直于水平地面 ABC 的墙面前的点 A 处进行射击训练，已知点 A 到墙面的距离为 AB，某目标点 P 沿墙面的射击线 CM 移动，此人为了准确瞄准目标点 P，需计算由点 A 观察点 P 的仰角 θ 的大小（仰角 θ 为直线 AP 与平面 ABC 所成角）。若 $AB = 15\text{m}$ ， $AC = 25\text{m}$ ， $\angle BCM = 30^\circ$ 则 $\tan\theta$ 的最大值（ ）



- A. $\frac{\sqrt{30}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{30}}{10}$ C. $\frac{4\sqrt{3}}{9}$ D. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$

【答案】C

【解析】由勾股定理知， $BC = 20$ ，过点 P 作 $PP' \perp BC$ 交 BC 于 P' ，连结 AP' ，

则 $\tan\theta = \frac{PP'}{AP'}$ ，设 $BP' = m$ ，则 $CP' = 20 - m$ ，因为 $\angle BCM = 30^\circ$ ，

所以 $\tan\theta = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}(20-m)}{\sqrt{225+m^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{20-m}{\sqrt{225+m^2}}$ ，所以当 $x = 0$ 时去的最大值 $\frac{20}{15} = \frac{4}{3}$ ，

故 $\tan\theta$ 的最大值为 $\frac{4}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{9}$ 。

考点：本题考查函数的奇函数的性质、分段函数、最值及恒成立，难度中等。

二. 填空题：本大题共 7 小题，每小题 4 分，共 28 分. 请将答案天灾答题卡对应题号的位置上，答错位置，书写不清，模棱两可均不得分。

11、已知 i 是虚数单位，计算 $\frac{1-i}{(1+i)^2} =$ _____；

【答案】 $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

【解析】 因为 $\frac{1-i}{(1+i)^2} = \frac{1-i}{2i} = \frac{1+i}{-2} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$. 点评：本题考查复数的运算，容易题.

12、若实数 x, y 满足 $\begin{cases} x+2y-4 \leq 0 \\ x-y-1 \leq 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$ ，则 $x+y$ 的取值范围是_____；

【答案】 2

【解析】 不等式组表示的平面区域如图中 $\triangle ABC$ ，令 $z = x + y$ ，解方程组

$\begin{cases} x+2y-4 \leq 0 \\ x-y-1 \leq 0 \end{cases}$ 得 $C(2,1)$ ，解方程组 $\begin{cases} x-y-1 \leq 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$ 得 $B(1,0)$ ，平移直线 $z = x + y$ 经过点

C 使得 z 取得最大值，即 $z_{Max} = 2 + 1 = 3$ ，当直线 $z = x + y$ 经过点

$B(1,0)$ 使得 z 取得最小值，即 $z_{min} = 1 + 0 = 1$ ，故 $x + y$ 的取值范围是 $[1,3]$.

点评：本题考查不等式组表示的平面区域，求目标函数的最值，容易题.

13、若某程序框图如图所示，当输入 50 时，则该程序运行后输出的结果是_____；

【答案】 6

【解析】 当 $S = 0$ ， $i = 1$ ，则第一次运行 $S = 2 \times 0 + 1 = 1$ ， $i = 1 + 1 = 2$ ；

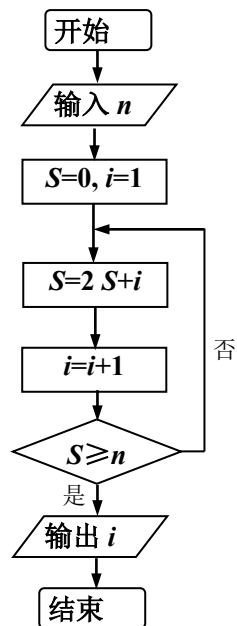
第二次运行 $S = 2 \times 1 + 1 = 4$ ， $i = 2 + 1 = 3$ ；

第三次运行 $S = 2 \times 4 + 3 = 11$ ， $i = 3 + 1 = 4$ ；

第四次运行 $S = 2 \times 11 + 4 = 26$ ， $i = 4 + 1 = 5$ ；

第五次运行 $S = 2 \times 26 + 5 = 57 > 50$ ， $i = 5 + 1 = 6$ 终止循环，故输出 $i = 6$ 。

点评：本题考查程序框图，直到型循环结构，容易题.



14、在 3 张奖券中有一、二等奖各 1 张，另 1 张无奖，甲、乙两人各抽取 1 张，两人都中奖的概率是_____；

【答案】 $\frac{1}{3}$

【解析】基本事件的总数是 $3 \times 2 \times 1 = 6$ ，甲乙两人各抽取一张，两人都中奖只有2种情况，由古典概型公式知，所求的概率 $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. 点评：本题考查古典概型，容易题.

15、设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 2, & x \leq 0 \\ -x^2, & x > 0 \end{cases}$ ，若 $f(f(a)) = 2$ ，则 $a =$ _____；

【答案】4

【解析】若 $a \leq 0$ ，无解；若 $a > 0$ ，解得 $a = \pm\sqrt{2}$. 故 $a = \pm\sqrt{2}$
点评：本题考查分段函数，复合函数，容易题.

16、已知实数 a, b, c 满足 $a + b + c = 0$ ， $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ ，则 a 的最大值是_____；

【答案】 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

【解析】因为 $a + b + c = 0$ ，所以 $c = -(a + b)$ ，所以 $a^2 + b^2 + [-(a + b)]^2 = 1$ ，
所以 $2b^2 + 2ab + 2a^2 - 1 = 0$ ，故实数 a 的最大值为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.
点评：本题考一元二次方程的根的判别式，容易题.

17、设直线 $x - 3y + m = 0 (m \neq 0)$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线分别交于点A、B，若点 $P(m, 0)$ 满足 $|PA| = |PB|$ ，则该双曲线的离心率是_____.

【答案】 $\frac{\sqrt{5}}{2}$

【解析】由双曲线的方程数知，其渐近线方程为 $y = \frac{b}{a}x$ 与 $y = -\frac{b}{a}x$ ，分别与直线 $x - 3y + m = 0$ 联立方程组，解得 $A(\frac{-am}{a-3b}, \frac{-bm}{a-3b})$ ， $B(\frac{-am}{a+3b}, \frac{bm}{a+3b})$ ，由

$|PA|=|PB|$ ，设 AB 的中点为 E ，因为 PE 与直线 $x-3y+m=0$ 垂直，所以

$2a^2 = 8b^2 = 8(c^2 - a^2)$ ，所以 $e = \frac{\sqrt{5}}{2}$ 。点评：本题考查双曲线的性质、渐近线与离心率，

中等题。

三. 解答题：本大题共 5 小题，共 72 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18、(本题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，已知

$$4\sin^2 \frac{A-B}{2} + 4\sin A \sin B = 2 + \sqrt{2}$$

(1) 求角 C 的大小；(2) 已知 $b=4$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 6，求边长 c 的值。

18. **考点与思路：**考点是三角变换与解三角形问题。解决问题的关键是熟练运用三角变换的常用技巧，如降幂公式，和差公式以及正弦定理等。

答案： (1) $\because 4\sin^2 \frac{A-B}{2} + 4\sin A \sin B = 2 + \sqrt{2}$

$$\therefore 4 \times \frac{1 - \cos(A-B)}{2} + 4\sin A \sin B = 2 + \sqrt{2}$$

$$\therefore 2[1 - \cos(A-B)] + 4\sin A \sin B = 2 + \sqrt{2}$$

$$\therefore 4\sin A \sin B = \sqrt{2} + 2\cos(A-B)$$

$$\therefore 4\sin A \sin B = \sqrt{2} + 2\cos(A-B) = \sqrt{2} + 2\cos A \cos B + 2\sin A \sin B$$

$$\therefore \cos A \cos B - \sin A \sin B = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \cos(A+B) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore C = \frac{\pi}{4}.$$

$$(II) \because S = \frac{1}{2}ab\sin C, \therefore 6 = \frac{1}{2} \times a \times 4 \times \sin \frac{\pi}{4}, \therefore a = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos C} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + 4^2 - 2 \times 3\sqrt{2} \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{10}.$$

19、(本题满分 14 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d > 0$ ，设 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $a_1 = 1$ ， $S_2 \cdot S_3 = 36$

(1) 求 d 及 S_n ;

(2) 求 m, k ($m, k \in \mathbb{N}^*$) 的值, 使得 $a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \cdots + a_{m+k} = 65$

19. **考点与思路:** 考点是等差数列及其前 n 项和问题. 解决问题的关键是熟练运用等差数列的通项公式及其前 n 项和公式以及一定的运算能力等

答案: (1) $\because a_1=1, S_2 \cdot S_3=36,$

$$\therefore \left(2 \times 1 + \frac{2 \times 1}{2} \times d\right) \left(3 \times 1 + \frac{3 \times 2}{2} \times d\right) = 36,$$

$$\therefore (d+5)(d-2) = 0, \text{ 而 } d > 0, \therefore d = 2,$$

$$\therefore S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = n + \frac{n(n-1)}{2} \times 2 = n^2.$$

(II) 由 $a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \cdots + a_{m+k} = 65$, 得 $S_{m+k} - S_{m-1} = 65$,

$$\therefore (m+k)^2 - (m-1)^2 = 65,$$

$$\therefore (2m+k-1)(k+1) = 65 = 5 \times 13,$$

$$\therefore k+1 = 5, \text{ 且 } 2m+k-1 = 13,$$

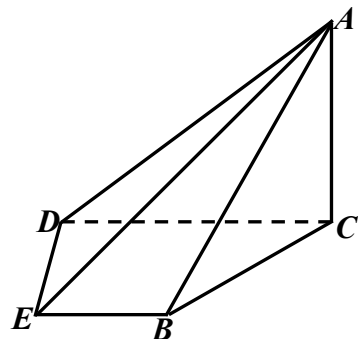
$$\therefore k=4, m=5.$$

20、(本题满分 15 分)

如图, 在四棱锥 A—BCDE 中, 平面 $ABC \perp$ 平面 $BCDE$; $\angle CDE = \angle BED = 90^\circ$, $AB = CD = 2$, $DE = BE = 1$, $AC = \sqrt{2}$ 。

(1) 证明: $AC \perp$ 平面 $BCDE$;

(2) 求直线 AE 与平面 ABC 所成的角的正切值。



20. **答案:** (I) 证明: 过 B 作 $BF \perp CD$ 于 F , 则 $CF=BF=1$,

$$\therefore BC = \sqrt{2}, \text{ 又 } AC = \sqrt{2}, AB = 2,$$

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

$\therefore AC \perp BC$, 而平面 $ABC \perp$ 平面 $BCDE$,

$\therefore AC \perp$ 平面 $BCDE$;

(II) 延长 CB , DE 交于 M , 过 E 作 $EN \perp CM$ 于 N .

而 $AC \perp EN$, $\therefore EN \perp$ 平面 ABC ,

$\therefore \angle EAN$ 为直线 AE 与平面 ABC 所成角, 记为 α ,

则在直角三角形 AEN 中,

$$\tan \alpha = \frac{EN}{AN} = \frac{EN}{\sqrt{AC^2 + CN^2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2 + \frac{9}{2}}} = \frac{\sqrt{13}}{13}.$$

21、(本题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = x^3 + 3|x - a|$ ($a > 0$), 若 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的最小值记为 $g(a)$ 。

(1) 求 $g(a)$;

(2) 证明: 当 $x \in [-1, 1]$ 时, 恒有 $f(x) \leq g(a) + 4$

21. **考点与思路:** 考点是运用导数求函数的最值问题. 解决问题的关键是合理的分类讨论.

解析: (I) 因为 $a > 0$, 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, 所以

$$(1) \text{ 若 } -1 \leq x \leq a, \text{ 则 } f(x) = x^3 + 3(a - x) = x^3 - 3x + 3a,$$

$$\therefore f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1),$$

$\therefore f'(x) < 0$, $\therefore f(x)$ 在 $(-1, a)$ 上为减函数;

若 $a \leq x \leq 1$, 则 $f(x) = x^3 + 3(x-a) = x^3 + 3x - 3a$,

$\therefore f'(x) = 3x^2 + 3 > 0$, $\therefore f(x)$ 在 $(a, 1)$ 上为增函数,

$\therefore g(a) = f(a) = a^3$.

(2) 当 $a \geq 1$ 时, 有 $x \leq a$, 则 $f(x) = x^3 + 3(a-x) = x^3 - 3x + 3a$,

$\therefore f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$,

\therefore 当 $-1 < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$, $\therefore f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上为减函数, $\therefore g(a) = f(1) = 3a - 2$.

综上所述, $g(a) = \begin{cases} a^3, & (0 < a < 1) \\ 3a - 2, & (a \geq 1) \end{cases}$.

(II) 设 $h(x) = f(x) - g(a)$,

(1) 当 $0 < a < 1$ 时, $g(a) = a^3$.

若 $x \in [a, 1]$, $h(x) = f(x) - g(a) = x^3 + 3x - 3a - a^3$,

$h'(x) = 3x^2 + 3$, 则 $h(x)$ 在 $x \in (a, 1)$ 上是增函数, $h(x)$ 在 $x \in [a, 1]$ 上的最大值为:

$h(1) = 4 - 3a - a^3$, 且 $0 < a < 1$, 所以 $h(1) \leq 4$, 即 $f(x) \leq g(a) + 4$.

若 $x \in [-1, a]$, $h(x) = f(x) - g(a) = x^3 - 3x + 3a - a^3$,

$h'(x) = 3x^2 - 3$, 则 $h(x)$ 在 $x \in (-1, a)$ 上是减函数, $h(x)$ 在 $x \in [-1, a]$ 上的最大值为:

$h(-1) = 2 + 3a - a^3$, 设 $t(a) = 2 + 3a - a^3$, $t'(a) = 3 - 3a^2 > 0$, 因为 $t(a)$ 在 $x \in (0, 1)$ 上是增

函数, 所以 $t(a) < t(1) = 4$, 即 $h(-1) < 4$, 故 $f(x) \leq g(a) + 4$.

(2) 当 $a \geq 1$ 时, $g(a) = 3a - 2$, 故 $h(x) = x^3 - 3x + 2$, $h'(x) = 3x^2 - 3$, 此时, $h(x)$ 在 $(-1, 1)$

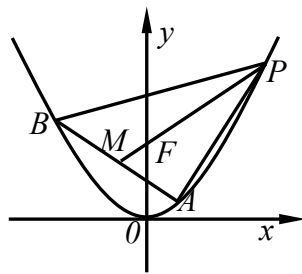
上是减函数, 因此 $h(x)$ 在 $x \in [-1, 1]$ 上的最大值为:

$h(-1) = 4$, 故 $f(x) \leq g(a) + 4$.

综上, 当 $x \in [-1, 1]$ 时, 恒有 $f(x) \leq g(a) + 4$.

22、(本题满分 14 分)

已知 $\triangle ABP$ 的三个顶点在抛物线 $C: x^2 = 4y$ 上, F 为抛物线 C 的焦点, 点 M 为 AB 的中点, $\overline{PF} = 3\overline{FM}$;



(1) 若 $|PF|=3$, 求点 M 的坐标;

(2) 求 $\triangle ABP$ 面积的最大值。

22. **解析:** (I) 设 $P(x_1, y_1)$, $M(x_0, y_0)$ 则由抛物线定义, 得 P 点到准线 $y=-1$ 的距离为 3, 即 $y_1+1=3$, 所以 $y_1=2$, 又 $P(x_1, y_1)$ 在抛物线 $C: x^2=4y$ 上, $\therefore x_1^2=4y_1=8$, $\therefore x_1=2\sqrt{2}$, $\therefore P(2\sqrt{2}, 2)$, 或 $P(-2\sqrt{2}, 2)$,

当 $P(2\sqrt{2}, 2)$, $F(0, 1)$, $\overline{PF}=3\overline{FM}$,

$\therefore \overline{PF}=(-2\sqrt{2}, -1)$, $3\overline{FM}=(3x_0, 3y_0-3)$,

$\therefore 3x_0=-2\sqrt{2}$, $3y_0-3=-1$,

$\therefore x_0=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $y_0=\frac{2}{3}$,

$\therefore M(-\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{2}{3})$, 同理: 当 $P(-2\sqrt{2}, 2)$ 时, $M(\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{2}{3})$,

故点 M 的坐标为 $(-\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{2}{3})$ 或 $(\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{2}{3})$.

(II) 设直线 AB 的方程为: $y=kx+m$,

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $P(x_3, y_3)$, 由 $\begin{cases} y=kx+m \\ x^2=4y \end{cases}$ 得

$$x^2 - 4kx - 4m = 0,$$

于是 $\Delta = 16k^2 + 16m > 0$, $x_1 + x_2 = 4k$, $x_1x_2 = 4m$,

所以 AB 中点 M 的坐标为 $(2k, 2k^2 + m)$, 由 $\overline{PF} = 3\overline{FM}$,

得 $x_0 = -6k$, $y_0 = 4 - 6k^2 - 3m$, 又 $x_0^2 = 4y_0$,

$$\text{所以 } k^2 = -\frac{1}{5}m + \frac{4}{15},$$

由 $\Delta > 0, k > 0$ 得 $-\frac{1}{3} < m \leq \frac{4}{3}$, 而 $|AB| = 4\sqrt{1+k^2}\sqrt{k^2+m}$,

$$F(0, 1) \text{ 到直线 } AB \text{ 的距离为: } d = \frac{|m-1|}{\sqrt{1+k^2}},$$

所以三角形面积 ΔABP 面积 $S = 4S_{\Delta ABF} = 8|m-1|\sqrt{m+k^2}$

$$= \frac{16}{15}\sqrt{3m^3 - 5m^2 + m + 1},$$

记 $f(m) = 3m^3 - 5m^2 + m + 1$ $\left(-\frac{1}{3} < m \leq \frac{4}{3}\right)$, 令 $f'(m) = 0$, 得

$m = 1, m = \frac{1}{9}$, 可得 $f(m)$ 在 $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{9}\right)$ 上是增函数, 在 $\left(\frac{1}{9}, 1\right)$ 上是减函数,

在 $\left(1, \frac{4}{3}\right)$ 上增减函数, 又 $f\left(\frac{1}{9}\right) > f\left(\frac{4}{3}\right)$, 所以当 $m = \frac{1}{9}$ 时, $f(m)$

取得最大值 $\frac{256}{243}$, 此时 $k = \pm \frac{\sqrt{55}}{15}$, 所以 ΔABP 面积的最大值为

$$\frac{256\sqrt{5}}{135}.$$