2012年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）

数学 Ⅰ

参考公式：

棱锥的体积$V=\frac{1}{3}Sh$，其中S为底面积，h为高．

一、填空题：本大题共14小题，每小题5分，共计70分．请把答案填写在答题卡相应位置上．

1．已知集合$A=\{1，2，4\}$，$B=\{2，4，6\}$，则$A\cup B=$_▲_．

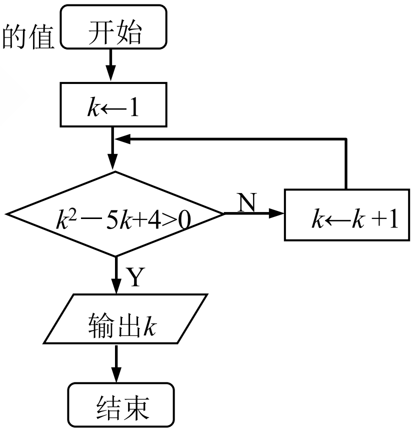
2．某学校高一、高二、高三年级的学生人数之比为3∶3∶4，现用分层抽样的方法从该校高中三个年级的学生中抽取容量为50的样本，则应从高二年级抽取_▲_名学生．

3．设$a，b\in\mathbf{R}$，$a+b\mathrm{i}=\frac{11-7\mathrm{i}}{1-2\mathrm{i}}$（i为虚数单位），则$a+b$的值为_▲_．

4．右图是一个算法流程图，则输出的k的值是_▲_．

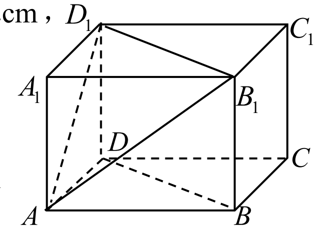
5．函数$f(x)=\sqrt{1-2\log_6 x}$的定义域为_▲_．

6．现有10个数，它们能构成一个以1为首项，-3为公比的等比数列，若从这10个数中随机抽取一个数，则它小于8的概率是_▲_．



（第4题）

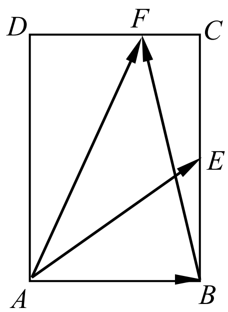
7．如图，在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=AD=3\text{cm}$，$AA_1=2\text{cm}$，则四棱锥$A-BB_1D_1D$的体积为_▲_cm^3．



（第7题）

8．在平面直角坐标系xOy中，若双曲线$\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{m^2+4}=1$的离心率为$\sqrt{5}$，则m的值为_▲_．

9．如图，在矩形ABCD中，$AB=\sqrt{2}$，$BC=2$，点E为BC的中点，点F在边CD上，若$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}=\sqrt{2}$，则$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BF}$的值是_▲_．



10．设$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上且周期为2的函数，在区间$[-1，1]$上，

$$f(x)=\begin{cases} ax+1,-1\leqslant x<0, \\ \dfrac{bx+2}{x+1},0\leqslant x\leqslant 1, \end{cases}$$ 其中 a，$b\in\mathbf{R}$．若 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=f\left(\dfrac{3}{2}\right)$，（第9题）

则 $a+3b$ 的值为▲．

11．设 α 为锐角，若 $\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{4}{5}$，则 $\sin\left(2\alpha+\dfrac{\pi}{12}\right)$ 的值为▲．

12．在平面直角坐标系 xOy 中，圆C的方程为 $x^2+y^2-8x+15=0$，若直线 $y=kx-2$ 上至少存在一点，使得以该点为圆心，1为半径的圆与圆C有公共点，则k的最大值是▲．

13．已知函数 $f(x)=x^2+ax+b(a,b\in\mathbf{R})$ 的值域为 $[0,+\infty)$，若关于x的不等式 $f(x)<c$ 的解集为 $(m,m+6)$，则实数c的值为▲．

14．已知正数 a，b，c 满足：$5c-3a\leqslant b\leqslant 4c-a$，$c\ln b\geqslant a+c\ln c$，则 $\dfrac{b}{a}$ 的取值范围是▲．

二、解答题：本大题共6小题，共计90分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（本小题满分14分）

在 ΔABC 中，已知 $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{BA}\bullet\overrightarrow{BC}$．

（1）求证：$\tan B=3\tan A$；

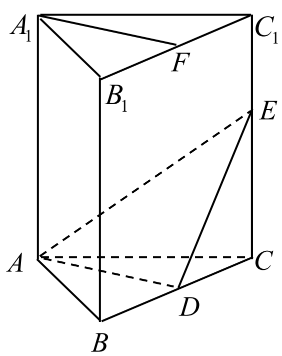
（2）若 $\cos C=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，求A的值．

16．（本小题满分14分）

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$A_1B_1=A_1C_1$，D，E 分别是棱 BC，CC_1 上的点（点D不同于点C），且 $AD\perp DE$，F 为 B_1C_1 的中点．

求证：（1）平面 $ADE\perp$ 平面 BCC_1B_1；

（2）直线 A_1F // 平面ADE．



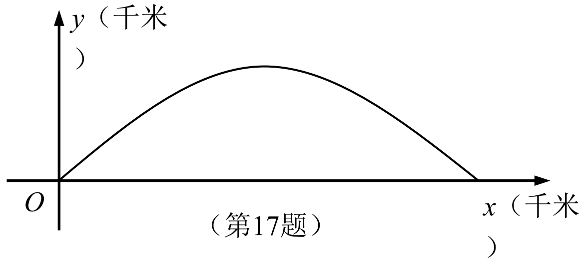
（第16题）

17．（本小题满分14分）

如图，建立平面直角坐标系xOy，x轴在地平面上，y轴垂直于地平面，单位长度为1千米．某炮位于坐标原点．已知炮弹发射后的轨迹在方程$y=kx-\frac{1}{20}(1+k^2)x^2(k>0)$表示的曲线上，其中$k$与发射方向有关．炮的射程是指炮弹落地点的横坐标．

（1）求炮的最大射程；

（2）设在第一象限有一飞行物（忽略其大小），其飞行高度为3.2千米，试问它的横坐标a不超过多少时，炮弹可以击中它？请说明理由．



（第17题）

18．（本小题满分16分）

若函数$y=f(x)$在$x=x_0$取得极大值或者极小值则$x=x0$是$y=f(x)$的极值点

已知a，b是实数，1和-1是函数$f(x)=x^3+ax^2+bx$的两个极值点．

（1）求a和b的值；

（2）设函数$g(x)$的导函数$g'(x)=f(x)+2$，求$g(x)$的极值点；

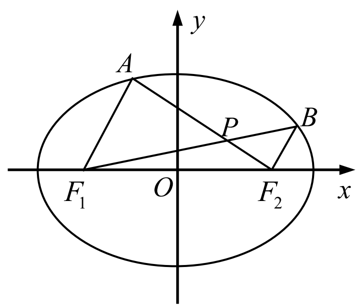
（3）设$h(x)=f(f(x))-c$，其中$c\in[-2,2]$，求函数$y=h(x)$的零点个数．

19．（本小题满分16分）

如图，在平面直角坐标系xOy中，椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$．已知$(1,e)$和$\left(e,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$都在椭圆上，其中$e$为椭圆的离心率．

（1）求椭圆的离心率；

（2）设A，B是椭圆上位于x轴上方的两点，且直线AF_1



与直线BF_2平行，AF_2与BF_1交于点P.

（i）若$AF_1-BF_2=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，求直线$AF_1$的斜率；

（ii）求证：PF_1+PF_2是定值.

20．（本小题满分16分）

已知各项均为正数的两个数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$满足：$a_{n+1}=\dfrac{a_n+b_n}{\sqrt{{a_n}^2+{b_n}^2}}$，$n\in\mathbf{N}^*$.

（1）设$b_{n+1}=1+\dfrac{b_n}{a_n}$，$n\in\mathbf{N}^*$，求证：数列$\left\{\left(\dfrac{b_n}{a_n}\right)^2\right\}$是等差数列；

（2）设$b_{n+1}=\sqrt{2}\cdot\dfrac{b_n}{a_n}$，$n\in\mathbf{N}^*$，且$\{a_n\}$是等比数列，求$a_1$和$b_1$的值.

绝密★启用前

2012年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）

数学Ⅱ（附加题）

准考证号________

注　意　事　项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求：

1．本试卷共2页，均为非选择题（第21题～第23题）。本卷满分为40分。考试时间为30分钟。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

2．答题前，请您务必将自己的姓名、考试证号用0.5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与您本人是否相符。

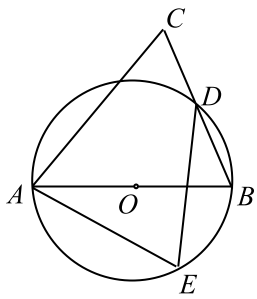
21．[选做题]本题包括A、B、C、D四小题，请选定其中两题，并在相应的答题区域内作答．若多做，则按作答的前两题评分．

解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

A．[选修4 - 1：几何证明选讲]（本小题满分10分）

如图，AB是圆O的直径，D，E为圆上位于AB异侧的两点，连结BD并延长至点C，使$BD=DC$，连结AC，AE，DE．

求证：$\angle E=\angle C$．



（第21-A题）

B．[选修4 - 2：矩阵与变换]（本小题满分10分）

已知矩阵$\boldsymbol{A}$的逆矩阵 $\boldsymbol{A}^{-1}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{4} & \frac{3}{4}\\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\end{bmatrix}$，求矩阵$\boldsymbol{A}$的特征值．

C．[选修4 - 4：坐标系与参数方程]（本小题满分10分）

在极坐标中，已知圆C经过点$P\left(\sqrt{2}，\frac{\pi}{4}\right)$，圆心为直线$\rho\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$与极轴的交点，求圆C的极坐标方程．

D．[选修4 - 5：不等式选讲]（本小题满分10分）

已知实数x，y满足：$|x+y|<\frac{1}{3}$，$|2x-y|<\frac{1}{6}$，求证：$|y|<\frac{5}{18}$．

【必做题】第22题、第23题，每题10分，共计20分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

22．（本小题满分10分）

设ξ为随机变量，从棱长为1的正方体的12条棱中任取两条，当两条棱相交时，$\xi=0$；当两条棱平行时，ξ的值为两条棱之间的距离；当两条棱异面时，$\xi=1$．

（1）求概率$P(\xi=0)$；

（2）求ξ的分布列，并求其数学期望$E(\xi)$．

23．（本小题满分10分）

设集合$P_n=\{1,2,\dots,n\}$，$n\in\mathbf{N}^*$．记$f(n)$为同时满足下列条件的集合A的个数：

①$A\subseteq P_n$；②若$x\in A$，则$2x\notin A$；③若$x\in \complement_{P_n}A$，则$2x\notin \complement_{P_n}A$．

（1）求$f(4)$；

（2）求$f(n)$的解析式（用n表示）．