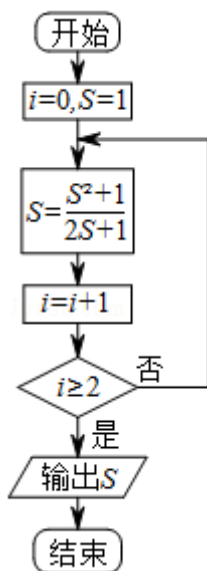


2013年北京市高考数学试卷（文科）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. (5分) 已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{x \mid -1 \leq x < 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{0\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$
2. (5分) 设 $a, b, c \in \mathbb{R}$, 且 $a > b$, 则 ()
 A. $ac > bc$ B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ C. $a^2 > b^2$ D. $a^3 > b^3$
3. (5分) 下列函数中, 既是偶函数又在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减的是 ()
 A. $y = \frac{1}{x}$ B. $y = e^{-x}$ C. $y = \lg|x|$ D. $y = -x^2 + 1$
4. (5分) 在复平面内, 复数 $i(2 - i)$ 对应的点位于 ()
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
5. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, $a=3, b=5, \sin A = \frac{1}{3}$, 则 $\sin B =$ ()
 A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. 1
6. (5分) 执行如图所示的程序框图, 输出的S值为 ()



- A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{13}{21}$ D. $\frac{610}{987}$
7. (5分) 双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{m} = 1$ 的离心率大于 $\sqrt{2}$ 的充分必要条件是 ()

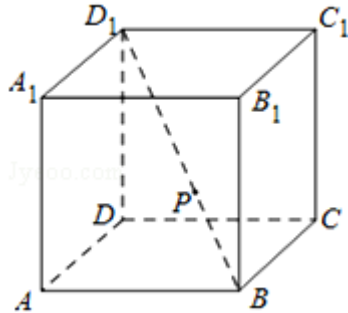
A. $m > \frac{1}{2}$

B. $m \geq 1$

C. $m > 1$

D. $m > 2$

8. (5分) 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为对角线 BD_1 的三等分点, P 到各顶点的距离的不同取值有 ()



A. 3个

B. 4个

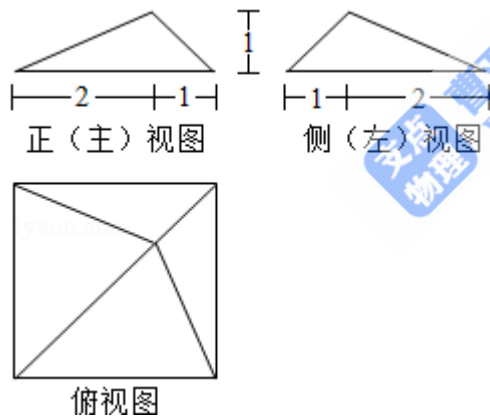
C. 5个

D. 6个

二、填空题共6小题, 每小题5分, 共30分.

9. (5分) 若抛物线 $y^2=2px$ 的焦点坐标为 $(1, 0)$, 则 $p=$ _____ ; 准线方程为_____.

10. (5分) 某四棱锥的三视图如图所示, 该四棱锥的体积为_____.



11. (5分) 若等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2+a_4=20$, $a_3+a_5=40$, 则公比 $q=$ _____ ; 前 n 项和 $S_n=$ _____.

12. (5分) 设 D 为不等式组
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x - y \leq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$$
 表示的平面区域, 区域 D 上的点与点 $(1, 0)$ 之间的距离的最小值为_____.

13. (5分) 函数 $f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x, & x \geq 1 \\ 2^x, & x < 1 \end{cases}$ 的值域为_____.

14. (5分) 已知点A (1, -1), B (3, 0), C (2, 1). 若平面区域D由所有满足 $\vec{AP} = \lambda \vec{AB} + \mu \vec{AC}$ ($1 \leq \lambda \leq 2, 0 \leq \mu \leq 1$) 的点P组成, 则D的面积为_____

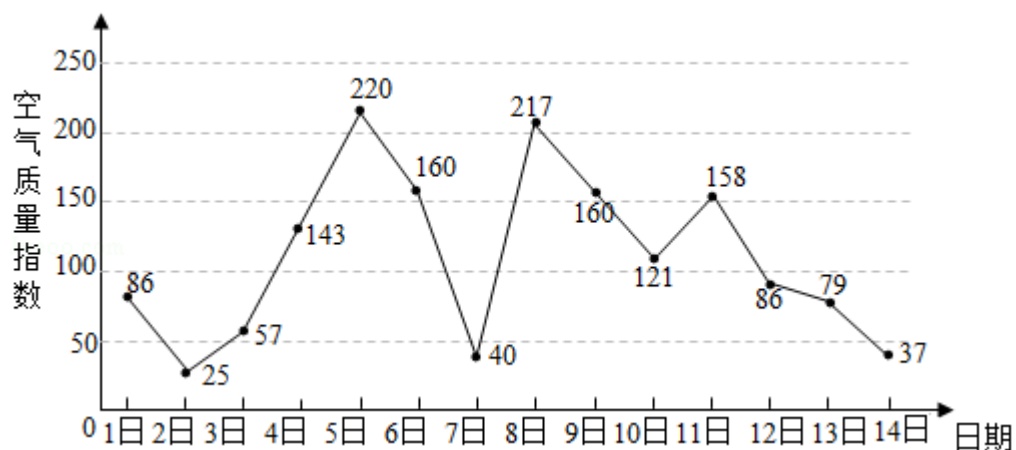
三、解答题共6小题, 共80分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

15. (13分) 已知函数 $f(x) = (2\cos^2x - 1)\sin 2x + \frac{1}{2}\cos 4x$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期及最大值;

(2) 若 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 且 $f(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 求 α 的值.

16. (13分) 如图是某市3月1日至14日的空气质量指数趋势图. 空气质量指数小于100表示空气质量优良, 空气质量指数大于200表示空气重度污染. 某人随机选择3月1日至3月13日中的某一天到达该市, 并停留2天.



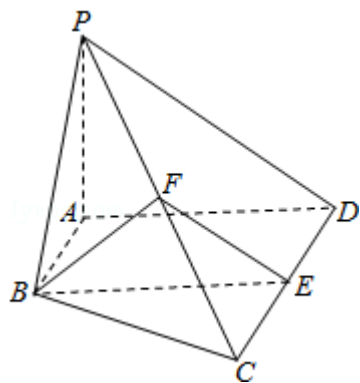
(I) 求此人到达当日空气质量优良的概率;

(II) 求此人在该市停留期间只有1天空气重度污染的概率;

(III) 由图判断从哪天开始连续三天的空气质量指数方差最大? (结论不要求证明)

17. (13分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB \perp AD$, $CD=2AB$, 平面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$, $PA \perp AD$. E 和 F 分别是 CD 和 PC 的中点, 求证:

- (I) $PA \perp$ 底面 $ABCD$;
- (II) $BE \parallel$ 平面 PAD ;
- (III) 平面 $BEF \perp$ 平面 PCD .



18. (13分) 已知函数 $f(x) = x^2 + x \sin x + \cos x$.

- (I) 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(a, f(a))$ 处与直线 $y=b$ 相切, 求 a 与 b 的值;
- (II) 若曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=b$ 有两个不同交点, 求 b 的取值范围.

19. (14分) 直线 $y=kx+m$ ($m \neq 0$) 与椭圆 $W: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 相交于A, C两点, O是坐标原点.

(I) 当点B的坐标为(0, 1), 且四边形OABC为菱形时, 求AC的长;

(II) 当点B在W上且不是W的顶点时, 证明: 四边形OABC不可能为菱形.

20. (14分) 给定数列 a_1, a_2, \dots, a_n . 对 $i=1, 2, \dots, n-1$, 该数列前 i 项的最大值记为 A_i , 后 $n-i$ 项 $a_{i+1}, a_{i+2}, \dots, a_n$ 的最小值记为 B_i , $d_i = A_i - B_i$.

(I) 设数列 $\{a_n\}$ 为3, 4, 7, 1, 写出 d_1, d_2, d_3 的值;

(II) 设 a_1, a_2, \dots, a_{n-1} ($n \geq 4$) 是公比大于1的等比数列, 且 $a_1 > 0$. 证明: d_1, d_2, \dots, d_{n-1} 是等比数列;

(III) 设 d_1, d_2, \dots, d_{n-1} 是公差大于0的等差数列, 且 $d_1 > 0$. 证明: a_1, a_2, \dots, a_{n-1} 是等差数列.