2007 年海南高考理科数学真题及答案

注意事项：

1．本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。

3．回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

4．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

参考公式：

样本数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的标准差

$$s=\sqrt{\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]}$$

其中 $\bar{x}$ 为样本平均数

柱体体积公式

$$V=Sh$$

其中 S 为底面面积，h 为高

锥体体积公式

$$V=\frac{1}{3}Sh$$

其中 S 为底面面积，h 为高

球的表面积、体积公式

$$S=4\pi R^2,\quad V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 为球的半径

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）已知命题 $p:\forall x\in\mathrm{R}$，$\sin x\leqslant 1$，则

（A）$\neg p:\exists x\in\mathrm{R},\ \sin x\geqslant 1$　　（B）$\neg p:\forall x\in\mathrm{R},\ \sin x\geqslant 1$

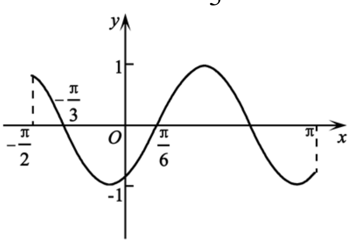
（C）$\neg p:\exists x\in\mathrm{R},\ \sin x>1$　　（D）$\neg p:\forall x\in\mathrm{R},\ \sin x>1$

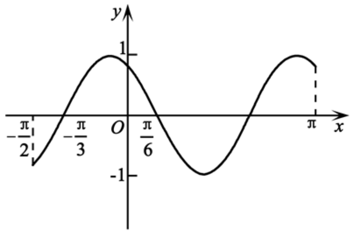
（2）已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,1),\ \boldsymbol{b}=(1,-1)$，则向量 $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{3}{2}\boldsymbol{b}=$

（A）$(-2,-1)$　　（B）$(-2,1)$

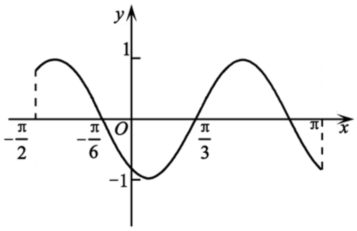
（C）$(-1,0)$　　（D）$(-1,2)$

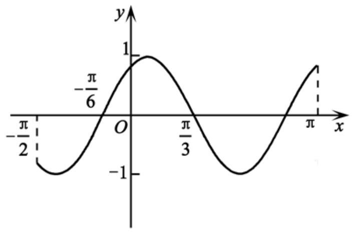
（3）函数 $y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2},\ \pi]$ 的简图是





（A）　　　　　　　　　　（B）





（C）　　　　　　　　　　（D）

（4）已知$\{a_n\}$是等差数列，$a_{10}=10$，其前10项和$S_{10}=70$，则其公差$d=$

（A）$-\frac{2}{3}$　　（B）$-\frac{1}{3}$　　（C）$\frac{1}{3}$　　（D）$\frac{2}{3}$

（5）如果执行右面的程序框图，

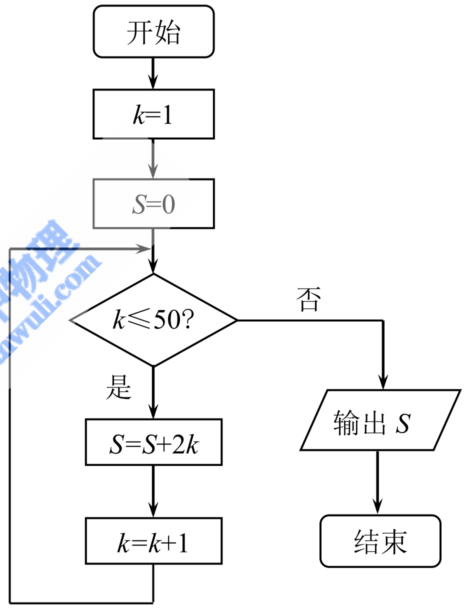
那么输出的$S=$

（A）2 450

（B）2 500

（C）2 550

（D）2 652



（6）已知抛物线$y^2=2px(p>0)$的焦点为F，点$P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$、$P_3(x_3,y_3)$在抛物线上，且$2x_2=x_1+x_3$，则有

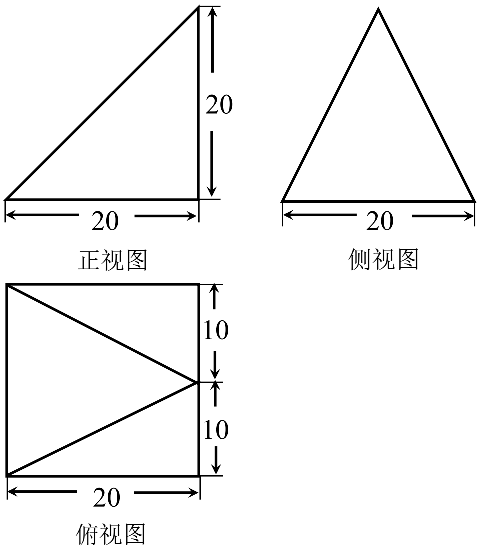
（A）$|FP_1|+|FP_2|=|FP_3|$　　（B）$|FP_1|^2+|FP_2|^2=|FP_3|^2$

（C）$2|FP_2|=|FP_1|+|FP_3|$　　（D）$|FP_2|^2=|FP_1|\cdot|FP_3|$

（7）已知$x>0, y>0$，x,a,b,y成等差数列，x,c,d,y成等比数列，则$\frac{(a+b)^2}{cd}$的最小值是

（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）4

（8）已知某个几何体的三视图如下，根据图中标出的尺寸（单位：cm），可得这个几何体的体积是



（A）$\frac{4\,000}{3}\ \text{cm}^3$

（B）$\frac{8\,000}{3}\text{cm}^3$

（C）$2\,000\ \text{cm}^3$

（D）$4\,000\ \text{cm}^3$

（9）若 $\dfrac{\cos 2\alpha}{\sin(\alpha-\frac{\pi}{4})}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\cos\alpha+\sin\alpha$ 的值为

（A）$-\frac{\sqrt{7}}{2}$　　（B）$-\frac{1}{2}$　　（C）$\frac{1}{2}$　　（D）$\frac{\sqrt{7}}{2}$

（10）曲线 $y=e^{\frac{1}{2}x}$ 在点 $(4,e^2)$ 处的切线与坐标轴所围三角形的面积为

（A）$\frac{9}{2}e^2$　　（B）$4e^2$　　（C）$2e^2$　　（D）e^2

（11）甲、乙、丙三名射箭运动员在某次测试中各射箭20次，三人的测试成绩如下表

甲的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	5	5	5	5

乙的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	6	4	4	6

丙的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	4	6	6	4

s_1、s_2、s_3 分别表示甲、乙、丙三名运动员这次测试成绩的标准差，则有

（A）$s_3>s_1>s_2$　　（B）$s_2>s_1>s_3$

（C）$s_1>s_2>s_3$　　（D）$s_2>s_3>s_1$

（12）一个四棱锥和一个三棱锥恰好可以拼接成一个三棱柱.这个四棱锥的底面为正方形，且底面边长与各侧棱长相等，这个三棱锥的底面边长与各侧棱长也都相等. 设四棱锥、三棱锥、三棱柱的高分别为h_1、h_2、h，则 $h_1:h_2:h=$

（A）$\sqrt{3}:1:1$ （B）$\sqrt{3}:2:2$

（C）$\sqrt{3}:2:\sqrt{2}$ （D）$\sqrt{3}:2:\sqrt{3}$

第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题～第 21 题为必考题，每个试题考生都必须做答。第 22 题～第 24 题为选考题，考生根据要求做答。

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分。

（13）已知双曲线的顶点到渐近线的距离为 2，焦点到渐近线的距离为 6，则该双曲线的离心率为________.

（14）设函数 $f(x)=\dfrac{(x+1)(x+a)}{x}$ 为奇函数，则 $a=$________.

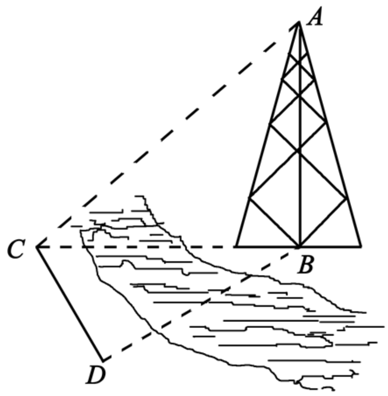
（15）i 是虚数单位，$\dfrac{-5+10\mathrm{i}}{3+4\mathrm{i}}=$________.(用 $a+b\mathrm{i}$ 的形式表示，$a,b\in\mathbf{R}$)

（16）某校安排 5 个班到 4 个工厂进行社会实践，每个班去一个工厂，每个工厂至少安排一个班，不同的安排方法共有________种.(用数字作答)

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（17）（本小题满分 12 分）

如图，测量河对岸的塔高 AB 时，可以选与塔底 B 在同一水平面内的两个测点 C 与 D. 现测得 $\angle BCD=\alpha$，$\angle BDC=\beta$，$CD=s$，并在点 C 测得塔顶 A 的仰角为 θ，求塔高 AB.

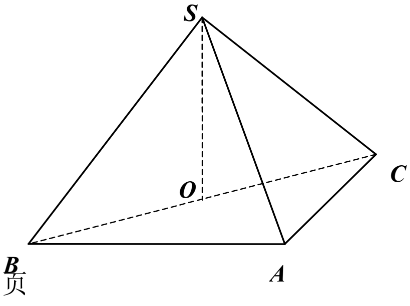


（18）（本小题满分12分）

如图，在三棱锥 $S-ABC$ 中, 侧面 SAB 与侧面 SAC 均为等边三角形, $\angle BAC=90°$, O 为 BC 中点.

（Ⅰ）证明：$SO\perp$ 平面 ABC;

（Ⅱ）求二面角 $A-SC-B$ 的余弦值.



（19）（本小题满分12分）

在平面直角坐标系 xOy 中，经过点 $(0,\sqrt{2})$ 且斜率为 k 的直线 l 与椭圆 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 有两个不同的交点 P 和 Q.

（Ⅰ）求 k 的取值范围；

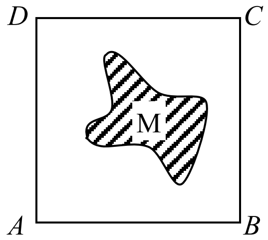
（Ⅱ）设椭圆与 x 轴正半轴、y 轴正半轴的交点分别为 A、B，是否存在常数 k，使得向量 $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}$ 与 $\overrightarrow{AB}$ 共线？如果存在，求 k 值；如果不存在，请说明理由.

（20）（本小题满分12分）

如图，面积为 S 的正方形 $ABCD$ 中有一个不规则的图形M，可按下面方法估计M的面积：在正方形 $ABCD$ 中随机投掷 n 个点，若 n 个点中有 m 个点落入M中，则M的面积的估计值为 $\frac{m}{n}S$．假设正方形 $ABCD$ 的边长为2，M的面积为1，并向正方形 $ABCD$ 中随机投掷10 000个点，以 X 表示落入M中的点的数目.

（Ⅰ）求 X 的均值 EX；

（Ⅱ）求用以上方法估计M的面积时，M的面积的估计值与实际值之差在区间 $(-0.03,\ 0.03)$ 内的概率.



附表：$P(k)=\sum_{l=0}^{k}C_{10000}^{l}\times 0.25^{l}\times 0.75^{10000-l}$

k	2424	2425	2574	2575
$P(k)$	0.0403	0.0423	0.9570	0.9590

（21）（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=\ln(x+a)+x^2$.

（Ⅰ）若当 $x=-1$ 时 $f(x)$ 取得极值，求 a 的值，并讨论 $f(x)$ 的单调性；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 存在极值，求 a 的取值范围，并证明所有极值之和大于 $\ln\frac{e}{2}$.

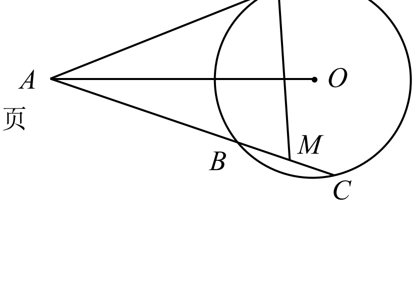
请考生在第 22、23、24 题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题记分。做答时请写清题号。

（22）（本小题满分 10 分）选修 4－1：几何证明选讲

如图，已知 AP 是⊙O 的切线，P 为切点，AC 是⊙O 的割线，与⊙O 交于 B、C 两点，圆心 O 在 $\angle PAC$ 的内部，点 M 是 BC 的中点.

（Ⅰ）证明 A，P，O，M 四点共圆；

（Ⅱ）求 $\angle OAM+\angle APM$ 的大小.



（23）（本小题满分 10 分）选修 4－4：坐标系与参数方程

$\odot O_1$和$\odot O_2$的极坐标方程分别为$\rho=4\cos\theta,\ \rho=-4\sin\theta$.

（Ⅰ）把$\odot O_1$和$\odot O_2$的极坐标方程化为直角坐标方程；

（Ⅱ）求经过$\odot O_1$，$\odot O_2$交点的直线的直角坐标方程.

（24）（本小题满分 10 分）选修 4－5：不等式选讲

设函数$f(x)=|2x+1|-|x-4|$.

（Ⅰ）解不等式$f(x)>2$；

（Ⅱ）求函数$y=f(x)$的最小值.

参考答案和评分参考

评分说明：

1. 本解答给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分参考制订相应的评分细则.

2. 对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分.

3. 解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

4. 只给整数分数. 选择题和填空题不给中间分.

一．选择题

（1）C　（2）D　（3）A　（4）D　（5）C　（6）C

（7）D　（8）B　（9）C　（10）D　（11）B　（12）B

二．填空题

（13）3　（14）-1　（15）$1+2\mathrm{i}$　（16）240

三．解答题

（17）解：

在△*BCD*中，

$$\angle CBD=\pi-\alpha-\beta .$$ ……2分

由正弦定理得

$$\frac{BC}{\sin\angle BDC}=\frac{CD}{\sin\angle CBD},$$ ……5分

所以 $$BC=\frac{CD\sin\angle BDC}{\sin\angle CBD}$$

$$=\frac{s\cdot\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}.$$ ……8分

在Rt△*ABC*中，

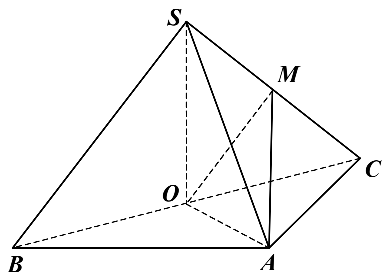
$$AB=BC\tan\angle ACB$$

$$=\frac{s\cdot\tan\theta\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}.$$ ……12分

（18）证明：

（Ⅰ）由题设*AB*=*AC*=*SB*=*SC*=*SA*. 连结*OA*，△*ABC*为等腰直角三角形，所以*OA*=*OB*=*OC*=$\frac{\sqrt{2}}{2}$*SA*，且*AO*⊥*BC*. 又△*SBC*为等腰三角形，故*SO*⊥*BC*，且

$$SO=\frac{\sqrt{2}}{2}SA,$$



从而$OA^2+SO^2=SA^2$， ……3分

所以△*SOA*为直角三角形，$SO\perp AO$.

又*AO*∩*BC*=*O*,

所以*SO*⊥平面*ABC*. ……6分

（Ⅱ）解法一：

取*SC*中点*M*，连结*AM*，*OM*，由（Ⅰ）知$SO=OC$，$SA=AC$，得*OM*⊥*SC*，*AM*⊥*SC*.

$\therefore\angle OMA$为二面角$A-SC-B$的平面角. ……9分

由*AO*⊥*BC*，*AO*⊥*SO*，*SO*∩*BC*=O得

AO⊥平面*SBC*，

所以*AO*⊥*OM*. 又$AM=\frac{\sqrt{3}}{2}SA$，故

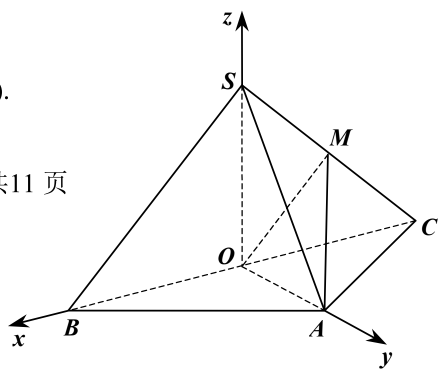
$$\sin\angle AMO=\frac{AO}{AM}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3},$$

所以二面角$A-SC-B$的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$. ……12分

解法二：

以*O*为坐标原点，射线*OB*、*OA*分别为*x*轴、*y*轴的正半轴，建立如图的空间直角坐标系$O-xyz$.

设*B*(1, 0, 0)，则$C(-1,0,0)$, $A(0,1,0)$, $S(0,0,1)$.



SC的中点 $M\left(-\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}\right)$,

$\overrightarrow{MO}=\left(\frac{1}{2},0,-\frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{MA}=\left(\frac{1}{2},1,-\frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{SC}=(-1,0,-1)$,

$\therefore \overrightarrow{MO}\cdot\overrightarrow{SC}=0$，$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{SC}=0$.

故$MO\perp SC$，$MA\perp SC$，$<\overrightarrow{MO},\overrightarrow{MA}>$等于二面角 $A-SC-B$ 的平面角. ……9分

$\cos<\overrightarrow{MO},\overrightarrow{MA}>=\frac{\overrightarrow{MO}\cdot\overrightarrow{MA}}{|\overrightarrow{MO}||\overrightarrow{MA}|}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

所以二面角 $A-SC-B$ 的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$. ……12分

（19）解：

（Ⅰ）由已知条件，直线 l 的方程为

$$y=kx+\sqrt{2}，$$

代入椭圆方程得

$$\frac{x^2}{2}+(kx+\sqrt{2})^2=1，$$

整理得 $(\frac{1}{2}+k^2)x^2+2\sqrt{2}kx+1=0$. ① ……3 分

直线 l 与椭圆有两个不同的交点 P 和 Q 等价于

$$\Delta=8k^2-4(\frac{1}{2}+k^2)=4k^2-2>0，$$

解得 $k<-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $k>\frac{\sqrt{2}}{2}$. 即 k 的取值范围为 $(-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2})\cup(\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty)$. ……6 分

（Ⅱ）设 $P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$，则 $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}=(x_1+x_2,y_1+y_2)$，

由方程①，

$$x_1+x_2=-\frac{4\sqrt{2}k}{1+2k^2}. \quad ②$$

又 $y_1+y_2=k(x_1+x_2)+2\sqrt{2}$. ③ ……8 分

而 $A(\sqrt{2},0)$, $B(0,1)$, $\overrightarrow{AB}=(-\sqrt{2},1)$.

所以 $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}$ 与 $\overrightarrow{AB}$ 共线等价于

$$x_1+x_2=-\sqrt{2}(y_1+y_2)，$$

将②③代入上式，解得 $k=\frac{\sqrt{2}}{2}$. ……11 分

由（Ⅰ）知 $k<-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $k>\frac{\sqrt{2}}{2}$，故没有符合题意的常数 k. ……12 分

（20）解：

每个点落入M中的概率均为 $p=\frac{1}{4}$. ……2分

依题意知 $X\sim B(10\,000,\frac{1}{4})$.

（Ⅰ） $EX=10\,000\times\frac{1}{4}=2\,500$. ……6分

（Ⅱ）依题意所求概率为 $P\left(-0.03<\frac{X}{10\,000}\times4-1<0.03\right)$， ……9分

$$\begin{aligned}&P\left(-0.03<\frac{X}{10\,000}\times4-1<0.03\right)\\&=P(2\,425<X<2\,575)\\&=\sum_{l=2\,426}^{2\,574}C_{10\,000}^{l}\times0.25^{l}\times0.75^{10\,000-l}\\&=\sum_{l=0}^{2\,574}C_{10\,000}^{l}\times0.25^{l}\times0.75^{10\,000-l}-\sum_{l=0}^{2\,425}C_{10\,000}^{l}\times0.25^{l}\times0.75^{10\,000-l}\\&=0.9570-0.0423\\&=0.9147.\end{aligned}$$

……12分

（21）解：

（Ⅰ） $f'(x)=\frac{1}{x+a}+2x$，

依题意有 $f'(-1)=0$，故 $a=\frac{3}{2}$， ……2 分

从而 $f'(x)=\frac{2x^2+3x+1}{x+\frac{3}{2}}=\frac{(2x+1)(x+1)}{x+\frac{3}{2}}$.

$f(x)$ 的定义域为 $(-\frac{3}{2},+\infty)$. 当 $-\frac{3}{2}<x<-1$ 时， $f'(x)>0$；当 $-1<x<-\frac{1}{2}$ 时， $f'(x)<0$；当 $x>-\frac{1}{2}$ 时， $f'(x)>0$. 从而， $f(x)$ 分别在区间 $(-\frac{3}{2},-1)$， $(-\frac{1}{2},+\infty)$ 单调增加，在区间 $(-1,-\frac{1}{2})$ 单调减少. ……5 分

（Ⅱ） $f(x)$ 的定义域为 $(-a,+\infty)$， $f'(x)=\frac{2x^2+2ax+1}{x+a}$.

方程 $2x^2+2ax+1=0$ 的判别式 $\Delta=4a^2-8$.

（ⅰ）若 $\Delta<0$，即 $-\sqrt{2}<a<\sqrt{2}$，在 $f(x)$ 的定义域内 $f'(x)>0$，故 $f(x)$ 无极值.

（ⅱ）若 $\Delta=0$，则 $a=\sqrt{2}$ 或 $a=-\sqrt{2}$.

若 $a=\sqrt{2}$， $x\in(-\sqrt{2},+\infty)$， $f'(x)=\frac{(\sqrt{2}x+1)^2}{x+\sqrt{2}}$. 当 $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时， $f'(x)=0$， 当 $x\in(-\sqrt{2},-\frac{\sqrt{2}}{2})\cup(-\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty)$ 时， $f'(x)>0$，所以 $f(x)$ 无极值.

若 $a=-\sqrt{2}$， $x\in(\sqrt{2},+\infty)$, $f'(x)=\frac{(\sqrt{2}x-1)^2}{x-\sqrt{2}}>0$， $f(x)$ 也无极值. ……7 分

（iii）若$\Delta>0$，即$a>\sqrt{2}$或$a<-\sqrt{2}$，则$2x^2+2ax+1=0$有两个不同的实根

$$x_1=\frac{-a-\sqrt{a^2-2}}{2},\ x_2=\frac{-a+\sqrt{a^2-2}}{2}.$$

当$a<-\sqrt{2}$时，$x_1<-a, x_2<-a$．从而$f'(x)$在$f(x)$的定义域内没有零点，故$f(x)$无极值.

当$a>\sqrt{2}$时，$x_1>-a, x_2>-a$，$f'(x)$在$f(x)$的定义域内有两个不同的零点，由极值判别方法知$f(x)$在$x=x_1, x=x_2$取得极值.

综上，$f(x)$存在极值时，a的取值范围为$(\sqrt{2},+\infty)$．　　　　……10 分

$f(x)$的极值之和为

$$f(x_1)+f(x_2)=\ln(x_1+a)+{x_1}^2+\ln(x_2+a)+{x_2}^2$$

$$=\ln\frac{1}{2}+a^2-1>1-\ln 2=\ln\frac{e}{2}.$$　　　　……12 分

（22）

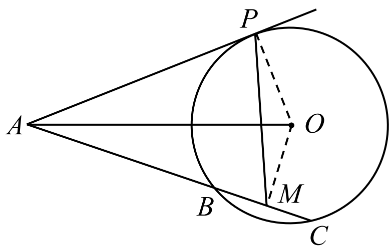
（Ⅰ）证明：连结 OP，OM.

因为 AP 与⊙O 相切于点 P，所以

$OP\perp AP$.

因为 M 是⊙O 的弦 BC 的中点，所以

$OM\perp BC$.



于是$\angle OPA+\angle OMA=180°$，由圆心 O 在$\angle PAC$的内部，可知四边形 $APOM$ 的对角互补，所以 A，P，O，M 四点共圆.　　　　……6 分

（Ⅱ）解：由（Ⅰ）得 A，P，O，M 四点共圆，所以

$\angle OAM=\angle OPM$.

由（Ⅰ）得 $OP\perp AP$.

由圆心 O 在$\angle PAC$的内部，可知$\angle OPM+\angle APM=90°$.

所以$\angle OAM+\angle APM=90°$.　　　　……10 分

（23）解：

以极点为原点，极轴为 x 轴正半轴，建立平面直角坐标系，两坐标系中取相同的长度单位.

（Ⅰ）$x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$，由$\rho=4\cos\theta$得

$\rho^2=4\rho\cos\theta$，

所以$x^2+y^2=4x$.

即 $x^2+y^2-4x=0$ 为⊙O_1的直角坐标方程.

同理 $x^2+y^2+4y=0$ 为⊙O_2的直角坐标方程. ……6 分

（Ⅱ）由 $\begin{cases} x^2+y^2-4x=0, \\ x^2+y^2+4y=0 \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x_1=0, \\ y_1=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=2, \\ y_2=-2. \end{cases}$

即⊙O_1，⊙O_2交于点（0，0）和 $(2,\ -2)$． 过交点的直线的直角坐标方程为 $y=-x$.

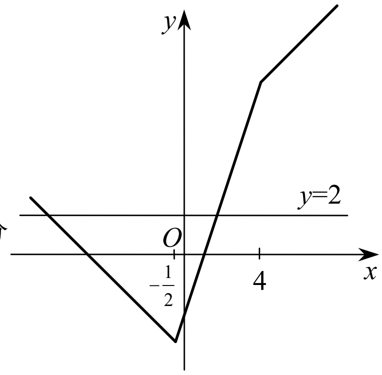
……10 分

（24）解：

（Ⅰ）令 $y=|2x+1|-|x-4|$，则

$$y=\begin{cases} -x-5, & x\leq -\dfrac{1}{2}, \\ 3x-3, & -\dfrac{1}{2}<x<4, \\ x+5, & x\geq 4. \end{cases}$$

……3分



作出函数 $y=|2x+1|-|x-4|$ 的图像，它与直线 $y=2$ 的交点为 $(-7,2)$ 和 $(\dfrac{5}{3},2)$.

所以 $|2x+1|-|x-4|>2$ 的解集为 $(-\infty,-7)\cup(\dfrac{5}{3},+\infty)$. ……6分

（Ⅱ）由函数 $y=|2x+1|-|x-4|$ 的图像可知，当 $x=-\dfrac{1}{2}$ 时，$y=|2x+1|-|x-4|$ 取得最小值 $-\dfrac{9}{2}$. ……10 分