2012年普通高等学校招生全国统一考试（湖南卷）

数学文科

本试题卷包括选择题、填空题和解答题三部分，共 6 页，时量 120 分钟，满分 150 分。

一选择题：本大题共 9 小题，每小题 5 分，共 45 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的。

1. 设集合 $M=\{-1,0,1\}$，$N=\{x|x^2=x\}$，则 M ? N　　（　　）

A. $\{-1,0,1\}$　　B. $\{0,1\}$　　C. $\{1\}$　　D. $\{0\}$

2. 复数 $z=i(i+1)$（i 为虚数单位）的共轭复数是　　（　　）

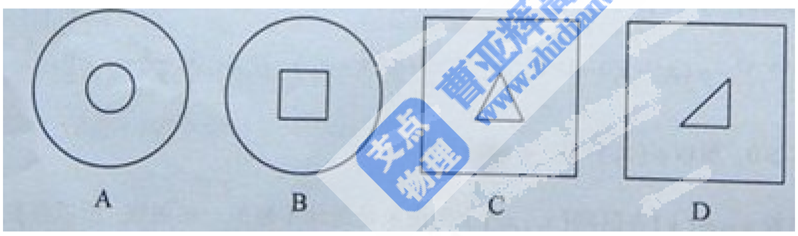
A. $-1-i$　　B. $-1+i$　　C. $1-i$　　D. $1+i$

3. 命题"若 $\alpha=\frac{\pi}{4}$，则 $\tan\alpha=1$"的逆否命题是（　　）

A. 若 $\alpha\neq\frac{\pi}{4}$，则 $\tan\alpha\neq1$　　B. 若 $\alpha=\frac{\pi}{4}$，则 $\tan\alpha\neq1$

C. 若 $\tan\alpha\neq1$，则 $\alpha\neq\frac{\pi}{4}$　　D. 若 $\tan\alpha\neq1$，则 $\alpha=\frac{\pi}{4}$

4. 某几何体的正视图和侧视图均如图 1 所示，则该几何体的俯视图不可能是（ C ）



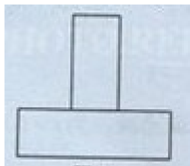


图 1

5. 设某大学的女生体重 y（单位：kg）与身高 x（单位：cm）具有线性相关关系，根据一组样本数据 (x_i,y_i) $(i=1,2,\cdots,n)$，用最小二乘法建立的回归方程为 $\hat{y}=0.85x-85.71$，则下列结论不正确的是（　　）

A. y 与 x 具有正的线性相关关系

B. 回归直线过样本点的中心 $(\bar{x},\bar{y})$

C. 若该大学某女生身高增加 $1cm$，则其体重约增加 0.85kg

D. 若该大学某女生身高为 170cm，则可断定其体重必为 58.79kg

6. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的焦距为 10，点 $P(2,1)$ 在的渐近线上，则 C 的方程为（　　）

A. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$　　B. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$　　C. $\frac{x^2}{80}-\frac{y^2}{20}=1$　　D. $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{80}=1$

7. 设$a>b>1$，$c<0$，给出下列三个结论：

$$①\frac{c}{a}>\frac{c}{b}；②a^c<b^c；③\log_b(a-c)>\log_a(b-c).$$

其中所有的正确结论的序号是（　D　）

A. ①　　B. ①②　　C. ②③　　D. ①②③

8. 在$\triangle ABC$中，$AC=\sqrt{7}$，$BC=2$，$B=60^\circ$，则BC边上的高等于（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{39}}{4}$

9. 设定义在R上的函数$f(x)$是最小正周期为2π的偶函数，$f'(x)$是$f(x)$的导函数，

当$x\in[0,\pi]$时，$0<f(x)<1$；当$x\in(0,\pi)$且$x\neq\frac{\pi}{2}$时，$(x-\frac{\pi}{2})f'(x)>0$.

则函数$y=f(x)-\sin x$在$[-2\pi,2\pi]$上的零点个数为（　　）

A. 2　　B. 4　　C. 5　　D. 8

二、填空题：本大题共7小题，考生作答6小题，每小题5分，共30分，把答案填在答题卡中对应题号的横线上。

一、选做题（请考生在第10、11二题中任选一题作答，如果全做，则按第一题记分）

10. 在极坐标系中，曲线$C_1:\rho(\sqrt{2}\cos\theta+\sin\theta)=1$与曲线$C_2:\rho=a(a>0)$的一个交点在极轴上，则$a=$_______.

11. 某制药企业为了对某种药用液体进行生物测定，需要优选培养温度，试验范围定为$29^\circ C\sim63^\circ C$，精确度要求$\pm1^\circ C$.用分数法进行优选时，能保证找到最佳培养温度需要的最少试验次数为_____.

二、必做题（12~16题）

12. 不等式$x^2-5x+6\leq0$的解集为__________。

13. 图2是某学校一名篮球运动员在五场比赛中所得分数的茎叶图，则该运动员在这五场比赛中得分的方差为_______.

（注：方差$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$，其中$\bar{x}$为$x_1,x_2,\cdots,x_n$的平均数）

0	8	9	
1	0	3	5

图2

14．如果执行如图 3 所示的程序框图，输入 $x=4.5$，则输出的数 i = ______.

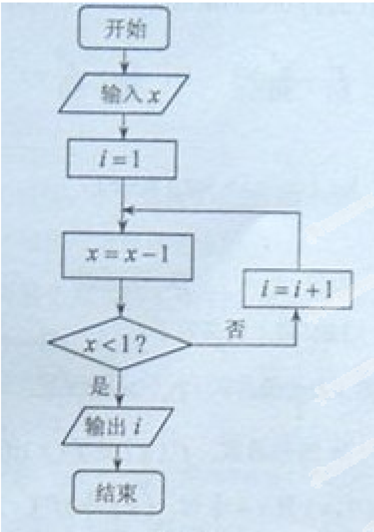


图 3

15．如图 4，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AP \perp BD$，垂足为 P，且 $AP=3$，则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}=$__________.

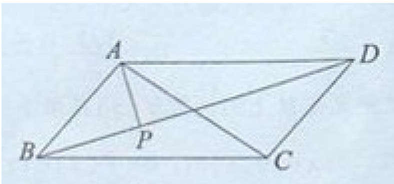


图 4

16．对于 $n \in \mathbf{N}^*$，将 n 表示为 $n=a_k\cdot 2^k+a_{k-1}\cdot 2^{k-1}+\cdots+a_1\cdot 2^1+a_0\cdot 2^0$，当 $i=k$ 时，$a_i=1$，当 $0\le i\le k-1$ 时，a_i 为 0 或 1. 定义 b_n 如下：在 n 的上述表示中，当 $a_0, a_1, a_2, \cdots, a_k$ 中等于 1 的个数为奇数时，$b_n=1$；否则 $b_n=0$.

(1) $b_2+b_4+b_6+b_8=$__________;

(2) 记 c_m 为数列 $\{b_n\}$ 中第 m 个为 0 的项与第 $m+1$ 个为 0 的项之间的项数，则 c_m 的最大值是_______。

三．解答题：本大题共 6 小题，共 75 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（本小题满分 12 分）

某超市为了解顾客的购物量及结算时间等信息，安排一名员工随机收集了在该超市购物的 100 位顾客的相关数据，如下表所示：

一次购物量	1 至 4 件	5 至 8 件	9 至 12 件	13 至 16 件	17 件以上

顾客数（人）	x	30	25	y	10
结算时间（分钟/人）	1	1.5	2	2.5	3

已知这 100 位顾客中一次购物量超过 8 件的顾客占 55%..

(1)确定 x,y 的值，并估计顾客一次购物的结算时间的平均值；

（2）求一位顾客一次购物的结算时间不超过 2 分钟的概率.(将频率视为概率)

18. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(x\in R,\omega>0,0<\varphi<\dfrac{\pi}{2})$ 的部分图象如图 5 所示，

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）求函数 $g(x)=f(x-\dfrac{\pi}{12})-f(x+\dfrac{\pi}{12})$ 的单调递增区间.

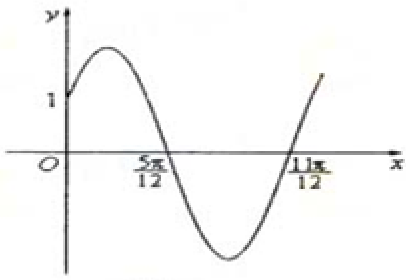


图 5

19.（本小题满分 12 分）

如图 6，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 是等腰梯形，$AD//BC$，$AC\perp BD$.

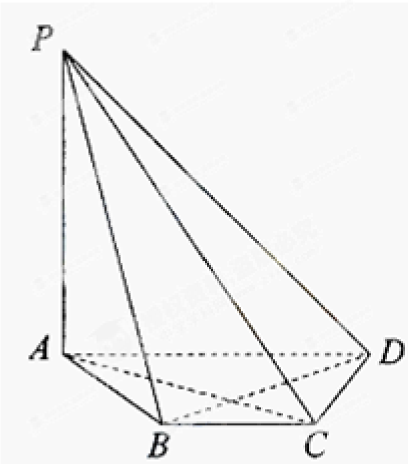


图 6

(1)证明：$BD\perp PC$；

（2）若 $AD=4,BC=2$，直线 PD 与平面 PAC 所成的角为 30°，求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.

20. 某公司一下属企业从事某种高科技产品的生产．该企业第一年年初有资金 2000 万元，将其投入生产，到当年年底资金增长了 50%． 预计以后每年资金年增长率与第一年的相同．公司要求企业从第一年开始，每年年底上缴资金d万元，并将剩余资金全部投入下一年生产．设第n 年年底企业上缴资金后的剩余资金为a_n 万元．

(1)用d表示a_1,a_2，并写出a_{n+1}与a_n的关系式；

（2）若公司希望经过$m(m\geq 3)$年使企业的剩余资金为 4000 万元，试确定企业每年上交资金d的值（用m表示）．

21.(本小题满分 13 分）在直角坐标系xOy中，已知中心在原点，离心率为$\frac{1}{2}$的椭圆E的一个焦点为圆 $C:x^2+y^2-4x+2=0$的圆心．

(1)求椭圆E的方程；

（2）设P是椭圆E上一点，过P作两条斜率之积为$\frac{1}{2}$的直线l_1,l_2．当直线l_1,l_2都与圆C相切时，求P的坐标．

22. （本小题满分 13 分）

已知函数$f(x)=e^x-ax$，其中$a>0$．

(Ⅰ)若对一切$x\in R$，$f(x)\geq 1$恒成立，求a的取值集合；

(Ⅱ）在函数$f(x)$的图象上取定两点$A(x_1,f(x_1))$，$B(x_2,f(x_2))(x_1<x_2)$，记直线AB的斜率为k，证明：存在$x_0\in(x_1,x_2)$，使$f'(x_0)=k$成立．