

## 2016年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅱ）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出四个选项，只有一个选项符合题目要求.

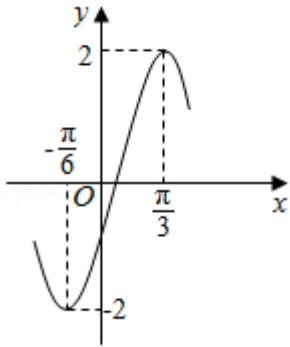
1. (5分) 已知集合 $A=\{1, 2, 3\}$ ,  $B=\{x|x^2<9\}$ , 则 $A\cap B=$  ( )

- A.  $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$                       B.  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$   
 C.  $\{1, 2, 3\}$                                       D.  $\{1, 2\}$

2. (5分) 设复数 $z$ 满足 $z+i=3-i$ , 则 $\bar{z}=$  ( )

- A.  $-1+2i$                       B.  $1-2i$                       C.  $3+2i$                       D.  $3-2i$

3. (5分) 函数 $y=A\sin(\omega x+\phi)$ 的部分图象如图所示, 则 ( )



- A.  $y=2\sin(2x - \frac{\pi}{6})$                       B.  $y=2\sin(2x - \frac{\pi}{3})$   
 C.  $y=2\sin(x + \frac{\pi}{6})$                       D.  $y=2\sin(x + \frac{\pi}{3})$

4. (5分) 体积为8的正方体的顶点都在同一球面上, 则该球面的表面积为 ( )

- A.  $12\pi$                       B.  $\frac{32}{3}\pi$                       C.  $8\pi$                       D.  $4\pi$

5. (5分) 设 $F$ 为抛物线 $C: y^2=4x$ 的焦点, 曲线 $y=\frac{k}{x}$  ( $k>0$ ) 与 $C$ 交于点 $P$ ,  $PF\perp x$ 轴, 则 $k=$  ( )

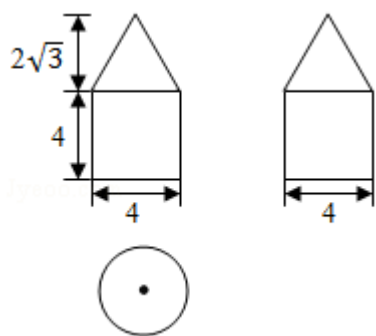
- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $1$                       C.  $\frac{3}{2}$                       D.  $2$

6. (5分) 圆 $x^2+y^2-2x-8y+13=0$ 的圆心到直线 $ax+y-1=0$ 的距离为1, 则 $a=$  ( )

- A.  $-\frac{4}{3}$                       B.  $-\frac{3}{4}$                       C.  $\sqrt{3}$                       D.  $2$

7. (5分) 如图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图, 则该几何体的表

面积为 ( )

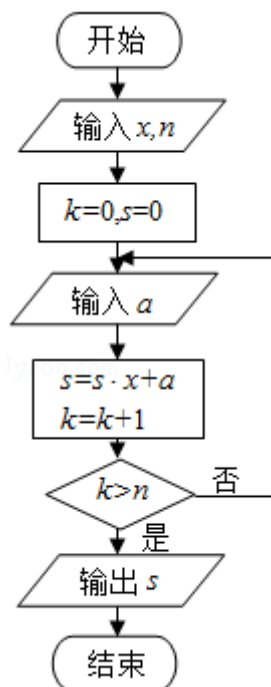


- A.  $20\pi$       B.  $24\pi$       C.  $28\pi$       D.  $32\pi$

8. (5分) 某路口人行横道的信号灯为红灯和绿灯交替出现, 红灯持续时间为40秒. 若一名行人来到该路口遇到红灯, 则至少需要等待15秒才出现绿灯的概率为 ( )

- A.  $\frac{7}{10}$       B.  $\frac{5}{8}$       C.  $\frac{3}{8}$       D.  $\frac{3}{10}$

9. (5分) 中国古代有计算多项式值的秦九韶算法, 如图是实现该算法的程序框图. 执行该程序框图, 若输入的 $x=2$ ,  $n=2$ , 依次输入的 $a$ 为2, 2, 5, 则输出的 $s=$  ( )



- A. 7      B. 12      C. 17      D. 34

10. (5分) 下列函数中, 其定义域和值域分别与函数 $y=10^{\lg x}$ 的定义域和值域相同的是 ( )

- A.  $y=x$                       B.  $y=\lg x$                       C.  $y=2^x$                       D.  $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$

11. (5分) 函数  $f(x) = \cos 2x + 6\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$  的最大值为 ( )

- A. 4                      B. 5                      C. 6                      D. 7

12. (5分) 已知函数  $f(x)$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) 满足  $f(x) = f(2-x)$ , 若函数  $y = |x^2 - 2x - 3|$  与  $y = f(x)$

图象的交点为  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$ , 则  $\sum_{i=1}^m x_i =$  ( )

- A. 0                      B.  $m$                       C.  $2m$                       D.  $4m$

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分.**

13. (5分) 已知向量  $\vec{a} = (m, 4)$ ,  $\vec{b} = (3, -2)$ , 且  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

14. (5分) 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x-y+1 \geq 0 \\ x+y-3 \geq 0 \\ x-3 \leq 0 \end{cases}$ , 则  $z = x - 2y$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

15. (5分)  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 若  $\cos A = \frac{4}{5}$ ,  $\cos C = \frac{5}{13}$ ,  $a = 1$ , 则  $b =$  \_\_\_\_\_.

16. (5分) 有三张卡片, 分别写有1和2, 1和3, 2和3. 甲, 乙, 丙三人各取走一张卡片, 甲看了乙的卡片后说: “我与乙的卡片上相同的数字不是2”, 乙看了丙的卡片后说: “我与丙的卡片上相同的数字不是1”, 丙说: “我的卡片上的数字之和不是5”, 则甲的卡片上的数字是 \_\_\_\_\_.

**三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. (12分) 等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3 + a_4 = 4$ ,  $a_5 + a_7 = 6$ .

(I) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 设  $b_n = [a_n]$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前10项和, 其中  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数, 如  $[0.9] = 0$ ,  $[2.6] = 2$ .

18. (12分) 某险种的基本保费为 $a$  (单位: 元), 继续购买该险种的投保人称为续保人, 续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下:

上年度出险次数	0	1	2	3	4	$\geq 5$
保费	$0.85a$	$a$	$1.25a$	$1.5a$	$1.75a$	$2a$

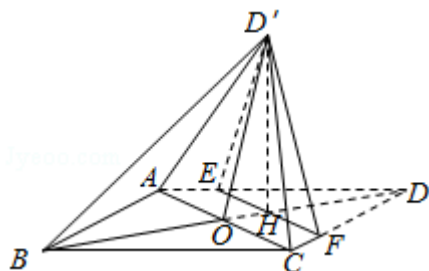
随机调查了该险种的200名续保人在一年内的出险情况, 得到如下统计表:

出险次数	0	1	2	3	4	$\geq 5$
频数	60	50	30	30	20	10

- (I) 记A为事件: “一续保人本年度的保费不高于基本保费”. 求 $P(A)$ 的估计值;
- (II) 记B为事件: “一续保人本年度的保费高于基本保费但不高于基本保费的160%”. 求 $P(B)$ 的估计值;
- (III) 求续保人本年度的平均保费估计值.

19. (12分) 如图, 菱形ABCD的对角线AC与BD交于点O, 点E、F分别在AD, CD上,  $AE=CF$ , EF交BD于点H, 将 $\triangle DEF$ 沿EF折到 $\triangle D'EF$ 的位置.

- (I) 证明:  $AC \perp HD'$ ;
- (II) 若 $AB=5$ ,  $AC=6$ ,  $AE=\frac{5}{4}$ ,  $OD'=2\sqrt{2}$ , 求五棱锥 $D'-ABCFE$ 体积.



20. (12分) 已知函数  $f(x) = (x+1) \ln x - a(x-1)$ .

(I) 当  $a=4$  时, 求曲线  $y=f(x)$  在  $(1, f(1))$  处的切线方程;

(II) 若当  $x \in (1, +\infty)$  时,  $f(x) > 0$ , 求  $a$  的取值范围.

21. (12分) 已知  $A$  是椭圆  $E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  的左顶点, 斜率为  $k$  ( $k > 0$ ) 的直线交  $E$

于  $A, M$  两点, 点  $N$  在  $E$  上,  $MA \perp NA$ .

(I) 当  $|AM| = |AN|$  时, 求  $\triangle AMN$  的面积

(II) 当  $2|AM| = |AN|$  时, 证明:  $\sqrt{3} < k < 2$ .

请考生在第22~24题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.[选

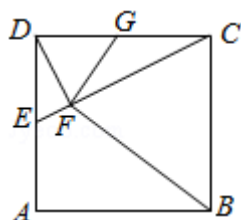
修4-1: 几何证明选讲]

22. (10分) 如图, 在正方形  $ABCD$  中,  $E, G$  分别在边  $DA, DC$  上 (不与端点重

合), 且  $DE=DG$ , 过  $D$  点作  $DF \perp CE$ , 垂足为  $F$ .

(I) 证明:  $B, C, G, F$  四点共圆;

(II) 若  $AB=1$ ,  $E$  为  $DA$  的中点, 求四边形  $BCGF$  的面积.



[选项4-4: 坐标系与参数方程]

23. 在直角坐标系 $xOy$ 中, 圆 $C$ 的方程为 $(x+6)^2+y^2=25$ .

(I) 以坐标原点为极点,  $x$ 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求 $C$ 的极坐标方程

;

(II) 直线 $l$ 的参数方程是 $\begin{cases} x=t\cos\alpha \\ y=t\sin\alpha \end{cases}$  ( $t$ 为参数),  $l$ 与 $C$ 交于 $A, B$ 两点,  $|AB|=\sqrt{10}$ , 求 $l$ 的斜率.

[选修4-5: 不等式选讲]

24. 已知函数 $f(x)=|x-\frac{1}{2}|+|x+\frac{1}{2}|$ ,  $M$ 为不等式 $f(x)<2$ 的解集.

(I) 求 $M$ ;

(II) 证明: 当 $a, b\in M$ 时,  $|a+b|<|1+ab|$ .