2016年江苏省高考数学试卷

一、填空题（共14小题，每小题5分，满分70分）

1．（5分）（2016•江苏）已知集合A={﹣1，2，3，6}，B={x|﹣2<x<3}，则A∩B=______.

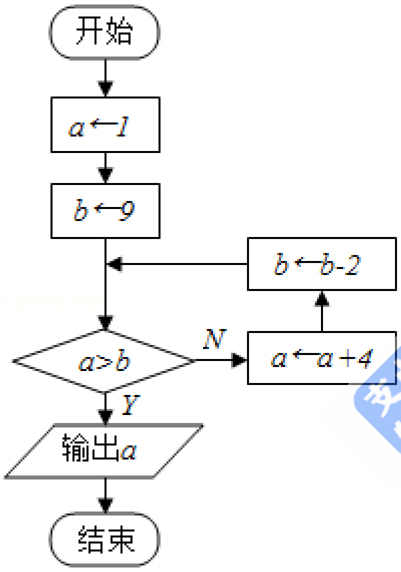
2．（5分）（2016•江苏）复数z=（1+2i）（3﹣i），其中i为虚数单位，则z的实部是______.

3．（5分）（2016•江苏）在平面直角坐标系xOy中，双曲线$\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{3}=1$的焦距是______.

4．（5分）（2016•江苏）已知一组数据4.7，4.8，5.1，5.4，5.5，则该组数据的方差是______.

5．（5分）（2016•江苏）函数$y=\sqrt{3-2x-x^2}$的定义域是______.

6．（5分）（2016•江苏）如图是一个算法的流程图，则输出的a的值是______.

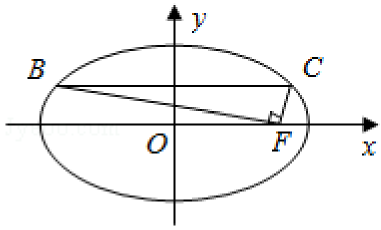


7．（5分）（2016•江苏）将一颗质地均匀的骰子（一种各个面上分别标有1，2，3，4，5，6个点的正方体玩具）先后抛掷2次，则出现向上的点数之和小于10的概率是______.

8．（5分）（2016•江苏）已知{a_n}是等差数列，S_n是其前n项和，若$a_1+a_2^2=-3$，$S_5=10$，则a_9的值是______.

9．（5分）（2016•江苏）定义在区间[0，3π]上的函数y=sin2x的图象与y=cosx的图象的交点个数是______.

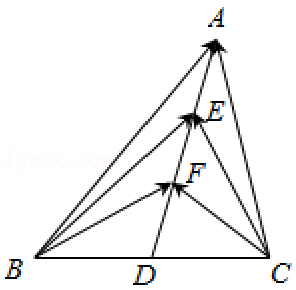
10．（5分）（2016•江苏）如图，在平面直角坐标系xOy中，F是椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a>b>0）的右焦点，直线$y=\frac{b}{2}$与椭圆交于B，C两点，且∠BFC=90°，则该椭圆的离心率是______.



11．（5分）（2016•江苏）设f（x）是定义在R上且周期为2的函数，在区间[﹣1，1）上，f（x）=$\begin{cases}x+a, & -1\leqslant x<0\\ \left|\frac{2}{5}-x\right|, & 0\leqslant x<1\end{cases}$，其中a∈R，若f（$-\frac{5}{2}$）=f（$\frac{9}{2}$），则f（5a）的值是______.

12．（5分）（2016•江苏）已知实数x，y满足$\begin{cases}x-2y+4\geqslant 0\\ 2x+y-2\geqslant 0\\ 3x-y-3\leqslant 0\end{cases}$，则$x^2+y^2$的取值范围是______.

13．（5分）（2016•江苏）如图，在△ABC中，D是BC的中点，E，F是AD上的两个三等分点，$\overrightarrow{BA}\bullet\overrightarrow{CA}=4$，$\overrightarrow{BF}\bullet\overrightarrow{CF}=-1$，则$\overrightarrow{BE}\bullet\overrightarrow{CE}$的值是______.



14．（5分）（2016•江苏）在锐角三角形ABC中，若sinA=2sinBsinC，则tanAtanBtanC的最小值是______.

二、解答题（共6小题，满分90分）

15．（14分）（2016•江苏）在△ABC中，AC=6，cosB=$\frac{4}{5}$，C=$\frac{\pi}{4}$.

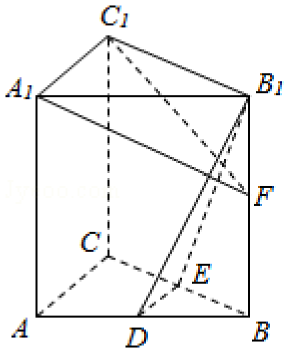
（1）求AB的长；

（2）求cos（A﹣$\frac{\pi}{6}$）的值.

16．（14分）（2016•江苏）如图，在直三棱柱ABC﹣$A_1B_1C_1$中，D，E分别为AB，BC的中点，点F在侧棱B_1B上，且$B_1D\perp A_1F$，$A_1C_1\perp A_1B_1$．求证：

（1）直线DE∥平面A_1C_1F；

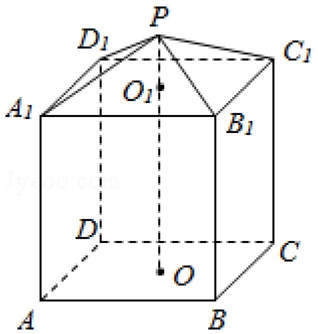
（2）平面$B_1DE\perp$平面A_1C_1F.



17. （14分）（2016•江苏）现需要设计一个仓库，它由上下两部分组成，上部的形状是正四棱锥$P-A_1B_1C_1D_1$，下部的形状是正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$（如图所示），并要求正四棱柱的高O_1O是正四棱锥的高PO_1的4倍．

（1）若AB=6m，PO_1=2m，则仓库的容积是多少？

（2）若正四棱锥的侧棱长为6m，则当PO_1为多少时，仓库的容积最大？



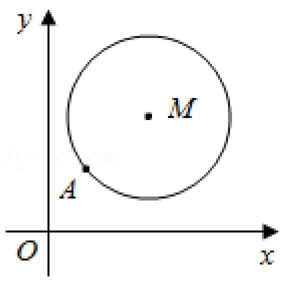
18. （16分）（2016•江苏）如图，在平面直角坐标系xOy中，已知以M为圆心的圆M：$x^2+y^2-12x-14y+60=0$及其上一点A（2，4）．

（1）设圆N与x轴相切，与圆M外切，且圆心N在直线x=6上，求圆N的标准方程；

（2）设平行于OA的直线l与圆M相交于B、C两点，且BC=OA，求直线l的方程；

（3）设点T（t，0）满足：存在圆M上的两点P和Q，使得$\overrightarrow{TA}+\overrightarrow{TP}=\overrightarrow{TQ}$，求实数t的取值范围

．



19. （16分）（2016•江苏）已知函数f（x）$=a^x+b^x$（a＞0，b＞0，a≠1，b≠1）．

（1）设a=2，b=$\frac{1}{2}$.

①求方程f（x）=2的根；

②若对于任意x∈R，不等式f（2x）≥mf（x）－6恒成立，求实数m的最大值；

（2）若0＜a＜1，b＞1，函数g（x）=f（x）－2有且只有1个零点，求ab的值．

20. （16分）（2016•江苏）记U={1，2，…，100}，对数列$\{a_n\}$（$n\in N^*$）和U的子集T，若T=∅，定义$S_T=0$；若T={t_1，t_2，…，t_k}，定义$S_T=a_{t_1}+a_{t_2}+\ldots+a_{t_k}$．例如：T={1，3，66}时，$S_T=a_1+a_3+a_{66}$．现设$\{a_n\}$（$n\in N^*$）是公比为3的等比数列，且当T={2，4}时，$S_T=30$．

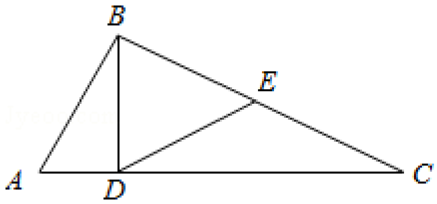
（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）对任意正整数k（$1\le k\le 100$），若T⊆{1，2，…，k}，求证：$S_T<a_{k+1}$；

（3）设C⊆U，D⊆U，$S_C\ge S_D$，求证：$S_C+S_{C\cap D}\ge 2S_D$．

附加题【选做题】本题包括A、B、C、D四小题，请选定其中两小题，并在相应的答题区域内作答，若多做，则按作答的前两小题评分，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.A．【选修4—1几何证明选讲】

21．（10分）（2016•江苏）如图，在△ABC中，∠ABC=90°，BD⊥AC，D为垂足，E为BC的中点，求证：∠EDC=∠ABD．



B.【选修4—2：矩阵与变换】

22．（10分）（2016•江苏）已知矩阵$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & -2\end{bmatrix}$，矩阵B的逆矩阵$B^{-1}=\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2}\\ 0 & 2\end{bmatrix}$，求矩阵AB．

C.【选修4—4：坐标系与参数方程】

23．（2016•江苏）在平面直角坐标系xOy中，已知直线l的参数方程为$\begin{cases}x=1+\frac{1}{2}t\\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$（t为参数），椭圆C的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=2\sin\theta\end{cases}$（θ为参数），设直线l与椭圆C相交于A，B两点，求线段AB的长．

24．（2016•江苏）设a＞0，$|x-1|<\frac{a}{3}$，$|y-2|<\frac{a}{3}$，求证：$|2x+y-4|<a$．

附加题【必做题】

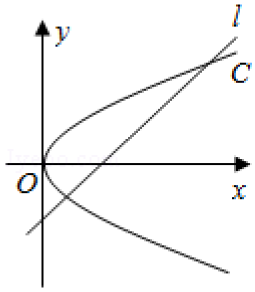
25．（10分）（2016•江苏）如图，在平面直角坐标系xOy中，已知直线l：$x-y-2=0$，抛物线C：$y^2=2px$（p＞0）．

（1）若直线l过抛物线C的焦点，求抛物线C的方程；

（2）已知抛物线C上存在关于直线l对称的相异两点P和Q．

①求证：线段PQ的中点坐标为（2－p，－p）；

②求p的取值范围．



26．（10分）（2016•江苏）（1）求$7C_{6}^{3}-4C_{7}^{4}$的值；

（2）设m，n∈N*，n≥m，求证：$(m+1)C_{m}^{m}+(m+2)C_{m+1}^{m}+(m+3)C_{m+2}^{m}+\ldots+nC_{n-1}^{m}+(n+1)C_{n}^{m}=(m+1)C_{n+2}^{m+2}$.

2016年江苏省高考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题（共14小题，每小题5分，满分70分）

1．（5分）（2016•江苏）已知集合$A=\{-1，2，3，6\}$，$B=\{x|-2<x<3\}$，则$A\cap B=$__$\{-1，2\}$__．

【分析】根据已知中集合$A=\{-1，2，3，6\}$，$B=\{x|-2<x<3\}$，结合集合交集的定义可得答案．

【解答】解：∵集合$A=\{-1，2，3，6\}$，$B=\{x|-2<x<3\}$，

∴$A\cap B=\{-1，2\}$，

故答案为：$\{-1，2\}$

【点评】本题考查的知识点是集合的交集及其运算，难度不大，属于基础题．

2．（5分）（2016•江苏）复数$z=(1+2i)(3-i)$，其中i为虚数单位，则z的实部是__5__．

【分析】利用复数的运算法则即可得出．

【解答】解：$z=(1+2i)(3-i)=5+5i$，

则z的实部是5，

故答案为：5．

【点评】本题考查了复数的运算性质，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

3．（5分）（2016•江苏）在平面直角坐标系xOy中，双曲线$\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{3}=1$的焦距是__$2\sqrt{10}$__．

【分析】确定双曲线的几何量，即可求出双曲线$\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{3}=1$的焦距．

【解答】解：双曲线$\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{3}=1$中，$a=\sqrt{7}$，$b=\sqrt{3}$，

∴$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{10}$，

∴双曲线$\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{3}=1$的焦距是$2\sqrt{10}$．

故答案为：$2\sqrt{10}$．

【点评】本题重点考查了双曲线的简单几何性质，考查学生的计算能力，比较基础．

4．（5分）（2016•江苏）已知一组数据4.7，4.8，5.1，5.4，5.5，则该组数据的方差是__0.1__．

【分析】先求出数据4.7，4.8，5.1，5.4，5.5的平均数，由此能求出该组数据的方差．

【解答】解：∵数据4.7，4.8，5.1，5.4，5.5的平均数为：

$\overline{x}=\frac{1}{5}$（4.7+4.8+5.1+5.4+5.5）=5.1，

∴该组数据的方差：

$S^2=\frac{1}{5}$[（4.7－5.1）^{2}+（4.8－5.1）^{2}+（5.1－5.1）^{2}+（5.4－5.1）^{2}+（5.5－5.1）^{2}]=0.1.

故答案为：0.1.

【点评】本题考查方差的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意方差计算公式的合理运用.

5．（5分）（2016•江苏）函数$y=\sqrt{3-2x-x^2}$的定义域是__[－3，1]__.

【分析】根据被开方数不小于0，构造不等式，解得答案.

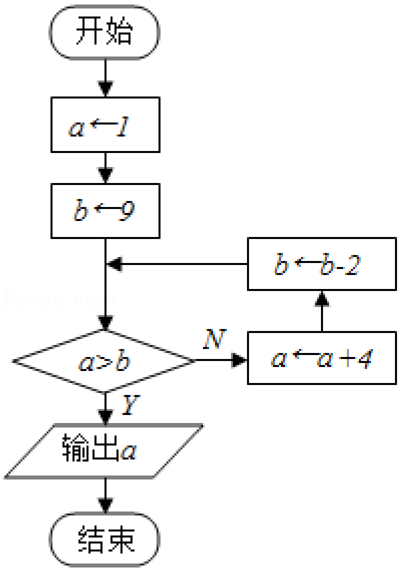
【解答】解：由$3-2x-x^2\geq0$得：$x^2+2x-3\leq0$，

解得：$x\in[-3，1]$，

故答案为：[－3，1]

【点评】本题考查的知识点是函数的定义域，二次不等式的解法，难度不大，属于基础题.

6．（5分）（2016•江苏）如图是一个算法的流程图，则输出的a的值是__9__.



【分析】根据已知的程序框图可得，该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量a的值，模拟程序的运行过程，可得答案.

【解答】解：当a=1，b=9时，不满足a＞b，故a=5，b=7，

当a=5，b=7时，不满足a＞b，故a=9，b=5

当a=9，b=5时，满足a＞b，

故输出的a值为9，

故答案为：9

【点评】本题考查的知识点是程序框图，当循环次数不多，或有规律可循时，可采用模拟程序法进行解答.

7．（5分）（2016•江苏）将一颗质地均匀的骰子（一种各个面上分别标有1，2，3，4，5，6个点的正方体玩具）先后抛掷2次，则出现向上的点数之和小于10的概率是__$\frac{5}{6}$__．

【分析】出现向上的点数之和小于10的对立事件是出现向上的点数之和不小于10，由此利用对立事件概率计算公式能求出出现向上的点数之和小于10的概率．

【解答】解：将一颗质地均匀的骰子（一种各个面上分别标有1，2，3，4，5，6个点的正方体玩具）先后抛掷2次，

基本事件总数为$n=6\times6=36$，

出现向上的点数之和小于10的对立事件是出现向上的点数之和不小于10，

出现向上的点数之和不小于10包含的基本事件有：

（4，6），（6，4），（5，5），（5，6），（6，5），（6，6），共6个，

∴出现向上的点数之和小于10的概率：

$p=1-\frac{6}{36}=\frac{5}{6}$．

故答案为：$\frac{5}{6}$．

【点评】本题考查概率的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意对立事件概率计算公式的合理运用．

8．（5分）（2016•江苏）已知$\{a_n\}$是等差数列，S_n是其前n项和，若$a_1+a_2^2=-3$，$S_5=10$，则a_9的值是__20__．

【分析】利用等差数列的通项公式和前n项和公式列出方程组，求出首项和公差，由此能求出a_9的值．

【解答】解：∵$\{a_n\}$是等差数列，S_n是其前n项和，$a_1+a_2^2=-3$，$S_5=10$，

$$\therefore\begin{cases}a_1+(a_1+d)^2=-3\\5a_1+\frac{5\times4}{2}d=10\end{cases},$$

解得$a_1=-4$，$d=3$，

∴$a_9=-4+8\times3=20$．

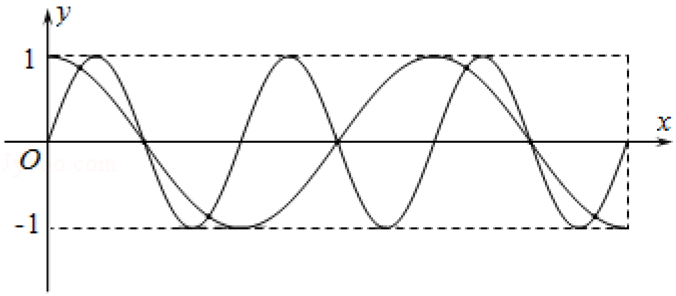
故答案为：20．

【点评】本题考查等差数列的第9项的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意等差数列的性质的合理运用．

9．（5分）（2016•江苏）定义在区间[0，3π]上的函数y=sin2x的图象与y=cosx的图象的交点个数是__7__．

【分析】画出函数y=sin2x与y=cosx在区间[0，3π]上的图象即可得到答案．

【解答】解：画出函数y=sin2x与y=cosx在区间[0，3π]上的图象如下：

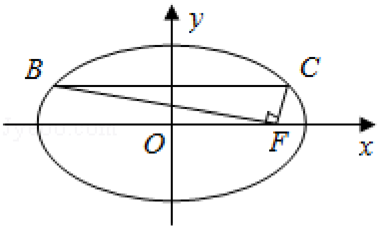


由图可知，共7个交点．

故答案为：7．

【点评】本题考查正弦函数与余弦函数的图象，作出函数y=sin2x与y=cosx在区间[0，3π]上的图象是关键，属于中档题．

10．（5分）（2016•江苏）如图，在平面直角坐标系xOy中，F是椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的右焦点，直线$y=\frac{b}{2}$与椭圆交于B，C两点，且∠BFC=90°，则该椭圆的离心率是__$\frac{\sqrt{6}}{3}$__．



【分析】设右焦点F（c，0），将$y=\frac{b}{2}$代入椭圆方程求得B，C的坐标，运用两直线垂直的条件：斜率之积为－1，结合离心率公式，计算即可得到所求值．

【解答】解：设右焦点F（c，0），

将$y=\frac{b}{2}$代入椭圆方程可得$x=\pm a\sqrt{1-\frac{b^2}{4b^2}}=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}a$，

可得B（$-\frac{\sqrt{3}}{2}a$，$\frac{b}{2}$），C（$\frac{\sqrt{3}}{2}a$，$\frac{b}{2}$），

由∠BFC=90°，可得$k_{BF}\bullet k_{CF}=-1$，

即有$\frac{\frac{b}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}a-c}\bullet\frac{\frac{b}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}a-c}=-1$，

化简为$b^2=3a^2-4c^2$，

由$b^2=a^2-c^2$，即有$3c^2=2a^2$，

由$e=\frac{c}{a}$，可得$e^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{2}{3}$，

可得$e=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$,

故答案为：$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

【点评】本题考查椭圆的离心率的求法，注意运用两直线垂直的条件：斜率之积为－1，考查化简整理的运算能力，属于中档题.

11．（5分）（2016•江苏）设f（x）是定义在R上且周期为2的函数，在区间[－1，1）上，$f(x)=\begin{cases}x+a, & -1\leqslant x<0\\ |\dfrac{2}{5}-x|, & 0\leqslant x<1\end{cases}$，其中a∈R，若$f(-\dfrac{5}{2})=f(\dfrac{9}{2})$，则f（5a）的值是__$-\dfrac{2}{5}$__.

【分析】根据已知中函数的周期性，结合$f(-\dfrac{5}{2})=f(\dfrac{9}{2})$，可得a值，进而得到f（5a）的值.

【解答】解：f（x）是定义在R上且周期为2的函数，在区间[－1，1）上，$f(x)=\begin{cases}x+a, & -1\leqslant x<0\\ |\dfrac{2}{5}-x|, & 0\leqslant x<1\end{cases}$,

$\therefore f(-\dfrac{5}{2})=f(-\dfrac{1}{2})=-\dfrac{1}{2}+a$,

$f(\dfrac{9}{2})=f(\dfrac{1}{2})=|\dfrac{2}{5}-\dfrac{1}{2}|=\dfrac{1}{10}$,

$\therefore a=\dfrac{3}{5}$,

$\therefore f(5a)=f(3)=f(-1)=-1+\dfrac{3}{5}=-\dfrac{2}{5}$,

故答案为：$-\dfrac{2}{5}$

【点评】本题考查的知识点是分段函数的应用，函数的周期性，根据已知求出a值，是解答的关键.

12．（5分）（2016•江苏）已知实数x，y满足$\begin{cases}x-2y+4\geqslant 0\\ 2x+y-2\geqslant 0\\ 3x-y-3\leqslant 0\end{cases}$，则$x^2+y^2$的取值范围是__$[\dfrac{4}{5},13]$__.

【分析】作出不等式组对应的平面区域，利用目标函数的几何意义，结合两点间的距离公式以及点到直线的距离公式进行求解即可.

【解答】解：作出不等式组对应的平面区域，

设$z=x^2+y^2$，则z的几何意义是区域内的点到原点距离的平方，

由图象知A到原点的距离最大，

点O到直线BC：2x+y－2=0的距离最小，

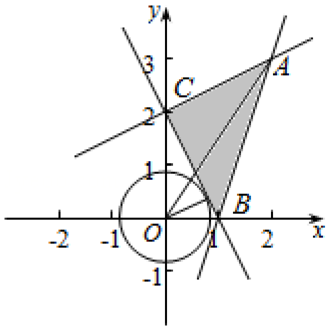
由$\begin{cases}x-2y+4=0\\3x-y-3=0\end{cases}$得$\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$，即A（2，3），此时$z=2^2+3^2=4+9=13$，

点O到直线BC：$2x+y-2=0$的距离$d=\frac{|-2|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$，

则$z=d^2=(\frac{2}{\sqrt{5}})^2=\frac{4}{5}$，

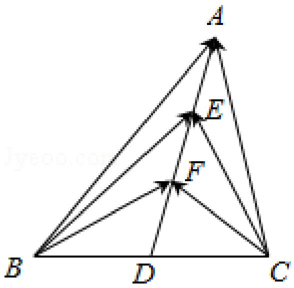
故z的取值范围是$[\frac{4}{5}，13]$，

故答案为：$[\frac{4}{5}，13]$．



【点评】本题主要考查线性规划的应用，涉及距离的计算，利用数形结合是解决本题的关键．

13．（5分）（2016•江苏）如图，在△ABC中，D是BC的中点，E，F是AD上的两个三等分点，$\overrightarrow{BA}\bullet\overrightarrow{CA}=4$，$\overrightarrow{BF}\bullet\overrightarrow{CF}=-1$，则$\overrightarrow{BE}\bullet\overrightarrow{CE}$的值是__$\frac{7}{8}$__．



【分析】由已知可得$\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DF}$，$\overrightarrow{CF}=-\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DF}$，$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BD}+3\overrightarrow{DF}$，$\overrightarrow{CA}=-\overrightarrow{BD}+3\overrightarrow{DF}$，$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BD}+2\overrightarrow{DF}$，$\overrightarrow{CE}=-\overrightarrow{BD}+2\overrightarrow{DF}$，结合已知求出$\overrightarrow{DF}^2=\frac{5}{8}$，$\overrightarrow{BD}^2=\frac{13}{8}$，可得答案．

【解答】解：∵D是BC的中点，E，F是AD上的两个三等分点，

∴$\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DF}$，$\overrightarrow{CF}=-\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DF}$，

$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BD}+3\overrightarrow{DF}$，$\overrightarrow{CA}=-\overrightarrow{BD}+3\overrightarrow{DF}$，

∴$\overrightarrow{BF}\bullet\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{DF}^2-\overrightarrow{BD}^2=-1$，

$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{CA}=9\overrightarrow{DF}^2-\overrightarrow{BD}^2=4$，

$\therefore\overrightarrow{DF}^2=\frac{5}{8}$，$\overrightarrow{BD}^2=\frac{13}{8}$，

又$\because\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BD}+2\overrightarrow{DF}$，$\overrightarrow{CE}=-\overrightarrow{BD}+2\overrightarrow{DF}$，

$\therefore\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{CE}=4\overrightarrow{DF}^2-\overrightarrow{BD}^2=\frac{7}{8}$，

故答案为：$\frac{7}{8}$

【点评】本题考查的知识是平面向量的数量积运算，平面向量的线性运算，难度中档．

14．（5分）（2016•江苏）在锐角三角形ABC中，若sinA=2sinBsinC，则tanAtanBtanC的最小值是__8__．

【分析】结合三角形关系和式子sinA=2sinBsinC可推出sinBcosC+cosBsinC=2sinBsinC，进而得到tanB+tanC=2tanBtanC，结合函数特性可求得最小值．

【解答】解：由sinA=sin（π﹣A）=sin（B+C）=sinBcosC+cosBsinC，sinA=2sinBsinC，

可得sinBcosC+cosBsinC=2sinBsinC，①

由三角形ABC为锐角三角形，则cosB＞0，cosC＞0，

在①式两侧同时除以cosBcosC可得tanB+tanC=2tanBtanC，

又tanA=﹣tan（π﹣A）=﹣tan（B+C）=$-\frac{\tan B+\tan C}{1-\tan B\tan C}$②，

则tanAtanBtanC=$-\frac{\tan B+\tan C}{1-\tan B\tan C}\cdot\tan B\tan C$，

由tanB+tanC=2tanBtanC可得tanAtanBtanC=$-\frac{2(\tan B\tan C)^2}{1-\tan B\tan C}$，

令tanBtanC=t，由A，B，C为锐角可得tanA＞0，tanB＞0，tanC＞0，

由②式得1﹣tanBtanC＜0，解得t＞1，

tanAtanBtanC=$-\frac{2t^2}{1-t}=-\frac{2}{\frac{1}{t^2}-\frac{1}{t}}$，

$\frac{1}{t^2}-\frac{1}{t}=\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$，由t＞1得，$-\frac{1}{4}\leq\frac{1}{t^2}-\frac{1}{t}<0$，

因此tanAtanBtanC的最小值为8，

当且仅当t=2时取到等号，此时tanB+tanC=4，tanBtanC=2，

解得tanB=2+$\sqrt{2}$，tanC=2﹣$\sqrt{2}$，tanA=4，（或tanB，tanC互换），此时A，B，C均为锐角

．

【点评】本题考查了三角恒等式的变化技巧和函数单调性知识，有一定灵活性．

二、解答题（共6小题，满分90分）

15．（14分）（2016•江苏）在△ABC中，AC=6，cosB=$\frac{4}{5}$，C=$\frac{\pi}{4}$．

（1）求AB的长；

（2）求cos（A－$\frac{\pi}{6}$）的值．

【分析】（1）利用正弦定理，即可求AB的长；

（2）求出cosA、sinA，利用两角差的余弦公式求cos（A－$\frac{\pi}{6}$）的值．

【解答】解：（1）∵△ABC中，cosB=$\frac{4}{5}$，

∴sinB=$\frac{3}{5}$，

∵$\frac{AB}{\sin C}=\frac{AC}{\sin B}$，

∴AB=$\frac{6\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{3}{5}}=5\sqrt{2}$；

（2）cosA=－cos（C+B）=sinBsinC－cosBcosC=－$\frac{\sqrt{2}}{10}$．

∵A为三角形的内角，

∴sinA=$\frac{7\sqrt{2}}{10}$，

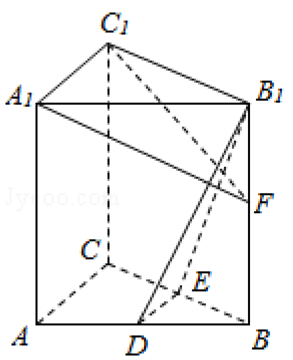
∴cos（A－$\frac{\pi}{6}$）=$\frac{\sqrt{3}}{2}$cosA+$\frac{1}{2}$sinA=$\frac{7\sqrt{2}-\sqrt{6}}{20}$．

【点评】本题考查正弦定理，考查两角和差的余弦公式，考查学生的计算能力，属于基础题．

16．（14分）（2016•江苏）如图，在直三棱柱ABC－$A_1B_1C_1$中，D，E分别为AB，BC的中点，点F在侧棱B_1B上，且$B_1D\perp A_1F$，$A_1C_1\perp A_1B_1$．求证：

（1）直线DE∥平面A_1C_1F；

（2）平面$B_1DE\perp$平面A_1C_1F．



【分析】（1）通过证明DE∥AC，进而DE∥A_1C_1，据此可得直线DE∥平面$A_1C_1F_1$；

（2）通过证明$A_1F\perp DE$结合题目已知条件$A_1F\perp B_1D$，进而可得平面$B_1DE\perp$平面A_1C_1F．

【解答】解：（1）∵D，E分别为AB，BC的中点，

∴DE为△ABC的中位线，

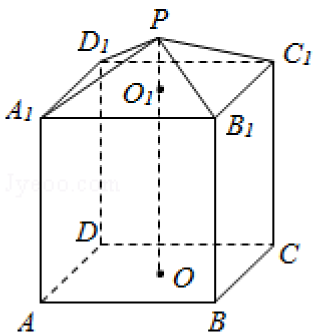
∴DE∥AC，

∵ABC－$A_1B_1C_1$为棱柱，

$\therefore AC \parallel A_1C_1$，
$\therefore DE \parallel A_1C_1$，
$\because A_1C_1 \subset$平面A_1C_1F，且$DE \not\subset$平面A_1C_1F，
$\therefore DE \parallel A_1C_1F$；

（2）$\because ABC - A_1B_1C_1$为直棱柱，
$\therefore AA_1 \perp$平面$A_1B_1C_1$，
$\therefore AA_1 \perp A_1C_1$，
又$\because A_1C_1 \perp A_1B_1$，且$AA_1 \cap A_1B_1 = A_1$，$AA_1$、$A_1B_1 \subset$平面$AA_1B_1B$，
$\therefore A_1C_1 \perp$平面AA_1B_1B，
$\because DE \parallel A_1C_1$，
$\therefore DE \perp$平面AA_1B_1B，
又$\because A_1F \subset$平面AA_1B_1B，
$\therefore DE \perp A_1F$，
又$\because A_1F \perp B_1D$，$DE \cap B_1D = D$，且DE、$B_1D \subset$平面B_1DE，
$\therefore A_1F \perp$平面B_1DE，
又$\because A_1F \subset$平面A_1C_1F，
$\therefore$平面$B_1DE \perp$平面A_1C_1F．
【点评】本题考查直线与平面平行的证明，以及平面与平面相互垂直的证明，把握常用方法最关键，难度不大．

17．（14分）（2016•江苏）现需要设计一个仓库，它由上下两部分组成，上部的形状是正四棱锥$P - A_1B_1C_1D_1$，下部的形状是正四棱柱$ABCD - A_1B_1C_1D_1$（如图所示），并要求正四棱柱的高O_1O是正四棱锥的高PO_1的4倍．
（1）若$AB=6m$，$PO_1=2m$，则仓库的容积是多少？
（2）若正四棱锥的侧棱长为6m，则当PO_1为多少时，仓库的容积最大？



【分析】（1）由正四棱柱的高O_1O是正四棱锥的高PO_1的4倍，可得$PO_1=2m$时，$O_1O=8m$，进而可得仓库的容积；
（2）设$PO_1=xm$，则$O_1O=4xm$，$A_1O_1=\sqrt{36-x^2}m$，$A_1B_1=\sqrt{2}\bullet\sqrt{36-x^2}m$，代入体积公式，求出容积的表达式，利用导数法，可得最大值．
【解答】解：（1）$\because PO_1=2m$，正四棱柱的高O_1O是正四棱锥的高PO_1的4倍．
$\therefore O_1O=8m$，
$\therefore$仓库的容积$V=\frac{1}{3}\times6^2\times2+6^2\times8=312m^3$，
（2）若正四棱锥的侧棱长为6m，

设$PO_1=x$m，

则$O_1O=4x$m，$A_1O_1=\sqrt{36-x^2}$m，$A_1B_1=\sqrt{2}\bullet\sqrt{36-x^2}$m，

则仓库的容积$V=\frac{1}{3}\times(\sqrt{2}\bullet\sqrt{36-x^2})^2\bullet x+(\sqrt{2}\bullet\sqrt{36-x^2})^2\bullet 4x=-\frac{26}{3}x^3+312x$，（$0<x<6$），

$\therefore V'=-26x^2+312$，（$0<x<6$），

当$0<x<2\sqrt{3}$时，$V'>0$，V（x）单调递增；

当$2\sqrt{3}<x<6$时，$V'<0$，V（x）单调递减；

故当$x=2\sqrt{3}$时，V（x）取最大值；

即当$PO_1=2\sqrt{3}$m时，仓库的容积最大．

【点评】本题考查的知识点是棱锥和棱柱的体积，导数法求函数的最大值，难度中档．

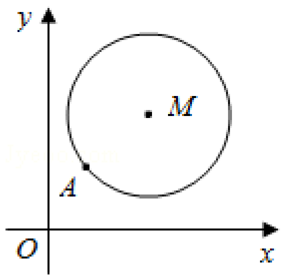
18．（16分）（2016•江苏）如图，在平面直角坐标系xOy中，已知以M为圆心的圆M：$x^2+y^2-12x-14y+60=0$及其上一点A（2，4）．

（1）设圆N与x轴相切，与圆M外切，且圆心N在直线x=6上，求圆N的标准方程；

（2）设平行于OA的直线l与圆M相交于B、C两点，且BC=OA，求直线l的方程；

（3）设点T（t，0）满足：存在圆M上的两点P和Q，使得$\overrightarrow{TA}+\overrightarrow{TP}=\overrightarrow{TQ}$，求实数t的取值范围

．



【分析】（1）设N（6，n），则圆N为：$(x-6)^2+(y-n)^2=n^2$，$n>0$，从而得到$|7-n|=|n|+5$，由此能求出圆N的标准方程．

（2）由题意得$OA=2\sqrt{5}$，$k_{OA}=2$，设l：$y=2x+b$，则圆心M到直线l的距离：$d=\frac{|5+b|}{\sqrt{5}}$，由此能求出直线l的方程．

（3）$\overrightarrow{TA}+\overrightarrow{TP}=\overrightarrow{TQ}$，即$|\overrightarrow{TA}|=\sqrt{(t-2)^2+4^2}$，又$|\overrightarrow{PQ}|\leq 10$，得$t\in[2-2\sqrt{21},2+2\sqrt{21}]$，对于任意$t\in[2-2\sqrt{21},2+2\sqrt{21}]$，欲使$\overrightarrow{TA}=\overrightarrow{PQ}$，只需要作直线TA的平行线，使圆心到直线的距离为$\sqrt{25-\frac{|TA|^2}{4}}$，由此能求出实数t的取值范围．

【解答】解：（1）$\because$N在直线x=6上，$\therefore$设N（6，n），

$\because$圆N与x轴相切，$\therefore$圆N为：$(x-6)^2+(y-n)^2=n^2$，$n>0$，

又圆N与圆M外切，圆M：$x^2+y^2-12x-14y+60=0$，即圆M：（$(x-6)^2+(x-7)^2=25$，

$\therefore|7-n|=|n|+5$，解得n=1，

$\therefore$圆N的标准方程为$(x-6)^2+(y-1)^2=1$．

（2）由题意得$OA=2\sqrt{5}$，$k_{OA}=2$，设l：$y=2x+b$，

则圆心M到直线l的距离：$d=\frac{|12-7+b|}{\sqrt{2^2+1}}=\frac{|5+b|}{\sqrt{5}}$，

则$|BC|=2\sqrt{5^2-d^2}=2\sqrt{25-\frac{(5+b)^2}{5}}$，$BC=2\sqrt{5}$，即$2\sqrt{25-\frac{(5+b)^2}{5}}=2\sqrt{5}$，

解得$b=5$或$b=-15$，

∴直线l的方程为：$y=2x+5$或$y=2x-15$．

（3）$\overrightarrow{TA}+\overrightarrow{TP}=\overrightarrow{TQ}$，即$\overrightarrow{TA}=\overrightarrow{TQ}-\overrightarrow{TP}$，即$|\overrightarrow{TA}|=|\overrightarrow{PQ}|$，

$|\overrightarrow{TA}|=\sqrt{(t-2)^2+4^2}$，

又$|\overrightarrow{PQ}|\le 10$，即$\sqrt{(t-2)^2+4^2}\le 10$，解得$t\in[2-2\sqrt{21},\ 2+2\sqrt{21}]$，

对于任意$t\in[2-2\sqrt{21},\ 2+2\sqrt{21}]$，欲使$\overrightarrow{TA}=\overrightarrow{PQ}$，

此时，$|\overrightarrow{TA}|\le 10$，

只需要作直线TA的平行线，使圆心到直线的距离为$\sqrt{25-\frac{|TA|^2}{4}}$，

必然与圆交于P、Q两点，此时$|\overrightarrow{TA}|=|\overrightarrow{PQ}|$，即$\overrightarrow{TA}=\overrightarrow{PQ}$，

因此实数t的取值范围为$t\in[2-2\sqrt{21},\ 2+2\sqrt{21}]$，．

【点评】本题考查圆的标准方程的求法，考查直线方程的求法，考查实数的取值范围的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意圆的性质的合理运用．

19．（16分）（2016•江苏）已知函数$f(x)=a^x+b^x$（$a>0$，$b>0$，$a\ne 1$，$b\ne 1$）．

（1）设$a=2$，$b=\frac{1}{2}$．

①求方程$f(x)=2$的根；

②若对于任意$x\in R$，不等式$f(2x)\ge mf(x)-6$恒成立，求实数m的最大值；

（2）若$0<a<1$，$b>1$，函数$g(x)=f(x)-2$有且只有1个零点，求ab的值．

【分析】（1）①利用方程，直接求解即可．②列出不等式，利用二次函数的性质以及函数的最值，转化求解即可．

（2）求出$g(x)=f(x)-2=a^x+b^x-2$，求出函数的导数，构造函数$h(x)=\left(\frac{b}{a}\right)^x+\frac{\ln a}{\ln b}$，求出$g(x)$的最小值为：$g(x_0)$．同理①若$g(x_0)<0$，$g(x)$至少有两个零点，与条件矛盾．②若$g(x_0)>0$，利用函数$g(x)=f(x)-2$有且只有1个零点，推出$g(x_0)=0$，然后求解$ab=1$．

【解答】解：函数$f(x)=a^x+b^x$（$a>0$，$b>0$，$a\ne 1$，$b\ne 1$）．

（1）设$a=2$，$b=\frac{1}{2}$．

①方程f（x）=2；即：$2^x+\frac{1}{2^x}=2$，可得x=0.

②不等式f（2x）≥mf（x）﹣6恒成立，即$2^{2x}+\frac{1}{2^{2x}}\geq m\left(2^x+\frac{1}{2^x}\right)-6$恒成立.

令t=$2^x+\frac{1}{2^x}$，t≥2.

不等式化为：$t^2-mt+4\geq0$在t≥2时，恒成立．可得：△≤0或$\begin{cases}\frac{m}{2}\leq2\\2^2-2m+4\geq0\end{cases}$

即：$m^2-16\leq0$或m≤4，
∴m∈（﹣∞，4].
实数m的最大值为：4.
（2）g（x）=f（x）﹣2=a^x+b^x-2，
g′（x）=$a^x\ln a+b^x\ln b=a^x\left[\frac{\ln a}{\ln b}+\left(\frac{b}{a}\right)^x\right]\ln b$，

0＜a＜1，b＞1可得$\frac{b}{a}>1$，

令h（x）=$\left(\frac{b}{a}\right)^x+\frac{\ln a}{\ln b}$，则h（x）是递增函数，而，lna＜0，lnb＞0，

因此，$x_0=\log_{\frac{b}{a}}\left(-\frac{\ln a}{\ln b}\right)$时，h（$x_0$）=0，

因此x∈（﹣∞，x_0）时，h（x）＜0，$a^x\ln b>0$，则g′（x）＜0.
x∈（x_0，+∞）时，h（x）＞0，$a^x\ln b>0$，则g′（x）＞0，
则g（x）在（﹣∞，x_0）递减，（x_0，+∞）递增，因此g（x）的最小值为：g（x_0）.

①若g（x_0）＜0，x＜$\log_a2$时，$a^x>a^{\log_a2}=2$，$b^x>0$，则g（x）＞0，

因此$x_1<\log_a2$，且$x_1<x_0$时，g（x_1）＞0，因此g（x）在（x_1，x_0）有零点，
则g（x）至少有两个零点，与条件矛盾.
②若g（x_0）＞0，函数g（x）=f（x）﹣2有且只有1个零点，g（x）的最小值为g（x_0），
可得g（x_0）=0，
由g（0）=$a^0+b^0-2=0$，

因此x_0=0，因此$\log_{\frac{b}{a}}\left(-\frac{\ln a}{\ln b}\right)=0$，$-\frac{\ln a}{\ln b}=1$，即lna+lnb=0，ln（ab）=0，则ab=1.

可得ab=1.
【点评】本题考查函数与方程的综合应用，函数的导数的应用，基本不等式的应用，函数恒成立的应用，考查分析问题解决问题的能力.

20．（16分）（2016•江苏）记U={1，2，…，100}，对数列{a_n}（n∈N^*）和U的子集T，若T=∅，定义S_T=0；若T={t_1，t_2，…，t_k}，定义$S_T=a_{t_1}+a_{t_2}+\ldots+a_{t_k}$．例如：T={1，3，66}时，$S_T=a_1+a_3+a_{66}$．现设{$a_n$}（n∈$N^*$）是公比为3的等比数列，且当T={2，4}时，$S_T$=30.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；
（2）对任意正整数k（$1\le k\le 100$），若$T\subseteq\{1，2，…，k\}$，求证：$S_T<a_{k+1}$；
（3）设$C\subseteq U$，$D\subseteq U$，$S_C\ge S_D$，求证：$S_C+S_{C\cap D}\ge 2S_D$．

【分析】（1）根据题意，由S_T的定义，分析可得$S_T=a_2+a_4=a_2+9a_2=30$，计算可得$a_2=3$，进而可得a_1的值，由等比数列通项公式即可得答案；
（2）根据题意，由S_T的定义，分析可得$S_T\le a_1+a_2+…a_k=1+3+3^2+…+3^{k-1}$，由等比数列的前n项和公式计算可得证明；
（3）设$A=\complement_C（C\cap D）$，$B=\complement_D（C\cap D）$，则$A\cap B=\varnothing$，进而分析可以将原命题转化为证明$S_C\ge 2S_B$，分2种情况进行讨论：①、若$B=\varnothing$，②、若$B\ne\varnothing$，可以证明得到$S_A\ge 2S_B$，即可得证明．

【解答】解：（1）当$T=\{2，4\}$时，$S_T=a_2+a_4=a_2+9a_2=30$，
因此$a_2=3$，从而$a_1=\frac{a_2}{3}=1$，
故$a_n=3^{n-1}$，

（2）$S_T\le a_1+a_2+…a_k=1+3+3^2+…+3^{k-1}=\frac{3^k-1}{2}<3^k=a_{k+1}$，

（3）设$A=\complement_C（C\cap D）$，$B=\complement_D（C\cap D）$，则$A\cap B=\varnothing$，
分析可得$S_C=S_A+S_{C\cap D}$，$S_D=S_B+S_{C\cap D}$，则$S_C+S_{C\cap D}-2S_D=S_A-2S_B$，
因此原命题的等价于证明$S_C\ge 2S_B$，
由条件$S_C\ge S_D$，可得$S_A\ge S_B$，
①、若$B=\varnothing$，则$S_B=0$，故$S_A\ge 2S_B$，
②、若$B\ne\varnothing$，由$S_A\ge S_B$可得$A\ne\varnothing$，设A中最大元素为l，B中最大元素为m，
若$m\ge l+1$，则其与$S_A<a_{i+1}\le a_m\le S_B$相矛盾，
因为$A\cap B=\varnothing$，所以$l\ne m$，则$l\ge m+1$，

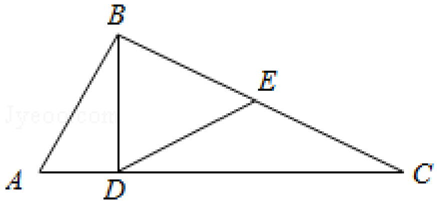
$S_B\le a_1+a_2+…a_m=1+3+3^2+…+3^{m-1}=\frac{3^m-1}{2}\le\frac{a_{m+1}}{2}=\frac{S_A}{2}$，即$S_A\ge 2S_B$，

综上所述，$S_A\ge 2S_B$，
故$S_C+S_{C\cap D}\ge 2S_D$．

【点评】本题考查数列的应用，涉及新定义的内容，解题的关键是正确理解题目中对于新定义的描述．

附加题【选做题】本题包括A、B、C、D四小题，请选定其中两小题，并在相应的答题区域内作答，若多做，则按作答的前两小题评分，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.A．【选修4—1几何证明选讲】

21．（10分）（2016•江苏）如图，在△ABC中，∠ABC=90°，BD⊥AC，D为垂足，E为BC的中点，求证：∠EDC=∠ABD．



【分析】依题意，知∠BDC=90°，∠EDC=∠C，利用∠C+∠DBC=∠ABD+∠DBC=90°，可得∠ABD=∠C，从而可证得结论．

【解答】解：由BD⊥AC可得∠BDC=90°，

因为E为BC的中点，所以DE=CE=$\frac{1}{2}$BC，

则：∠EDC=∠C，

由∠BDC=90°，可得∠C+∠DBC=90°，

由∠ABC=90°，可得∠ABD+∠DBC=90°，

因此∠ABD=∠C，而∠EDC=∠C，

所以，∠EDC=∠ABD．

【点评】本题考查三角形的性质应用，利用∠C+∠DBC=∠ABD+∠DBC=90°，证得∠ABD=∠C是关键，属于中档题．

B.【选修4—2：矩阵与变换】

22．（10分）（2016•江苏）已知矩阵A=$\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & -2\end{bmatrix}$，矩阵B的逆矩阵$B^{-1}$=$\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2}\\ 0 & 2\end{bmatrix}$，求矩阵AB．

【分析】依题意，利用矩阵变换求得B=（B^{-1}）$^{-1}$=$\begin{bmatrix}\frac{2}{2} & \frac{\frac{1}{2}}{2}\\ \frac{0}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$=$\begin{bmatrix}1 & \frac{1}{4}\\ 0 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$，再利用矩阵乘法的性质可求得答案．

【解答】解：∵B^{-1}=$\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2}\\ 0 & 2\end{bmatrix}$，

∴B=（B^{-1}）$^{-1}$=$\begin{bmatrix}\frac{2}{2} & \frac{\frac{1}{2}}{2}\\ \frac{0}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$=$\begin{bmatrix}1 & \frac{1}{4}\\ 0 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$，又A=$\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & -2\end{bmatrix}$，

∴AB=$\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & \frac{1}{4}\\ 0 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$=$\begin{bmatrix}1 & \frac{5}{4}\\ 0 & -1\end{bmatrix}$．

【点评】本题考查逆变换与逆矩阵，考查矩阵乘法的性质，属于中档题．

C.【选修4—4：坐标系与参数方程】

23．（2016•江苏）在平面直角坐标系xOy中，已知直线l的参数方程为$\begin{cases}x=1+\frac{1}{2}t\\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$（t为参数），椭圆C的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=2\sin\theta\end{cases}$（θ为参数），设直线l与椭圆C相交于A，B两点，求线段AB的长．

【分析】分别化直线与椭圆的参数方程为普通方程，然后联立方程组，求出直线与椭圆的交点坐标，代入两点间的距离公式求得答案．

【解答】解：由$\begin{cases}x=1+\frac{1}{2}t①\\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t②\end{cases}$，由②得$t=\frac{2}{\sqrt{3}}y$，

代入①并整理得，$\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0$．

由$\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=2\sin\theta\end{cases}$，得$\begin{cases}x=\cos\theta\\ \frac{y}{2}=\sin\theta\end{cases}$，

两式平方相加得$x^2+\frac{y^2}{4}=1$．

联立$\begin{cases}\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0\\ x^2+\frac{y^2}{4}=1\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=1\\ y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=-\frac{1}{7}\\ y=-\frac{8\sqrt{3}}{7}\end{cases}$．

$\therefore|AB|=\sqrt{(1+\frac{1}{7})^2+(0+\frac{8\sqrt{3}}{7})^2}=\frac{16}{7}$．

【点评】本题考查直线与椭圆的参数方程，考查了参数方程化普通方程，考查直线与椭圆位置关系的应用，是基础题．

24．（2016•江苏）设a＞0，$|x-1|<\frac{a}{3}$，$|y-2|<\frac{a}{3}$，求证：$|2x+y-4|<a$．

【分析】运用绝对值不等式的性质：$|a+b|\le|a|+|b|$，结合不等式的基本性质，即可得证．

【解答】证明：由a＞0，$|x-1|<\frac{a}{3}$，$|y-2|<\frac{a}{3}$，

可得$|2x+y-4|=|2(x-1)+(y-2)|$

$\le 2|x-1|+|y-2|<\frac{2a}{3}+\frac{a}{3}=a$，

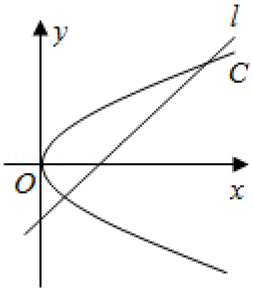
则$|2x+y-4|<a$成立．

【点评】本题考查绝对值不等式的证明，注意运用绝对值不等式的性质，以及不等式的简单性质，考查运算能力，属于基础题．

附加题【必做题】

25．（10分）（2016•江苏）如图，在平面直角坐标系xOy中，已知直线l：x－y－2=0，抛物线C：$y^2=2px$（p＞0）．

（1）若直线l过抛物线C的焦点，求抛物线C的方程；
（2）已知抛物线C上存在关于直线l对称的相异两点P和Q.
①求证：线段PQ的中点坐标为（2﹣p，﹣p）；
②求p的取值范围.



【分析】（1）求出抛物线的焦点坐标，然后求解抛物线方程.
（2）：①设点P（x_1，y_1），Q（x_2，y_2），通过抛物线方程，求解k_{PQ}，通过P，Q关于直线l对称，点的$k_{PQ}=-1$，推出$\frac{y_1+y_2}{2}=-p$，PQ的中点在直线l上，推出$\frac{x_1+x_2}{2}=2-p$，即可证明线段PQ的中点坐标为（2﹣p，﹣p）；
②利用线段PQ中点坐标（2﹣p，﹣p）．推出$\begin{cases}y_1+y_2=-2p\\y_1y_2=4p^2-4p\end{cases}$，得到关于$y^2+2py+4p^2-4p=0$，有两个不相等的实数根，列出不等式即可求出p的范围.

【解答】解：（1）∵l：x﹣y﹣2=0，∴l与x轴的交点坐标（2，0），
即抛物线的焦点坐标（2，0）.

$\therefore\frac{p}{2}=2$，

∴抛物线C：$y^2=8x$.

（2）证明：①设点P（x_1，y_1），Q（x_2，y_2），则：$\begin{cases}y_1^2=2px_1\\y_2^2=2px_2\end{cases}$，

即：$\begin{cases}\frac{y_1^2}{2p}=x_1\\\frac{y_2^2}{2p}=x_2\end{cases}$，$k_{PQ}=\frac{y_1-y_2}{\frac{y_1^2}{2p}-\frac{y_2^2}{2p}}=\frac{2p}{y_1+y_2}$，

又∵P，Q关于直线l对称，∴$k_{PQ}=-1$，即$y_1+y_2=-2p$，$\therefore\frac{y_1+y_2}{2}=-p$，

又PQ的中点在直线l上，$\therefore\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{y_1+y_2}{2}+2=2-p$，

∴线段PQ的中点坐标为（2﹣p，﹣p）；
②因为Q中点坐标（2﹣p，﹣p）.

$\therefore\begin{cases}y_1+y_2=-2p\\ x_1+x_2=\dfrac{y_1^2+y_2^2}{2p}=4-2p\end{cases}$，即$\begin{cases}y_1+y_2=-2p\\ y_1^2+y_2^2=8p-4p^2\end{cases}$

$\therefore\begin{cases}y_1+y_2=-2p\\ y_1y_2=4p^2-4p\end{cases}$，即关于$y^2+2py+4p^2-4p=0$，有两个不相等的实数根，

∴△＞0，$(2p)^2-4(4p^2-4p)>0$，

$\therefore p\in(0,\ \dfrac{4}{3})$．

【点评】本题考查抛物线方程的求法，直线与抛物线的位置关系的应用，考查转化思想以及计算能力．

26．（10分）（2016•江苏）（1）求$7C_6^3-4C_7^4$的值；

（2）设m，n∈N*，n≥m，求证：$(m+1)C_m^m+(m+2)C_{m+1}^m+(m+3)C_{m+2}^m+\ldots+nC_{n-1}^m+(n+1)C_n^m=(m+1)C_{n+2}^{m+2}$．

【分析】（1）由已知直接利用组合公式能求出$7C_6^3-4C_7^4$的值．

（2）对任意m∈N*，当n=m时，验证等式成立；再假设n=k（k≥m）时命题成立，推导出当n=k+1时，命题也成立，由此利用数学归纳法能证明$(m+1)C_m^m+(m+2)C_{m+1}^m+(m+3)C_{m+2}^m+\ldots+nC_{n-1}^m+(n+1)C_n^m=(m+1)C_{n+2}^{m+2}$．

【解答】解：（1）$7C_6^3-4C_7^4$

$=7\times\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}-4\times\dfrac{7\times6\times5\times4}{4\times3\times2\times1}$

$=7\times20-4\times35=0$．

证明：（2）对任意m∈N*，

①当n=m时，左边$=(m+1)C_m^m=m+1$，

右边$=(m+1)C_{m+2}^{m+2}=m+1$，等式成立．

②假设n=k（k≥m）时命题成立，

即$(m+1)C_m^m+(m+2)C_{m+1}^m+(m+3)C_{m+2}^m+\ldots+kC_{k-1}^m+(k+1)C_k^m=(m+1)C_{k+2}^{m+2}$，

当n=k+1时，

左边$=(m+1)C_m^m+(m+2)C_{m+1}^m+(m+3)C_{m+2}^m+\cdots+kC_{k-1}^m+(k+1)C_k^m+(k+2)C_{k+1}^m$

$=(m+1)C_{k+2}^{m+2}+(k+2)C_{k+1}^m$，

右边$=(m+1)C_{k+3}^{m+2}$

$\because (m+1)C_{k+3}^{m+2}-(m+1)C_{k+2}^{m+2}$

$=(m+1)\left[\dfrac{(k+3)!}{(m+2)!(k-m+1)!}-\dfrac{(k+2)!}{(m+2)!(k-m)!}\right]$

$=(m+1)\times\dfrac{(k+2)!}{(m+2)!(k-m+1)!}[k+3-(k-m+1)]$

$=(k+2)\dfrac{(k+1)!}{m!(k-m+1)!}$

$=(k+2)C_{k+1}^{m}$,

$\therefore (m+1)C_{k+2}^{m+2}+(k+2)C_{k+1}^{m}=(m+1)C_{k+3}^{m+2}$,

∴左边=右边，

∴$n=k+1$时，命题也成立，

∴m，$n\in N^{*}$，$n\geq m$，$(m+1)C_{m}^{m}+(m+2)C_{m+1}^{m}+(m+3)C_{m+2}^{m}+\ldots+nC_{n-1}^{m}+(n+1)C_{n}^{m}=(m+1)C_{n+2}^{m+2}$.

【点评】本题考查组合数的计算与证明，是中档题，解题时要认真审题，注意组合数公式和数学归纳法的合理运用.