2007 年海南高考文科数学真题及答案

注意事项：

1．本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答第 I 卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。

3．回答第 II 卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

4．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

参考公式：

样本数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的标准差

$$s=\sqrt{\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]}$$

其中 $\bar{x}$ 为样本平均数

柱体体积公式

$$V=Sh$$

其中 S 为底面面积，h 为高

锥体体积公式

$$V=\frac{1}{3}Sh$$

其中 S 为底面面积，h 为高

球的表面积、体积公式

$$S=4\pi R^2,\quad V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 为球的半径

第 I 卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）设集合 $A=\{x\,|\,x>-1\}$，$B=\{x\,|-2<x<2\}$，则 $A\cup B=$

（A）$\{x\,|\,x>-2\}$　　（B）$\{x\,|\,x>-1\}$

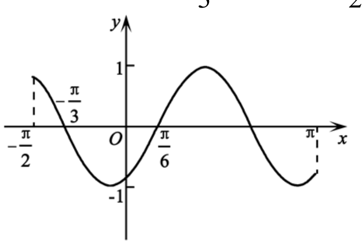
（C）$\{x\,|-2<x<-1\}$　　（D）$\{x\,|-1<x<2\}$

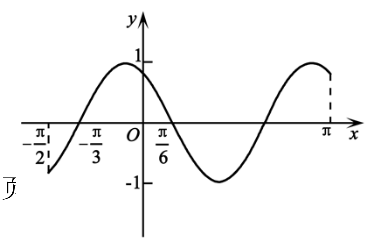
（2）已知命题　$p:\forall x\in\mathrm{R}$，$\sin x\leq 1$，则

（A）$\neg p:\exists x\in\mathrm{R},\ \sin x\geq 1$　　（B）$\neg p:\forall x\in\mathrm{R},\ \sin x\geq 1$

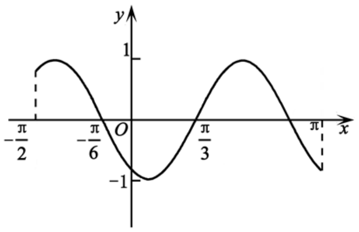
（C）$\neg p:\exists x\in\mathrm{R},\ \sin x>1$　　（D）$\neg p:\forall x\in\mathrm{R},\ \sin x>1$

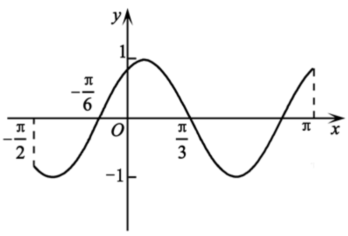
（3）函数 $y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2},\pi]$ 的简图是





（A）　　　　　　　　　　　　　　　　（B）





（C）　　　　　　　　　　　　　　　　（D）

（4）已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,1)$, $\boldsymbol{b}=(1,-1)$, 则向量 $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{3}{2}\boldsymbol{b}=$

（A）$(-2,-1)$　　　　（B）$(-2,1)$

（C）$(-1,0)$　　　　（D）$(-1,2)$

（5）如果执行右面的程序框图，

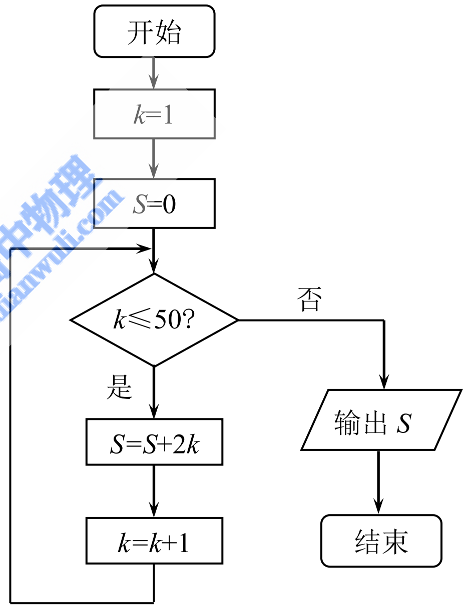
那么输出的 $S=$

（A）2 450

（B）2 500

（C）2 550

（D）2 652



（6）已知 a,b,c,d 成等比数列，且曲线 $y=x^2-2x+3$ 的顶点是 (b,c)，则 ad 等于

（A）3　　（B）2　　（C）1　　（D）-2

（7）已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，点 $P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$、$P_3(x_3,y_3)$ 在抛物线上，且 $2x_2=x_1+x_3$，则有

（A）$|FP_1|+|FP_2|=|FP_3|$　　（B）$|FP_1|^2+|FP_2|^2=|FP_3|^2$

（C）$2|FP_2|=|FP_1|+|FP_3|$　　（D）$|FP_2|^2=|FP_1|\cdot|FP_3|$

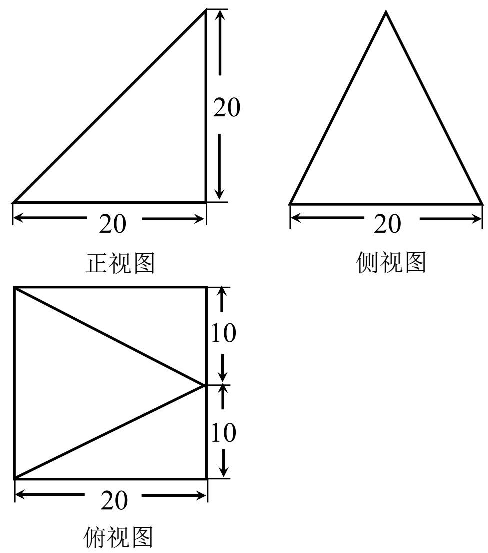
（8）已知某个几何体的三视图如下，根据图中标出的尺寸（单位：cm），可得这个几何体的体积是

（A）$\dfrac{4\,000}{3}\ \text{cm}^3$

（B）$\dfrac{8\,000}{3}\text{cm}^3$

（C）$2\,000\ \text{cm}^3$

（D）$4\,000\ \text{cm}^3$



（9）若 $\dfrac{\cos 2\alpha}{\sin(\alpha-\dfrac{\pi}{4})}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\cos\alpha+\sin\alpha$ 的值为

（A）$-\dfrac{\sqrt{7}}{2}$　　（B）$-\dfrac{1}{2}$　　（C）$\dfrac{1}{2}$　　（D）$\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

（10）曲线 $y=\mathrm{e}^x$ 在点 $(2,\mathrm{e}^2)$ 处的切线与坐标轴所围三角形的面积为

（A）$\dfrac{9}{4}\mathrm{e}^2$　　（B）$2\mathrm{e}^2$　　（C）e^2　　（D）$\dfrac{\mathrm{e}^2}{2}$

（11）已知三棱锥 $S-ABC$ 的各顶点都在一个半径为 r 的球面上，球心 O 在 AB 上，$SO\perp$ 底面ABC，$AC=\sqrt{2}r$．则球的体积与三棱锥体积之比是

（A）π　　（B）2π　　（C）3π　　（D）4π

（12）甲、乙、丙三名射箭运动员在某次测试中各射箭20次，三人的测试成绩如下表

甲的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	5	5	5	5

乙的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	6	4	4	6

丙的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	4	6	6	4

s_1、s_2、s_3 分别表示甲、乙、丙三名运动员这次测试成绩的标准差，则有

（A）$s_3>s_1>s_2$　　（B）$s_2>s_1>s_3$

（C）$s_1>s_2>s_3$　　（D）$s_2>s_3>s_1$

第II卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题～第 21 题为必考题，每个试题考生都必须做答。第 22 题～第 23 题为选考题，考生根据要求做答。

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分。

（13）已知双曲线的顶点到渐近线的距离为 2，焦点到渐近线的距离为 6，则该双曲线的离心率为________.

（14）设函数 $f(x)=(x+1)(x+a)$ 为偶函数，则 $a=$________.

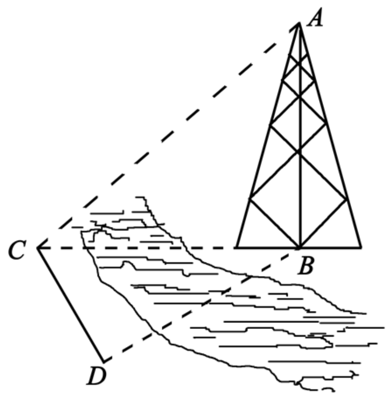
（15）i 是虚数单位，$i+2i^2+3i^3+\cdots+8i^8=$________.（用 $a+bi$ 的形式表示，$a,b\in\mathbf{R}$）

（16）已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，$a_4+a_6=6$，其前 5 项和 $S_5=10$，则其公差 $d=$________.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（17）（本小题满分 12 分）

如图，测量河对岸的塔高 AB 时，可以选与塔底 B 在同一水平面内的两个测点 C 与 D. 现测得 $\angle BCD=\alpha$，$\angle BDC=\beta$，$CD=s$，并在点 C 测得塔顶 A 的仰角为 θ，求塔高 AB.

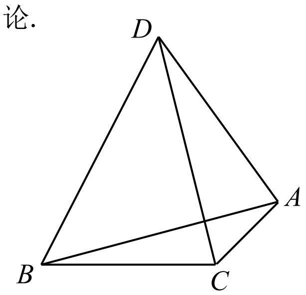


（18）（本小题满分 12 分）

如图，A，B，C，D 为空间四点. 在△ABC 中，$AB=2$，$AC=BC=\sqrt{2}$. 等边三角形 ADB 以 AB 为轴转动.

（Ⅰ）当平面 $ADB\perp$ 平面 ABC 时，求 CD;

（Ⅱ）当△ADB 转动时，是否总有 $AB\perp CD$? 证明你的结论.



（19）（本小题满分12分）

设函数 $f(x)=\ln(2x+3)+x^2$.

（Ⅰ）讨论 $f(x)$ 的单调性;

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{3}{4},\frac{1}{4}]$ 的最大值和最小值.

（20）（本小题满分12分）

设有关于 x 的一元二次方程 $x^2+2ax+b^2=0$.

（Ⅰ）若 a 是从 $0,1,2,3$ 四个数中任取的一个数，b是从 $0,1,2$ 三个数中任取的一个数，求上述方程有实根的概率.

（Ⅱ）若 a 是从区间 $[0,3]$ 任取的一个数，b是从区间 $[0,2]$ 任取的一个数，求上述方程有实根的概率.

（21）（本小题满分 12 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 $x^2+y^2-12x+32=0$ 的圆心为 Q，过点 $P(0,2)$ 且斜率为 k 的直线与圆 Q 相交于不同的两点 A、B.

（Ⅰ）求 k 的取值范围；

（Ⅱ）是否存在常数k，使得向量 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ 与 $\overrightarrow{PQ}$ 共线？如果存在，求k值；如果不存在，请说明理由.

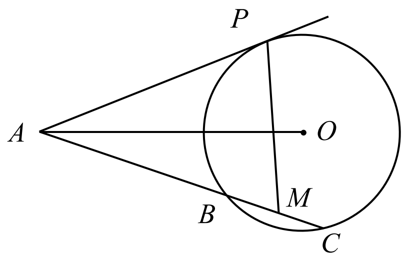
请考生在第 22、23 题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题记分。做答时请写清题号。

（22）（本小题满分 10 分）选修 4－1：几何证明选讲

如图，已知 AP 是⊙O 的切线，P 为切点，AC 是⊙O 的割线，与⊙O 交于 B、C 两点，圆心 O 在 $\angle PAC$ 的内部，点 M 是 BC 的中点.

（Ⅰ）证明 A，P，O，M 四点共圆；

（Ⅱ）求 $\angle OAM+\angle APM$ 的大小.



（23）（本小题满分 10 分）选修 4－4：坐标系与参数方程

⊙O_1 和⊙O_2 的极坐标方程分别为 $\rho=4\cos\theta$，$\rho=-4\sin\theta$.

（Ⅰ）把⊙O_1 和⊙O_2 的极坐标方程化为直角坐标方程；

（Ⅱ）求经过⊙O_1，⊙O_2 交点的直线的直角坐标方程.

参考答案和评分参考

评分说明:

1. 本解答给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分参考制订相应的评分细则.

2. 对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的

一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分.

3. 解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

4. 只给整数分数. 选择题和填空题不给中间分.

一．选择题

（1）A	（2）C	（3）A	（4）D	（5）C	（6）B
（7）C	（8）B	（9）C	（10）D	（11）D	（12）B

二．填空题

（13）3　（14）-1　（15）$4-4\mathrm{i}$　（16）$\dfrac{1}{2}$

三．解答题

（17）解：

在△BCD中，

$$\angle CBD=\pi-\alpha-\beta.$$ ……2分

由正弦定理得

$$\frac{BC}{\sin\angle BDC}=\frac{CD}{\sin\angle CBD},$$ ……5分

所以
$$BC=\frac{CD\sin\angle BDC}{\sin\angle CBD}$$
$$=\frac{s\cdot\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}.$$ ……8分

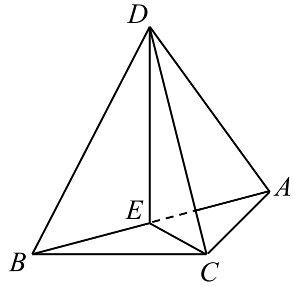
在Rt△ABC中，

$$AB=BC\tan\angle ACB$$
$$=\frac{s\cdot\tan\theta\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}.$$ ……12分

（18）解：

（Ⅰ）取 AB 的中点 E，连结 DE，CE，因为 ADB 是等边三角形，所以 $DE\perp AB$. 当平面 $ADB\perp$ 平面 ABC 时，因为平面 $ADB\cap$ 平面$ABC=AB$，所以 $DE\perp$ 平面 ABC，可知 $DE\perp CE$.

……2 分



由已知可得 $DE=\sqrt{3}$，$EC=1$.

在 Rt△DEC 中，

$$CD=\sqrt{DE^2+EC^2}=2.$$ ……6 分

（Ⅱ）当△ADB 以 AB 为轴转动时，总有 $AB\perp CD$.

……8 分

证明：

（ⅰ）当 D 在平面 ABC 内时，因为 $AC=BC$，$AD=BD$，所以 C，D 都在线段 AB 的垂直平分线上，即 $AB\perp CD$. ……9 分

（ⅱ）当 D 不在平面 ABC 内时，由（Ⅰ）知 $AB\perp DE$. 又因 $AC=BC$，所以 $AB\perp CE$.

又 DE，CE 为相交直线，所以 $AB\perp$ 平面 CDE，由 $CD\subset$ 平面 CDE，得 $AB\perp CD$.

综上所述，总有 $AB\perp CD$. ……12 分

（19）解：

$f(x)$ 的定义域为 $(-\dfrac{3}{2},+\infty)$.

（Ⅰ）$f'(x)=\dfrac{2}{2x+3}+2x=\dfrac{4x^2+6x+2}{2x+3}=\dfrac{2(2x+1)(x+1)}{2x+3}$. ……3 分

当 $-\dfrac{3}{2}<x<-1$ 时，$f'(x)>0$；当 $-1<x<-\dfrac{1}{2}$ 时，$f'(x)<0$；当 $x>-\dfrac{1}{2}$ 时，$f'(x)>0$. 从而，$f(x)$ 分别在区间 $(-\dfrac{3}{2},-1)$，$(-\dfrac{1}{2},+\infty)$ 单调增加，在区间 $(-1,-\dfrac{1}{2})$ 单调减少.

……7分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $f(x)$ 在区间 $[-\dfrac{3}{4},\dfrac{1}{4}]$ 的最小值为 $f(-\dfrac{1}{2})=\ln 2+\dfrac{1}{4}$. ……9分

又

$$\begin{aligned}f(-\frac{3}{4})-f(\frac{1}{4})&=\ln\frac{3}{2}+\frac{9}{16}-\ln\frac{7}{2}-\frac{1}{16}\\&=\ln\frac{3}{7}+\frac{1}{2}\\&=\frac{1}{2}(1-\ln\frac{49}{9})\\&<0.\end{aligned}$$

所以 $f(x)$ 在区间 $[-\dfrac{3}{4},\dfrac{1}{4}]$ 的最大值为 $f(\dfrac{1}{4})=\dfrac{1}{16}+\ln\dfrac{7}{2}$. ……12分

（20）解：

设事件 A 为"方程 $x^2+2ax+b^2=0$ 有实根".

当 $a\geqslant 0$，$b\geqslant 0$ 时，方程 $x^2+2ax+b^2=0$ 有实根的充要条件为 $a\geqslant b$.

（Ⅰ）基本事件共有 12 个：

$(0,0)$，$(0,1)$，$(0,2)$，$(1,0)$，$(1,1)$，$(1,2)$，$(2,0)$，$(2,1)$，$(2,2)$，$(3,0)$，$(3,1)$，$(3,2)$.

其中第一个数表示 a 的取值，第二个数表示 b 的取值.

事件 A 中包含 9 个基本事件，事件 A 发生的概率为

$$P(A)=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}.$$ ……6 分

（Ⅱ）试验的全部结果所构成的区域为

$$\{(a,b)|0\leqslant a\leqslant 3,0\leqslant b\leqslant 2\}.$$

构成事件 A 的区域为

$$\{(a,b)|0\leqslant a\leqslant 3,0\leqslant b\leqslant 2,a\geqslant b\}.$$

所以所求的概率为

$$P(A)=\frac{3\times 2-\frac{1}{2}\times 2^2}{3\times 2}=\frac{2}{3}.$$ ……12 分

（21）解：

（Ⅰ）圆的方程可写成$(x-6)^2+y^2=4$，所以圆心为$Q(6,0)$．过$P(0,2)$且斜率为k的直线方程为

$$y=kx+2,$$

代入圆方程得

$$x^2+(kx+2)^2-12x+32=0,$$

整理得 $(1+k^2)x^2+4(k-3)x+36=0$． ① ……3 分

直线与圆交于两个不同的点 A、B 等价于

$$\Delta=[4(k-3)]^2-4\times36(1+k^2)$$
$$=4^2(-8k^2-6k)>0,$$

解得$-\frac{3}{4}<k<0$，即k的取值范围为$(-\frac{3}{4},0)$． ……6 分

（Ⅱ）设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(x_1+x_2,y_1+y_2)$，

由方程①，

$$x_1+x_2=-\frac{4(k-3)}{1+k^2}. \quad ②$$

又 $y_1+y_2=k(x_1+x_2)+4$． ③ ……8 分

而$P(0,2),Q(6,0),\overrightarrow{PQ}=(6,-2)$．

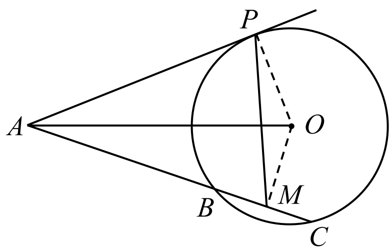
所以$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$与$\overrightarrow{PQ}$共线等价于

$$-2(x_1+x_2)=6(y_1+y_2),$$

将②③代入上式，解得$k=-\frac{3}{4}$． ……11 分

由（Ⅰ）知$k\in(-\frac{3}{4},0)$，故没有符合题意的常数 k． ……12 分

（22）



（Ⅰ）证明：连结 OP，OM．

因为 AP 与⊙O 相切于点 P，所以

$OP\perp AP$．

因为 M 是⊙O 的弦 BC 的中点，所以

$OM\perp BC$．

于是∠OPA＋∠OMA=180°，由圆心 O 在$\angle PAC$的内部，可知四边形 $APOM$ 的对角互补，所以 A，P，O，M 四点共圆． ……6 分

（Ⅱ）解：由（Ⅰ）得 A，P，O，M 四点共圆，所以

∠OAM=∠OPM．

由（Ⅰ）得 $OP\perp AP$．

由圆心 O 在$\angle PAC$的内部，可知∠OPM＋∠APM=90°．

所以∠OAM＋∠APM=90°． ……10 分

（23）解：

以极点为原点，极轴为 x 轴正半轴，建立平面直角坐标系，两坐标系中取相同的长度单位．

（Ⅰ）$x=\rho\cos\theta,\ y=\rho\sin\theta$，由 $\rho=4\cos\theta$ 得

$$\rho^2=4\rho\cos\theta,$$

所以 $x^2+y^2=4x$.

即 $x^2+y^2-4x=0$ 为⊙O_1的直角坐标方程.

同理 $x^2+y^2+4y=0$ 为⊙O_2的直角坐标方程. ……6 分

（Ⅱ）由 $\begin{cases}x^2+y^2-4x=0,\\x^2+y^2+4y=0\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x_1=0,\\y_1=0;\end{cases}\quad\begin{cases}x_2=2,\\y_2=-2.\end{cases}$

即⊙O_1，⊙O_2交于点（0，0）和$(2,\ -2)$．过交点的直线的直角坐标方程为 $y=-x$.

……10 分