2016年北京市高考数学试卷（理科）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．（5分）已知集合A={x||x|＜2}，集合B={﹣1，0，1，2，3}，则A∩B=（　　）

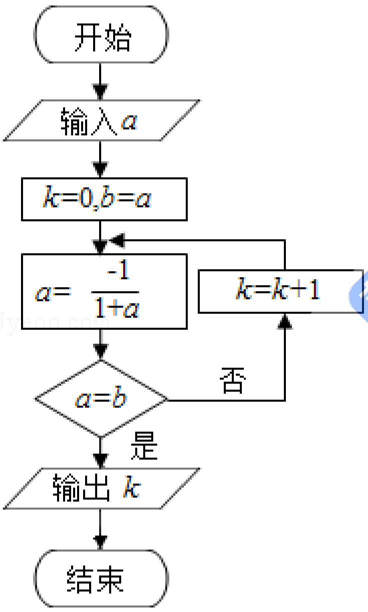
A．{0，1}　　B．{0，1，2}

C．{﹣1，0，1}　　D．{﹣1，0，1，2}

2．（5分）若x，y满足$\begin{cases}2x-y\leqslant 0\\ x+y\leqslant 3\\ x\geqslant 0\end{cases}$，则2x+y的最大值为（　　）

A．0　　B．3　　C．4　　D．5

3．（5分）执行如图所示的程序框图，若输入的a值为1，则输出的k值为（　　）



A．1　　B．2　　C．3　　D．4

4．（5分）设$\vec{a}$，$\vec{b}$是向量，则“$|\vec{a}|=|\vec{b}|$”是“$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

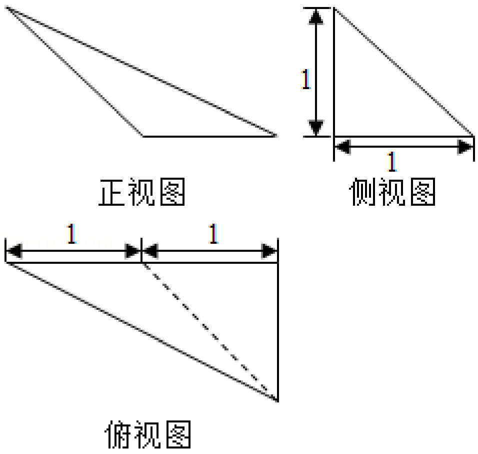
C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．（5分）已知x，y∈R，且x＞y＞0，则（　　）

A．$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}>0$　　B．sinx﹣siny＞0

C．$\left(\frac{1}{2}\right)^{x}-\left(\frac{1}{2}\right)^{y}<0$　　　　D．$\ln x+\ln y>0$

6．（5分）某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为（　　）



A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．1

7．（5分）将函数$y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$图象上的点$P\left(\frac{\pi}{4}, t\right)$向左平移s（s>0）个单位长度得到点P′，若P′位于函数y=sin2x的图象上，则（　　）

A．$t=\frac{1}{2}$，s的最小值为$\frac{\pi}{6}$　　B．$t=\frac{\sqrt{3}}{2}$，s的最小值为$\frac{\pi}{6}$

C．$t=\frac{1}{2}$，s的最小值为$\frac{\pi}{3}$　　D．$t=\frac{\sqrt{3}}{2}$，s的最小值为$\frac{\pi}{3}$

8．（5分）袋中装有偶数个球，其中红球、黑球各占一半．甲、乙、丙是三个空盒．每次从袋中任意取出两个球，将其中一个球放入甲盒，如果这个球是红球，就将另一个放入乙盒，否则就放入丙盒．重复上述过程，直到袋中所有球都被放入盒中，则（　　）

A．乙盒中黑球不多于丙盒中黑球　　B．乙盒中红球与丙盒中黑球一样多

C．乙盒中红球不多于丙盒中红球　　D．乙盒中黑球与丙盒中红球一样多

二、填空题共6小题，每小题5分，共30分．

9．（5分）设a∈R，若复数（1+i）（a+i）在复平面内对应的点位于实轴上，则a=______．

10．（5分）在$(1-2x)^6$的展开式中，x^2的系数为______．（用数字作答）

11．（5分）在极坐标系中，直线$\rho\cos\theta-\sqrt{3}\rho\sin\theta-1=0$与圆$\rho=2\cos\theta$交于A，B两点，则|AB|=______．

12．（5分）已知$\{a_n\}$为等差数列，S_n为其前n项和．若$a_1=6$，$a_3+a_5=0$，则$S_6=$____．

13．（5分）双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的渐近线为正方形OABC的边OA，OC所在的直线，点B为该双曲线的焦点．若正方形OABC的边长为2，则a=__．

14．（5分）设函数f（x）=$\begin{cases}x^3-3x, & x\leqslant a\\ -2x, & x>a\end{cases}$．

①若a=0，则f（x）的最大值为______；

②若f（x）无最大值，则实数a的取值范围是______．

三、解答题共6小题，共80分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

15．（13分）在△ABC中，$a^2+c^2=b^2+\sqrt{2}ac$．

（Ⅰ）求∠B的大小；

（Ⅱ）求$\sqrt{2}\cos A+\cos C$的最大值．

16．（13分）A，B，C三个班共有100名学生，为调查他们的体育锻炼情况，通过分层抽样获得了部分学生一周的锻炼时间，数据如表（单位：小时）：

A班	6　6.5　7　7.5　8
B班	6　7　8　9　10　11　12
C班	3　4.5　6　7.5　9　10.5　12　13.5

（Ⅰ）试估计C班的学生人数；

（Ⅱ）从A班和C班抽出的学生中，各随机选取一个人，A班选出的人记为甲，C班选出的人记为乙．假设所有学生的锻炼时间相对独立，求该周甲的锻炼时间比乙的锻炼时间长的概率；

（Ⅲ）再从A，B，C三班中各随机抽取一名学生，他们该周锻炼时间分别是7，9，8.25（单位：小时），这3个新数据与表格中的数据构成的新样本的平均

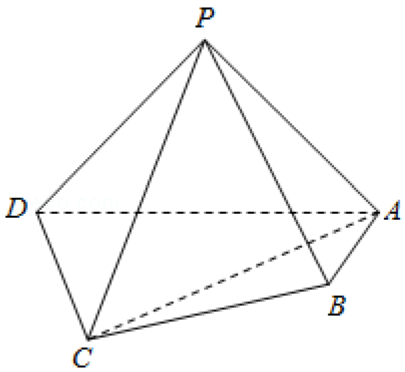
数记为μ_1，表格中数据的平均数记为μ_0，试判断μ_0和μ_1的大小．（结论不要求证明）

17．（14分）如图，在四棱锥P﹣ABCD中，平面PAD⊥平面ABCD，PA⊥PD，PA=PD，AB⊥AD，AB=1，AD=2，AC=CD=$\sqrt{5}$.

（Ⅰ）求证：PD⊥平面PAB；

（Ⅱ）求直线PB与平面PCD所成角的正弦值；

（Ⅲ）在棱PA上是否存在点M，使得BM∥平面PCD？若存在，求$\frac{AM}{AP}$的值，若不存在，说明理由．



18．（13分）设函数$f(x)=xe^{a-x}+bx$，曲线$y=f(x)$在点$(2, f(2))$处的切线方程为$y=(e-1)x+4$，

（Ⅰ）求a，b的值；

（Ⅱ）求f（x）的单调区间．

19．（14分）已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，A（a，0），B（0，b），O（0，0），△OAB的面积为1．

（Ⅰ）求椭圆C的方程；

（Ⅱ）设P是椭圆C上一点，直线PA与y轴交于点M，直线PB与x轴交于点N．求证：$|AN|\cdot|BM|$为定值．

20．（13分）设数列A：a_1，a_2，…，a_N（N≥2）．如果对小于n（2≤n≤N）的每个正整数k都有$a_k<a_n$，则称n是数列A的一个“G时刻”，记G（A）是数列A的所有“G时刻”组成的集合．

（Ⅰ）对数列A：﹣2，2，﹣1，1，3，写出G（A）的所有元素；

（Ⅱ）证明：若数列A中存在a_n使得$a_n>a_1$，则G（A）≠∅；

（Ⅲ）证明：若数列A满足$a_n-a_{n-1}\leq 1$（n=2，3，…，N），则G（A）的元素个数不小于a_N-a_1．