2004年湖北高考文科数学真题及答案

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．设$A=\{x\mid x=\sqrt{5k+1},k\in N),B\{x\mid x\le 6,x\in Q\},则A\cap B$等于　　　　（　　）

A．{1,4}　　　B．{1,6}　　　C．{4,6}　　　D．{1,4,6}

2．已知点M（6，2）和M_2（1，7）.直线y=mx—7与线段M_1M_2的交点M分有向线段M_1M_2的比为3：2，则m的值为　　　　（　　）

A．$-\frac{3}{2}$　　　B．$-\frac{2}{3}$　　　C．$\frac{1}{4}$　　　D．4

3．已知函数$f(x)在x=1处的导数为3,则f(x)$的解析式可能为　　　　（　　）

A．$f(x)=(x-1)^2+3(x-1)$　　　B．$f(x)=2(x-1)$

C．$f(x)=2(x-1)^2$　　　D．$f(x)=x-1$

4．两个圆$C_1:x^2+y^2+2x+2y-2=0与C_2:x^2+y^2-4x-2y+1=0$的公切线有且仅有

（　　）

A．1条　　　B．2条　　　C．3条　　　D．4条

5．若函数$f(x)=a^x+b-1(a>0且a\ne 1)$的图象经过第二、三、四象限，则一定有（　　）

A．$0<a<1且b>0$　　　B．$a>1且b>0$

C．$0<a<1且b<0$　　　D．$a>1且b<0$

6．四面体ABCD四个面的重心分别为E、F、G、H，则四面体EFGH的表面积与四面体ABCD的表面积的比值是　　　　（　　）

A．$\frac{1}{27}$　　　B．$\frac{1}{16}$　　　C．$\frac{1}{9}$　　　D．$\frac{1}{8}$

7．已知$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$为非零的平面向量．甲：$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c},乙:\vec{b}=\vec{c},则$　　　　（　　）

A．甲是乙的充分条件但不是必要条件

B．甲是乙的必要条件但不是充分条件

C．甲是乙的充要条件

D．甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

8．已知$x\ge\frac{5}{2},则f(x)=\frac{x^2-4x+5}{2x-4}$有　　　　（　　）

A．最大值$\frac{5}{4}$　　　B．最小值$\frac{5}{4}$　　　C．最大值1　　　D．最小值1

9．已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=a[2-(\frac{1}{2})^{n-1}]-b[2-(n+1)(\frac{1}{2})^{n-1}](n=1,2,\cdots),$其中a、b是非零常数，则存在数列$\{x_n\}$、$\{y_n\}$使得　　　　（　　）

A. $a_n = x_n + y_n$,其中$\{x_n\}$为等差数列，{y_n}为等比数列

B. $a_n = x_n + y_n$,其中$\{x_n\}$和{y_n}都为等差数列

C. $a_n = x_n \cdot y_n$,其中$\{x_n\}$为等差数列，{y_n}都为等比数列

D. $a_n = x_n \cdot y_n$,其中$\{x_n\}$和{y_n}都为等比数列

10．若$1 < \dfrac{1}{a} < \dfrac{1}{b}$,则下列结论中不正确的是　　　　　　　　　　（　　）

A. $\log_a b > \log_b a$　　　　　　　　B. $|\log_a b + \log_b a| > 2$

C. $(\log_b a)^2 < 1$　　　　　　　　D. $|\log_a b| + |\log_b a| > |\log_a b + \log_b a|$

11．将标号为1，2，…，10的10个球放入标号为1，2，…，10的10个盒子里，每个盒内放一个球，恰好3个球的标号与其在盒子的标号不一致的放入方法种数为（　　）

A. 120　　　　B. 240　　　　C. 360　　　　D. 720

12．设$y = f(t)$是某港口水的深度y（米）关于时间t（时）的函数，其中$0 \le t \le 24$. 下表是该港口某一天从0时至24时记录的时间t与水深y的关系：

t	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y	12	15.1	12.1	9.1	11.9	14.9	11.9	8.9	12.1

经长期观观察，函数$y = f(t)$的图象可以近似地看成函数$y = k + A\sin(\omega t + \varphi)$的图象. 在下面的函数中，最能近似表示表中数据间对应关系的函数是　　　　　　　　（　　）

A. $y = 12 + 3\sin\dfrac{\pi}{6}t, t \in [0,24]$　　B. $y = 12 + 3\sin(\dfrac{\pi}{6}t + \pi), t \in [0,24]$

C. $y = 12 + 3\sin\dfrac{\pi}{12}t, t \in [0,24]$　　D. $y = 12 + 3\sin(\dfrac{\pi}{12}t + \dfrac{\pi}{2}), t[0,24]$

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分. 把答案填在题中横线上.

13．Tan2010° 的值为________________.

14．已知$(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})^n$的展开式中各项系数的和是128，则展开式中$x^5$的系数是___________. （以数字作答）

15．某校有老师200人，男学生1200人，女学生1000人. 现用分层抽样的方法从所有师生中抽取一个容量为n的样本；已知从女学生中抽取的人数为80人，则n=____________.

16．设A、B为两个集合，下列四个命题：

①A $\not\subseteq$ B$\Leftrightarrow$对任意$x \in A$,有$x \notin B$　　②A $\not\subseteq$ B$\Leftrightarrow$ $A \cap B = \varnothing$

③A $\not\subseteq$ B$\Leftrightarrow$A $\not\supseteq$ B　④A　　B$\Leftrightarrow$ $\not\subseteq$在$x \in A$,使得$x \notin B$

其中真命题的序号是____________. （把符合要求的命题序号都填上）

三、解答题：本大题共6小题，共74分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17．（本小题满分12分）

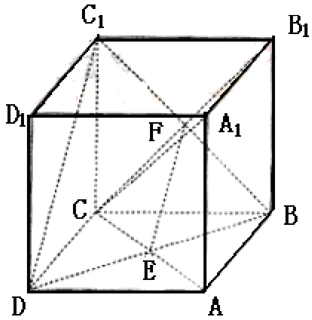
已知$6\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha-2\cos^2\alpha=0,\alpha\in[\frac{\pi}{2},\pi]$,求$\sin(2\alpha+\frac{\pi}{3})$的值.

18.（本小题满分 12 分）

如图，在棱长为 1 的正方体 ABCD—$A_1B_1C_1D_1$中，AC 与 BD 交于点 E，CB 与 CB_1交于点 F.

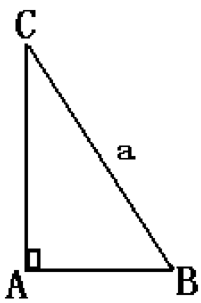
（I）求证：A_1C⊥平 BDC_1；

（II）求二面角 B—EF—C 的大小（结果用反三角函数值表示）.



19.（本小题满分 12 分）

如图，在 Rt△ABC 中，已知 BC=a. 若长为 2a 的线段 PQ 以点 A 为中点，问$\overrightarrow{PQ}$与$\overrightarrow{BC}$的夹角 θ 取何值时$\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{CQ}$的值最大？并求出这个最大值.



20.（本小题满分 12 分）

直线$l:y=kx+1$与双曲线$C:2x^2-y^2=1$的右支交于不同的两点 A、B.

（Ⅰ）求实数 k 的取值范围；

（Ⅱ）是否存在实数 k，使得以线段 AB 为直径的圆经过双曲线 C 的右焦点 F？若存在，求出 k 的值；若不存在，说明理由.

21.（本小题满分 12 分）

为防止某突发事件发生，有甲、乙、丙、丁四种相互独立的预防措施可供采用，单独采用甲、乙、丙、丁预防措施后此突发事件不发生的概率（记为 P）和所需费用如下表：

预防措施	甲	乙	丙	丁
P	0.9	0.8	0.7	0.6
费用（万元）	90	60	30	10

预防方案可单独采用一种预防措施或联合采用几种预防措施，在总费用不超过 120 万元的前提下，请确定一个预防方案，使得此突发事件不发生的概率最大.

22.（本小题满分 14 分）

已知$b>-1,c>0,$函数$f(x)=x+b$的图象与函数$g(x)=x^2+bx+c$的图象相切.

（Ⅰ）求 b 与 c 的关系式（用 c 表示 b）;

（Ⅱ）设函数$F(x)=f(x)g(x)$在$(-\infty,+\infty)$内有极值点，求 c 的取值范围.

2004 年普通高等学校招生全国统一考试

数学（文史类（湖北卷）参考答案

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．D　2．D　3．A　4．B　5．C　6．C　7．B　8．D　9．C　10．D　11．B　12．A

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分. 把答案填在题中横线上.

13． $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　14．35　　15．192　　16．④

17．本小题考三角函数的基本公式以及三角函数式的恒等基础知识和基本运算技能，满分 12 分.

解法一：由已知得：$(3\sin\alpha+2\cos\alpha)(2\sin\alpha-\cos\alpha)=0$

$$\Leftrightarrow 3\sin\alpha+2\cos\alpha=0\text{或}2\sin\alpha-\cos\alpha=0$$

由已知条件可知$\cos\alpha\neq 0,$所以$\alpha\neq\frac{\pi}{2},$即$\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi).$

于是$\tan\alpha<0,\therefore\tan\alpha=-\frac{2}{3}.$

$$\begin{aligned}\sin(2\alpha+\frac{\pi}{3})&=\sin 2\alpha\cos\frac{\pi}{3}+\cos 2\alpha\sin\frac{\pi}{3}\\&=\sin\alpha\cos\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)\\&=\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}\\&=\frac{\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}.\end{aligned}$$

将$\tan\alpha=-\frac{2}{3}$代入上式得

$$\begin{aligned}\sin(2\alpha+\frac{\pi}{3})&=-\frac{(-\frac{2}{3})}{1+(-\frac{2}{3})^2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1-(-\frac{2}{3})^2}{1+(-\frac{2}{3})^2}\\&=-\frac{6}{13}+\frac{5}{26}\sqrt{3}.\text{即为所求.}\end{aligned}$$

解法二：由已知条件可知$\cos\alpha\neq 0,$则$a\neq\frac{\pi}{2},$所以原式可化为

$6\tan^2\alpha+\tan\alpha-2=0.$

即$(3\tan\alpha+2)(2\tan\alpha-1)=0.$

又$\because\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi),\therefore\tan\alpha<0.$

$\therefore\tan\alpha=-\frac{2}{3}.$

下同解法一.

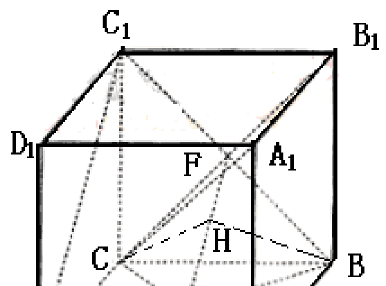
18．本小题主要考查线面关系和正方体等基础知识，考查空间想象能力和推理能力.满分 12 分.

解法一：（Ⅰ）∵A_1A⊥底面 ABCD，则 AC 是 A_1C 在底面 ABCD 的射影.

∵AC⊥BD. ∴A_1C⊥BD.

同理 A_1C⊥DC_1，又 BD∩DC_1=D，

∴A_1C⊥平面 BDC_1.



（Ⅱ）取 EF 的中点 H，连结 BH、CH，

$\because BE = BF = \dfrac{\sqrt{2}}{2}, \therefore BH \perp EF.$

同理$CH \perp EF$.

$\therefore \angle BHC$是二面角$B-EF-C$的平面角.

又 E、F 分别是 AC、B_1C 的中点，

$\therefore EF \underset{=}{/\!/} \dfrac{1}{2}AB_1.$

$\therefore \Delta BEF$与ΔCEF是两个全等的正三角形.

故$BH = CH = \dfrac{\sqrt{3}}{2}BF = \dfrac{\sqrt{6}}{4}.$

于是在ΔBCH中,由余弦定理,得

$$\cos\angle BHC = \frac{BH^2 + CH^2 - BC^2}{2BH \cdot CH} = \frac{(\frac{\sqrt{6}}{4})^2 + (\frac{\sqrt{6}}{4})^2 - 1}{2 \times \frac{\sqrt{6}}{4} \times \frac{\sqrt{6}}{4}} = -\frac{1}{3}$$

$\therefore \angle BHC = \arccos(-\dfrac{1}{3}) = \pi - \arccos\dfrac{1}{3}.$

故二面角$B-EF-C$的大小为$\pi - \arccos\dfrac{1}{3}.$

解法二：（Ⅰ）以点 C 为坐标原点建立如图所示的空间直角坐标系，则 C(0, 0, 0).
D(1, 0, 0)，B(0, 1, 0)，A_1(1, 1, 1)，C_1(0, 0, 1)，D_1(1, 0, 1)

$\therefore \overrightarrow{CA_1} = (1,1,1,), \overrightarrow{BD} = (1,-1,0), \overrightarrow{DC_1} = (-1,0,1).$

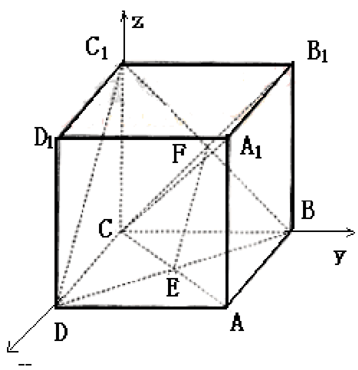
$\therefore \overrightarrow{CA_1} \cdot \overrightarrow{BD} = 1 - 1 = 0, \overrightarrow{CA_1} \cdot \overrightarrow{DC_1} = -1 + 1 = 0.$

即$CA_1 \perp BD, CA_1 \perp DC_1$

又$BD \cap DC_1 = D,$

$\therefore A_1C \perp$平面$BDC_1.$

（Ⅱ）同（Ⅰ）可证，$BD_1 \perp$平面 AB_1C.



则 $<\overrightarrow{A_1D},\overrightarrow{D_1B}>$ 就是所求二面角
的平面角补角的大小.

$\because \overrightarrow{A_1C}=(-1,-1,-1),\overrightarrow{D_1B}=(-1,1,-1),$

$\therefore \cos<\overrightarrow{A_1C},\overrightarrow{D_1B}>=\dfrac{\overrightarrow{A_1C}\cdot\overrightarrow{D_1B}}{|\overrightarrow{A_1C}|\cdot|\overrightarrow{D_1B}|}$

$=\dfrac{1}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{1}{3}.$

故二面角$B-EF-C$的大小为$\pi-\arccos\dfrac{1}{3}.$

19．本小题主要考查向量的概念，平面向量的运算法则，考查运用向量及函数知识的能力，满分 12 分.

解法一$:\because \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC},\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0.$

$\because \overrightarrow{AP}=-\overrightarrow{AQ},\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CQ}=\overrightarrow{AQ}-\overrightarrow{AC},$

$\therefore \overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{CQ}=(\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AB})\cdot(\overrightarrow{AQ}-\overrightarrow{AC})$

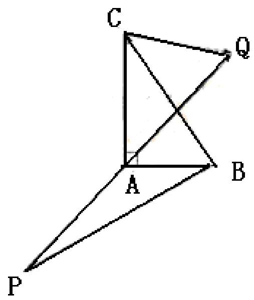
$=\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}-\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

$=-a^3-\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AP}$

$=-a^2+\overrightarrow{AP}\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})$

$=-a^2+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{BC}$

$=-a^2+a^2\cos\theta.$



故当$\cos\theta=1$,即$\theta=0(\overrightarrow{PQ}$与$\overrightarrow{BC}$方向相同)时,$\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{C}$

解法二：以直角顶点 A 为坐标原点，两直角边所在直线为坐标轴建立如图所示的平面直角坐标系.

设$|AB|=c,|AC|=b,$则$A(0,0),B(c,0),C(0,b),$

且$|PQ|=2a,|BC|=a.$

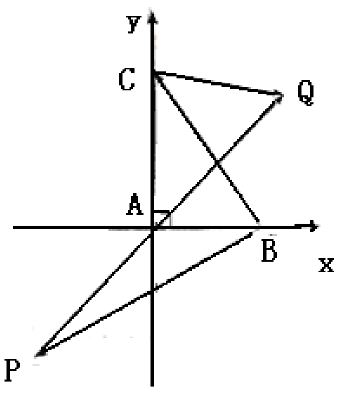
设点P的坐标为(x,y),则$Q(-x,-y).$

$\therefore \overrightarrow{BP}=(x-c,y),\overrightarrow{CQ}=(-x,-y-b),$

$\overrightarrow{BC}=(-c,b),\overrightarrow{PQ}=(-2x,-2y).$

$\therefore \overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{CQ}=(x-c)(-x)+y(-y-b)$

$=-(x^2+y^2)+cx-by.$



$\because \cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{PQ}|\cdot|\overrightarrow{BC}|}=\dfrac{cx-by}{a^2}.$

$\therefore cx-by=a^2\cos\theta.$

$\therefore \overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{CQ}=-a^2+a^2\cos\theta.$

故当$\cos\theta=1$,即$\theta=0(\overrightarrow{PQ}$与$\overrightarrow{BC}$方向相同)时,$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CQ}$最大,其最大值为0.

20．本小题主要考查直线、双曲线的方程和性质，曲线与方程的关系，及其综合应用能力，满分 12 分.

解：（Ⅰ）将直线l的方程$y=kx+1$代入双曲线C的方程$2x^2-y^2=1$后,整理得

$$(k^2-2)x^2+2kx+2=0.\cdots\cdots①$$

依题意，直线 l 与双曲线 C 的右支交于不同两点，故

$$\begin{cases} k^2-2\neq 0, \\ \Delta=(2k)^2-8(k^2-2)>0, \\ -\dfrac{2k}{k^2-2}>0 \\ \dfrac{2}{k^2-2}>0. \end{cases}$$

解得k的取值范围是$-2<k<-\sqrt{2}$.

（Ⅱ）设 A、B 两点的坐标分别为(x_1,y_1)、(x_2,y_2)，则由①式得

$$\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{2k}{2-k^2}, \\ x_2\cdot x_2=\dfrac{2}{k^2-2}. \end{cases}\cdots\cdots②$$

假设存在实数 k，使得以线段 AB 为直径的圆经过双曲线 C 的右焦点 F（c,0）.

则由 FA⊥FB 得：

$$(x_1-c)(x_2-c)+y_1y_2=0.$$

即$(x_1-c)(x_2-c)+(kx_1+1)(kx_2+1)=0.$

整理得

$$(k^2+1)x_1x_2+(k-c)(x_1+x_2)+c^2+1=0.\cdots\cdots③$$

把②式及$c=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$代入③式化简得

$$5k^2+2\sqrt{6}k-6=0.$$

解得$k=-\dfrac{6+\sqrt{6}}{5}$或$k=\dfrac{6-\sqrt{6}}{5}\notin(-2,-\sqrt{2})$(舍去).

可知$k=-\dfrac{6+\sqrt{6}}{5}$使得以AB为直径的圆经过双曲线C的右焦点.

21．本小题考查概率的基础知识以及运用概率知识解决 实际问题的能力，满分 12 分.

解：方案 1：单独采用一种预防措施的费用均不超过 120 万元.由表可知，采用甲措施，可使此突发事件不发生的概率最大，其概率为 0.9.

方案 2：联合采用两种预防措施，费用不超过 120 万元，由表可知.联合甲、丙两种预防措施可使此突发事件不发生的概率最大，其概率为

1—(1—0.9)(1—0.7)=0.97.

方法 3：联合采用三种预防措施，费用不超过 120 万元，故只能联合乙、丙、丁三种预防措施，此时突发事件不发生的概率为

1—（1—0.8）(1—0.7)(1—0.6)=1—0.024=0.976.

综合上述三种预防方案可知，在总费用不超过 120 万元的前提下，联合使用乙、丙、丁三种预防措施可使此突发事件不发生的概率最大.

22．本小题考查导数、切线、极值等知识及综合运用数学知识解决问题的能力.满分 14 分.

解：（Ⅰ）依题意，令 $f'(x)=g'(x)$,得$2x+b=1$,故$x=\dfrac{1-b}{2}$.

由于$f(\dfrac{1-b}{2})=g(\dfrac{1-2b}{2})$,得$(b+1)^2=4c$.

$\because b>-1,c>0,\therefore b=-1+2\sqrt{c}$.

（Ⅱ）$F(x)=f(x)g(x)=x^3+2bx^2+(b^2+c)x+bc.F'(x)=3x^2+4bx+b^2+c$.

令$F'(x)=0$,即$3x^2+4bx+b^2+c=0$.

则$\Delta=16b^2-12(b^2+c)=4(b^2-3c)$.

若$\Delta=0$,则$F'(x)=0$有一个实根x_0,且$F'(x)$的变化如下:

x	$(-\infty,x_0)$	x_0	$(x_0,+\infty)$
$F'(x)$	+	0	+

于是 $x=x_0$ 不是函数 $F(x)$ 的极值点.

若$\Delta>0$,则$F'(x)=0$有两个不相等的实根$x_1,x_2(x_1<x_2)$且$F'(x)$ 的变化如下：

x	$(-\infty,x_1)$	x_1	(x_1,x_2)	x_2	$(x_2,+\infty)$
$F'(x)$	+	0	—	0	+

由此，$x=x_1$是函数$F(x)$的极大值点,$x=x_2$是函数$F(x)$ 的极小值点.

综上所述，当且仅当$\Delta>0$时,函数$F(x)$在$(-\infty,+\infty)$上有极值点.

由$\Delta=4(b^2-3c)>0$得$b<-\sqrt{3c}$或$b>\sqrt{3c}$.

$\because b=-1+2\sqrt{c},\therefore -1+2\sqrt{c}<\sqrt{3c}$或$-1+2\sqrt{c}>\sqrt{3c}$.

解之得$0<c<7-4\sqrt{3}$或$c>7+4\sqrt{3}$.

故所求c的取值范围是$(0,7-4\sqrt{3})\cup(7+4\sqrt{3},+\infty)$.