2015年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅰ）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1．（5分）设复数z满足$\frac{1+z}{1-z}$=i，则|z|=（　　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

2．（5分）sin20°cos10°﹣cos160°sin10°=（　　）

A．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

3．（5分）设命题p：∃n∈N，$n^2>2^n$，则¬p为（　　）

A．∀n∈N，$n^2>2^n$　　B．∃n∈N，$n^2\le 2^n$

C．∀n∈N，$n^2\le 2^n$　　D．∃n∈N，$n^2=2^n$

4．（5分）投篮测试中，每人投3次，至少投中2次才能通过测试．已知某同学每次投篮投中的概率为0.6，且各次投篮是否投中相互独立，则该同学通过测试的概率为（　　）

A．0.648　　B．0.432　　C．0.36　　D．0.312

5．（5分）已知M（x_0，y_0）是双曲线C：$\frac{x^2}{2}-y^2=1$上的一点，F_1，F_2是C的左、右两个焦点，若$\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}<0$，则$y_0$的取值范围是（　　）

A．（$-\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\frac{\sqrt{3}}{3}$）　　B．（$-\frac{\sqrt{3}}{6}$，$\frac{\sqrt{3}}{6}$）

C．（$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$\frac{2\sqrt{2}}{3}$）　　D．（$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$\frac{2\sqrt{3}}{3}$）

6．（5分）《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题：”今有委米依垣内角，下周八尺，高五尺．问：积及为米几何？“其意思为：”在屋内墙角处堆放米（如图，米堆为一个圆锥的四分之一），米堆底部的弧长为8尺，米堆的高为5尺，问米堆的体积和堆放的米各为多少？“已知1斛米的体积约为1.62立方尺，圆周率约为3，估算出堆放的米约有（　　）

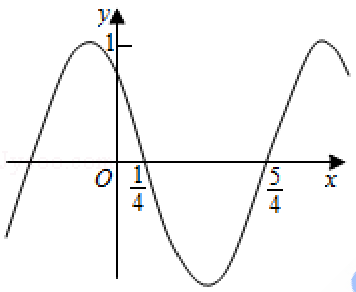
A． 14斛　　B． 22斛　　C． 36斛　　D． 66斛

7． （5分）设D为△ABC所在平面内一点，$\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{CD}$，则（　　）

A． $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$　　B． $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

C． $\overrightarrow{AD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$　　D． $\overrightarrow{AD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

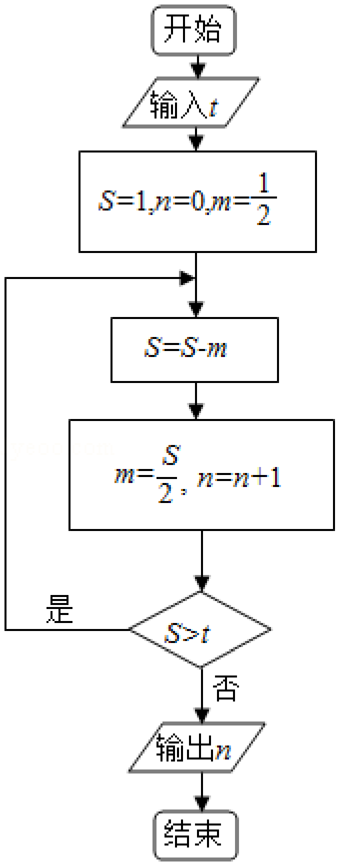
8． （5分）函数f（x）=cos（ωx+φ）的部分图象如图所示，则f（x）的单调递减区间为（　　）



A． （$k\pi-\frac{1}{4}$，$k\pi+\frac{3}{4}$），k∈z　　B． （$2k\pi-\frac{1}{4}$，$2k\pi+\frac{3}{4}$），k∈z

C． （$k-\frac{1}{4}$，$k+\frac{3}{4}$），k∈z　　D． （$2k-\frac{1}{4}$，$2k+\frac{3}{4}$），k∈z

9． （5分）执行如图所示的程序框图，如果输入的t=0.01，则输出的n=（　　）

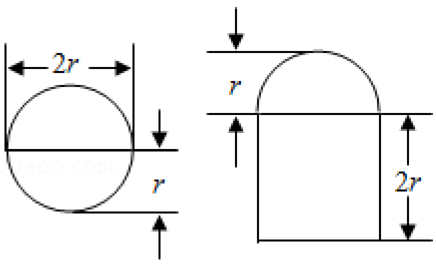


A．5　　　　　　B．6　　　　　　C．7　　　　　　D．8

10．（5分）$(x^2+x+y)^5$的展开式中，x^5y^2的系数为（　　）

A．10　　　　　B．20　　　　　C．30　　　　　D．60

11．（5分）圆柱被一个平面截去一部分后与半球（半径为r）组成一个几何体，该几何体三视图中的正视图和俯视图如图所示．若该几何体的表面积为$16+20\pi$，则r=（　　）



正视图　　　　俯视图

A．1　　　　　　B．2　　　　　　C．4　　　　　　D．8

12．（5分）设函数$f(x)=e^x(2x-1)-ax+a$，其中$a<1$，若存在唯一的整数x_0使得$f(x_0)<0$，则a的取值范围是（　　）

A．$[-\frac{3}{2e}, 1)$　　B．$[-\frac{3}{2e}, \frac{3}{4})$　　C．$[\frac{3}{2e}, \frac{3}{4})$　　D．$[\frac{3}{2e}, 1)$

二、填空题（本大题共有4小题，每小题5分）

13．（5分）若函数f（x）=xln（x+$\sqrt{a+x^2}$）为偶函数，则a=______．

14．（5分）一个圆经过椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}$=1的三个顶点．且圆心在x轴的正半轴上．则该圆标准方程为______．

15．（5分）若x，y满足约束条件$\begin{cases}x-1\geqslant 0\\x-y\leqslant 0\\x+y-4\leqslant 0\end{cases}$．则$\frac{y}{x}$的最大值为______．

16．（5分）在平面四边形ABCD中，∠A=∠B=∠C=75°．BC=2，则AB的取值范围是______．

三、解答题：

17．（12分）S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$a_n>0$，$a_n^2+2a_n=4S_n+3$

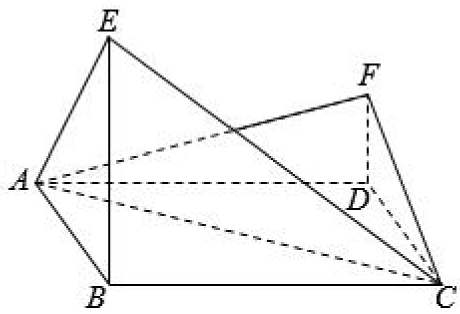
（I）求$\{a_n\}$的通项公式：

（Ⅱ）设$b_n=\frac{1}{a_n a_{n+1}}$，求数列$\{b_n\}$的前n项和．

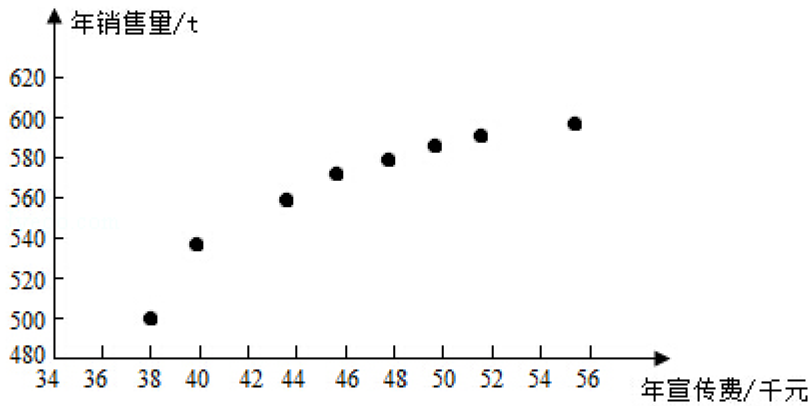
18．（12分）如图，四边形ABCD为菱形，∠ABC=120°，E，F是平面ABCD同一侧的两点，BE⊥平面ABCD，DF⊥平面 ABCD，BE=2DF，AE⊥EC．

（Ⅰ）证明：平面AEC⊥平面AFC

（Ⅱ）求直线AE与直线CF所成角的余弦值．



19. （12分）某公司为确定下一年度投入某种产品的宣传费，需了解年宣传费x（单位：千元）对年销售量y（单位：t）和年利润z（单位：千元）的影响，对近8年的年宣传费x_i和年销售量y_i（i=1，2，…，8）数据作了初步处理，得到下面的散点图及一些统计量的值.



$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{w}$	$\sum_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})^2$	$\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})^2$	$\sum_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$	$\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})(y_i-\overline{y})$
46.6	563	6.8	289.8	1.6	1469	108.8

表中$w_i=\sqrt{x_i}$，$\overline{w}=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}w_i$

（Ⅰ）根据散点图判断，$y=a+bx$与$y=c+d\sqrt{x}$哪一个适宜作为年销售量y关于年宣传费x的回归方程类型？（给出判断即可，不必说明理由）

（Ⅱ）根据（Ⅰ）的判断结果及表中数据，建立y关于x的回归方程；

（Ⅲ）已知这种产品的年利润z与x、y的关系为$z=0.2y-x$．根据（Ⅱ）的结果回答下列问题：

（i）年宣传费$x=49$时，年销售量及年利润的预报值是多少？

（ii）年宣传费x为何值时，年利润的预报值最大？

附：对于一组数据（u_1　v_1），（u_2　v_2）.....（u_n　v_n），其回归线$v=\alpha+\beta u$的斜率和截距的最小二乘估计分别为：$\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})(v_i-\overline{v})}{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})^2}$，$\hat{\alpha}=\overline{v}-\hat{\beta}\overline{u}$.

20．（12分）在直角坐标系xOy中，曲线C：$y=\frac{x^2}{4}$与直线l：$y=kx+a$（$a>0$）交于M，N两点.

（Ⅰ）当$k=0$时，分别求C在点M和N处的切线方程.

（Ⅱ）y轴上是否存在点P，使得当k变动时，总有$\angle OPM=\angle OPN$？（说明理由）

21．（12分）已知函数$f(x)=x^3+ax+\frac{1}{4}$，$g(x)=-\ln x$

（i）当a为何值时，x轴为曲线$y=f(x)$的切线；

（ii）用$\min\{m，n\}$表示m，n中的最小值，设函数$h(x)=\min\{f(x)，g(x)\}$

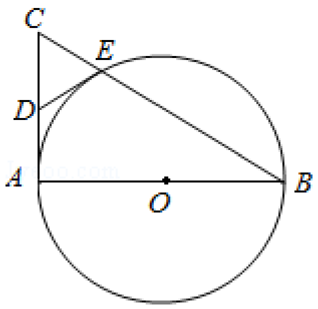
（x＞0），讨论h（x）零点的个数．

选修4一1:几何证明选讲

22．（10分）如图，AB是⊙O的直径，AC是⊙O的切线，BC交⊙O于点E．

（Ⅰ）若D为AC的中点，证明：DE是⊙O的切线；

（Ⅱ）若OA=$\sqrt{3}$CE，求∠ACB的大小．



选修4一4：坐标系与参数方程

23．（10分）在直角坐标系xOy中，直线C_1：x=﹣2，圆C_2：（x﹣1）^{2}+（y﹣2）^{2}=1，以坐标原点为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系．

（Ⅰ）求C_1，C_2的极坐标方程；

（Ⅱ）若直线C_3的极坐标方程为$\theta=\frac{\pi}{4}$（ρ∈R），设C_2与C_3的交点为M，N，求△C_2MN的面积．

选修4一5：不等式选讲

24．（10分）已知函数$f(x)=|x+1|-2|x-a|$，$a>0$．

（Ⅰ）当$a=1$时，求不等式$f(x)>1$的解集；

（Ⅱ）若$f(x)$的图象与x轴围成的三角形面积大于6，求a的取值范围．