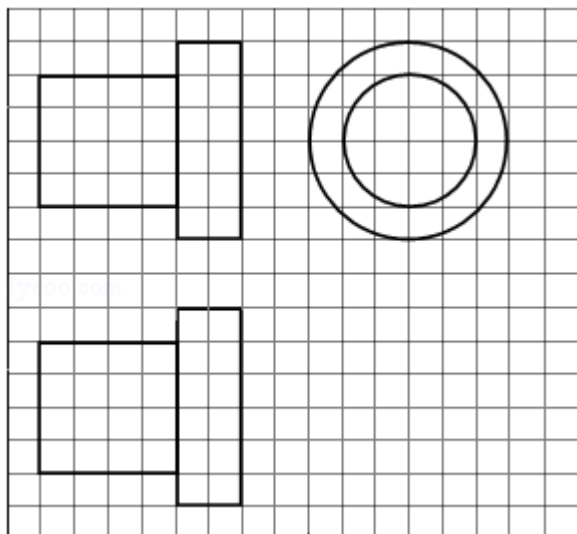


## 2014年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

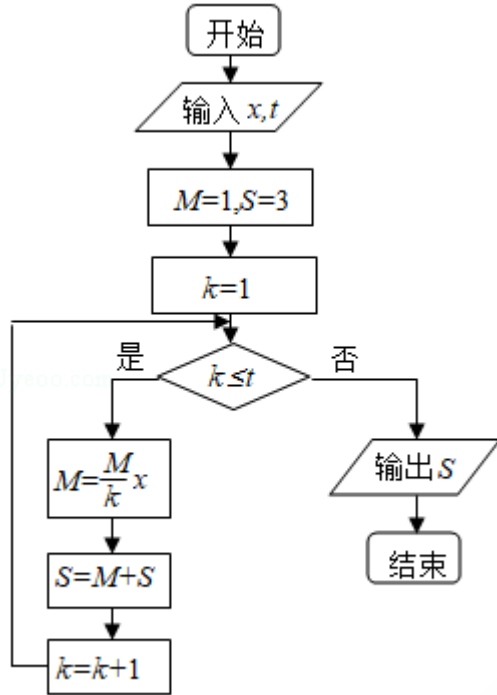
一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求.

- （5分）设集合 $M=\{0, 1, 2\}$ ， $N=\{x|x^2-3x+2\leq 0\}$ ，则 $M\cap N=$ （ ）  
A.  $\{1\}$                       B.  $\{2\}$                       C.  $\{0, 1\}$                       D.  $\{1, 2\}$
- （5分）设复数 $z_1, z_2$ 在复平面内的对应点关于虚轴对称， $z_1=2+i$ ，则 $z_1z_2=$ （ ）  
A.  $-5$                       B.  $5$                       C.  $-4+i$                       D.  $-4-i$
- （5分）设向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{10}$ ， $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{6}$ ，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$ （ ）  
A.  $1$                       B.  $2$                       C.  $3$                       D.  $5$
- （5分）钝角三角形ABC的面积是 $\frac{1}{2}$ ， $AB=1$ ， $BC=\sqrt{2}$ ，则 $AC=$ （ ）  
A.  $5$                       B.  $\sqrt{5}$                       C.  $2$                       D.  $1$
- （5分）某地区空气质量监测资料表明，一天的空气质量为优良的概率是0.75，连续两天为优良的概率是0.6，已知某天的空气质量为优良，则随后一天的空气质量为优良的概率是（ ）  
A.  $0.8$                       B.  $0.75$                       C.  $0.6$                       D.  $0.45$
- （5分）如图，网格纸上正方形小格的边长为1（表示1cm），图中粗线画出的是某零件的三视图，该零件由一个底面半径为3cm，高为6cm的圆柱体毛坯切削得到，则切削掉部分的体积与原来毛坯体积的比值为（ ）



- A.  $\frac{17}{27}$       B.  $\frac{5}{9}$       C.  $\frac{10}{27}$       D.  $\frac{1}{3}$

7. (5分) 执行如图所示的程序框图，若输入的 $x, t$ 均为2，则输出的 $S=$  ( )



- A. 4      B. 5      C. 6      D. 7

8. (5分) 设曲线 $y=ax - \ln(x+1)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 $y=2x$ ，则 $a=$  ( )

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

9. (5分) 设 $x, y$ 满足约束条件 
$$\begin{cases} x+y-7 \leq 0 \\ x-3y+1 \leq 0 \\ 3x-y-5 \geq 0 \end{cases}$$
 则 $z=2x - y$ 的最大值为 ( )

- A. 10      B. 8      C. 3      D. 2

10. (5分) 设 $F$ 为抛物线 $C: y^2=3x$ 的焦点，过 $F$ 且倾斜角为 $30^\circ$ 的直线交 $C$ 于 $A, B$ 两点， $O$ 为坐标原点，则 $\triangle OAB$ 的面积为 ( )

- A.  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$       B.  $\frac{9\sqrt{3}}{8}$       C.  $\frac{63}{32}$       D.  $\frac{9}{4}$

11. (5分) 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $\angle BCA=90^\circ$ ， $M, N$ 分别是 $A_1B_1, A_1C_1$ 的中点， $BC=CA=CC_1$ ，则 $BM$ 与 $AN$ 所成角的余弦值为 ( )

- A.  $\frac{1}{10}$       B.  $\frac{2}{5}$       C.  $\frac{\sqrt{30}}{10}$       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

12. (5分) 设函数  $f(x) = \sqrt{3} \sin \frac{\pi x}{m}$ , 若存在  $f(x)$  的极值点  $x_0$  满足  $x_0^2 + [f(x_0)]^2 < m^2$ , 则  $m$  的取值范围是 ( )
- A.  $(-\infty, -6) \cup (6, +\infty)$       B.  $(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$   
 C.  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$       D.  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分. (第13题~第21题为必考题, 每个试题考生都必须作答, 第22题~第24题为选考题, 考生根据要求作答)

13. (5分)  $(x+a)^{10}$  的展开式中,  $x^7$  的系数为15, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .
14. (5分) 函数  $f(x) = \sin(x+2\phi) - 2\sin\phi \cos(x+\phi)$  的最大值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
15. (5分) 已知偶函数  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  单调递减,  $f(2) = 0$ , 若  $f(x-1) > 0$ , 则  $x$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
16. (5分) 设点  $M(x_0, 1)$ , 若在圆  $O: x^2 + y^2 = 1$  上存在点  $N$ , 使得  $\angle OMN = 45^\circ$ , 则  $x_0$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

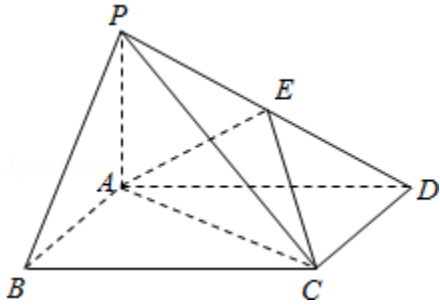
三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或验算步骤.

17. (12分) 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n + 1$ .
- (I) 证明  $\{a_n + \frac{1}{2}\}$  是等比数列, 并求  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (II) 证明:  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < \frac{3}{2}$ .

18. (12分) 如图, 四棱锥P - ABCD中, 底面ABCD为矩形, PA⊥平面ABCD, E为PD的中点.

( I ) 证明: PB∥平面AEC;

( II ) 设二面角D - AE - C为60°, AP=1, AD=√3, 求三棱锥E - ACD的体积.



19. (12分) 某地区2007年至2013年农村居民家庭人均纯收入y (单位: 千元) 的数据如表:

年份	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
年份代号t	1	2	3	4	5	6	7
人均纯收入y	2.9	3.3	3.6	4.4	4.8	5.2	5.9

( I ) 求y关于t的线性回归方程;

( II ) 利用 ( I ) 中的回归方程, 分析2007年至2013年该地区农村居民家庭人均纯收入的变化情况, 并预测该地区2015年农村居民家庭人均纯收入.

附: 回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:  $\hat{b} =$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}.$$

20. (12分) 设 $F_1, F_2$ 分别是 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左, 右焦点,  $M$ 是 $C$ 上

一点且 $MF_2$ 与 $x$ 轴垂直, 直线 $MF_1$ 与 $C$ 的另一个交点为 $N$ .

(1) 若直线 $MN$ 的斜率为 $\frac{3}{4}$ , 求 $C$ 的离心率;

(2) 若直线 $MN$ 在 $y$ 轴上的截距为2, 且 $|MN| = 5|F_1N|$ , 求 $a, b$ .

21. (12分) 已知函数 $f(x) = e^x - e^{-x} - 2x$ .

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 设 $g(x) = f(2x) - 4bf(x)$ , 当 $x > 0$ 时,  $g(x) > 0$ , 求 $b$ 的最大值;

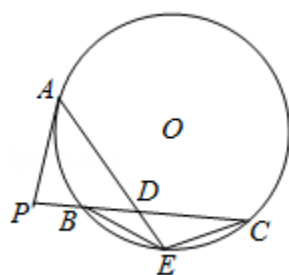
(III) 已知 $1.4142 < \sqrt{2} < 1.4143$ , 估计 $\ln 2$ 的近似值 (精确到0.001).

请考生在第22、23、24三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分，作答时请写清题号.【选修4-1：几何证明选讲】

22. (10分) 如图，P是 $\odot O$ 外一点，PA是切线，A为切点，割线PBC与 $\odot O$ 相交于点B，C，PC=2PA，D为PC的中点，AD的延长线交 $\odot O$ 于点E，证明：

( I ) BE=EC;

( II ) AD•DE=2PB<sup>2</sup>.



**【选修4-4：坐标系与参数方程】**

23. 在直角坐标系xOy中，以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，半圆C的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$ ， $\theta\in[0, \frac{\pi}{2}]$

( I ) 求C的参数方程;

( II ) 设点D在半圆C上，半圆C在D处的切线与直线l:  $y=\sqrt{3}x+2$ 垂直，根据( I )中你得到的参数方程，求直线CD的倾斜角及D的坐标.

六、解答题（共1小题，满分0分）

24. 设函数  $f(x) = \left|x + \frac{1}{a}\right| + |x - a|$  ( $a > 0$ ).

(I) 证明:  $f(x) \geq 2$ ;

(II) 若  $f(3) < 5$ , 求  $a$  的取值范围.